

Centralny przedział ufności dla parametru θ na poziomie ufności α dla dowolnej statystyki T o rozkładzie $P(T = t; \theta)$.

$$P(\theta_-(t) < \theta < \theta_+(t)) = \alpha \Rightarrow \begin{cases} P(T \geq t; \theta_-) = \frac{1-\alpha}{2} & F(t; \theta_-) - P(T = t; \theta_-) = \frac{1+\alpha}{2} \\ P(T \leq t; \theta_+) = \frac{1-\alpha}{2} & F(t; \theta_+) = \frac{1-\alpha}{2} \end{cases}$$

Centralne przedziały ufności dla pojedynczej próbki ($\beta \equiv (1 - \alpha)/2$)

rozkład pr.	parametr	przedział ufności	
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ σ^2 znane	μ	$\bar{x} - z(\beta)\sigma/\sqrt{n}$	$< \mu < \bar{x} + z(\beta)\sigma/\sqrt{n}$
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ σ^2 nieznanne	μ	$\bar{x} - t(\beta, n-1)s/\sqrt{n}$	$< \mu < \bar{x} + t(\beta, n-1)s/\sqrt{n}$
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ μ znane	σ^2	$\sum(x_i - \mu)^2/u(\beta, n)$	$< \sigma^2 < \sum(x_i - \mu)^2/u(1-\beta, n)$
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ μ nieznanne	σ^2	$\sum(x_i - \bar{x})^2/u(\beta, n-1)$	$< \sigma^2 < \sum(x_i - \bar{x})^2/u(1-\beta, n-1)$
dowolny ($n > 100$)	μ	$\bar{x} - z(\beta)s/\sqrt{n}$	$< \mu < \bar{x} + z(\beta)s/\sqrt{n}$
dwumianowy ($n > 100$)	p	$(\hat{p} - p)^2 < z^2(\beta)p(1-p)/n$	

Centralne przedziały ufności dla dwóch próbek normalnych $\mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2), \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$

rozkład pr.	parametr	przedział ufności	
σ_1^2, σ_2^2 znane	$\mu_1 - \mu_2$	$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - z(\beta)\sigma^*$	$< \mu_1 - \mu_2 < \bar{x}_1 - \bar{x}_2 + z(\beta)\sigma^*$
$\sigma_1^2 = \eta\sigma_2^2$ nieznanne	$\mu_1 - \mu_2$	$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - t(\beta, n^*)s^*$	$< \mu_1 - \mu_2 < \bar{x}_1 - \bar{x}_2 + t(\beta, n^*)s^*$
σ_1^2, σ_2^2 nieznanne	$\mu_1 - \mu_2$	$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - c(\beta, n_1, n_2)s^\dagger$	$< \mu_1 - \mu_2 < \bar{x}_1 - \bar{x}_2 + c(\beta, n_1, n_2)s^\dagger$
μ_1, μ_2 nieznanne	σ_1^2/σ_2^2	$1/f(\beta, n_2 - 1, n_1 - 1)s_1^2/s_2^2$	$< \sigma_1^2/\sigma_2^2 < f(\beta, n_1 - 1, n_2 - 1)s_1^2/s_2^2$

W ostatnim przypadku jeśli znana jest wartość oczekiwana μ_1 i/lub μ_2 należy zastąpić nią wartość średnią (wraz ze zwiększeniem o 1 mianownika) we wzorach na s_1, s_2 oraz zwiększyć o 1 stopień swobody w wartościach krytycznych.

$$\hat{p} = k/n, \quad s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad \sigma^* = \sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}, \quad s^* = \sqrt{\frac{n_1 + \eta n_2}{n_1 n_2}} \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2/\eta + (n_2-1)s_2^2}{(n_1-1) + (n_2-1)}}$$

$$n^* = n_1 + n_2 - 2, \quad s^\dagger = \sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2} \quad c(\beta, n_1, n_2) \approx \left(\frac{s_1^2}{n_1} t(\beta, n_1 - 1) + \frac{s_2^2}{n_2} t(\beta, n_2 - 1)\right) / \left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)$$

Testowanie hipotezy H_0 wobec hipotezy alternatywnej H_1 na poziomie istotności α dla dowolnej statystyki T o rozkładzie $P(T = t|H_0)$ polega na określeniu zbioru wartości krytycznych C statystyki T w taki sposób aby dla ustalonego prawdopodobieństwa popełnienia błędu pierwszego rodzaju z minimalizować prawdopodobieństwo popełnienia błędu drugiego rodzaju

$$P(t \in C|H_0) \leq \alpha \quad \text{maksymalizujemy } P(t \in C|H_1)$$

Testowanie hipotez dla pojedynczej próbki

rozkład pr.	statystyka	Hipoteza alternatywna i zbiór krytyczny C
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ σ^2 znana dowolny ($n > 100, \sigma = s$)	$H_0 : \mu = \mu_0$ $Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$H_1 : \mu \neq \mu_0 (-\infty, -z(\alpha/2)) \cup (z(\alpha/2), \infty)$ $H_1 : \mu < \mu_0 (-\infty, -z(\alpha)) \quad H_1 : \mu > \mu_0 (z(\alpha), \infty)$
dwumianowy ($n > 100$)	$H_0 : p = p_0$ $Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}$	$H_1 : p \neq p_0 (-\infty, -z(\alpha/2)) \cup (z(\alpha/2), \infty)$ $H_1 : p < p_0 (-\infty, -z(\alpha)) \quad H_1 : p > p_0 (z(\alpha), \infty)$
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ σ^2 nieznanne	$H_0 : \mu = \mu_0$ $T = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$	$H_1 : \mu \neq \mu_0 (-\infty, -t(\alpha/2, n-1)) \cup (t(\alpha/2, n-1), \infty)$ $H_1 : \mu < \mu_0 (-\infty, -t(\alpha, n-1)) \quad H_1 : \mu > \mu_0 (t(\alpha, n-1), \infty)$
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ σ^2 znana	$H_0 : \mu_1 \leq \mu \leq \mu_2$ $T = \frac{\bar{x} - \mu^*}{\sigma/\sqrt{n}}$	$H_1 : \mu < \mu_1 \text{ lub } \mu > \mu_2 (-\infty, -k(\alpha)) \cup (k(\alpha), \infty)$
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ σ^2 znana	$H_0 : \mu \leq \mu_1 \text{ lub } \mu \geq \mu_2$ $T = \frac{\bar{x} - \mu^*}{\sigma/\sqrt{n}}$	$H_1 : \mu_1 < \mu < \mu_2 (-v(\alpha), v(\alpha))$
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ μ nieznanne	$H_0 : \sigma = \sigma_0$ $\chi^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{\sigma_0^2}$	$H_1 : \sigma \neq \sigma_0 (0, u(1-\alpha/2, n-1)) \cup (u(\alpha/2, n-1), \infty)$ $H_1 : \sigma < \sigma_0 (0, u(1-\alpha, n-1)) \quad H_1 : \sigma > \sigma_0 (u(\alpha, n-1), \infty)$
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ μ znane	$H_0 : \sigma = \sigma_0$ $\chi^2 = \frac{\sum(x_i - \mu)^2}{\sigma_0^2}$	$H_1 : \sigma \neq \sigma_0 (0, u(1-\alpha/2, n-1)) \cup (u(\alpha/2, n), \infty)$ $H_1 : \sigma < \sigma_0 (0, u(1-\alpha, n)) \quad H_1 : \sigma > \sigma_0 (u(\alpha, n), \infty)$

$$\mu^* = (\mu_1 + \mu_2)/2 \quad \Delta = (\mu_2 - \mu_1)/2$$

$$\Phi\left(\frac{\Delta}{\sigma/\sqrt{n}} + k(\alpha)\right) - \Phi\left(\frac{\Delta}{\sigma/\sqrt{n}} - k(\alpha)\right) = 1 - \alpha$$

$$\Phi\left(\frac{\Delta}{\sigma/\sqrt{n}} + v(\alpha)\right) - \Phi\left(\frac{\Delta}{\sigma/\sqrt{n}} - v(\alpha)\right) = \alpha$$

Testowanie hipotez dla dwóch próbek

rozkład pr.	statystyka	Hipoteza alternatywna i zbiór krytyczny C
$\mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2), \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ σ_1, σ_2 znane	$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma^*}$	$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 (-\infty, -z(\alpha/2)) \cup (z(\alpha/2), \infty)$ $H_1 : \mu_1 < \mu_2 (-\infty, -z(\alpha)) \quad H_1 : \mu_1 > \mu_2 (z(\alpha), \infty)$
2 dowolne $n_1 > 100, n_2 > 100$	$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\hat{s}}$	$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 (-\infty, -z(\alpha/2)) \cup (z(\alpha/2), \infty)$ $H_1 : \mu_1 < \mu_2 (-\infty, -z(\alpha)) \quad H_1 : \mu_1 > \mu_2 (z(\alpha), \infty)$
2 dwumianowe $n_1 > 100, n_2 > 100$	$H_0 : p_1 = p_2$ $Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\hat{s}}$	$H_1 : p_1 \neq p_2 (-\infty, -z(\alpha/2)) \cup (z(\alpha/2), \infty)$ $H_1 : p_1 < p_2 (-\infty, -z(\alpha)) \quad H_1 : p_1 > p_2 (z(\alpha), \infty)$
$\mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2), \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ $\sigma_1^2 = \eta \sigma_2^2$ nieznane	$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\hat{s}^*}$	$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 (-\infty, -t(\alpha/2, n^*)) \cup (t(\alpha/2, n^*), \infty)$ $H_1 : \mu_1 < \mu_2 (-\infty, -t(\alpha, n^*)) \quad H_1 : \mu_1 > \mu_2 (t(\alpha, n^*), \infty)$
$\mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2), \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ σ_1^2, σ_2^2 nieznane	$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $C = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\hat{s}_1}$	$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 (-\infty, -c(\alpha/2, n_1, n_2)) \cup (c(\alpha/2, n_1, n_2), \infty)$ $H_1 : \mu_1 < \mu_2 (-\infty, -c(\alpha, n_1, n_2)) \quad H_1 : \mu_1 > \mu_2 (c(\alpha, n_1, n_2), \infty)$
$\mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2), \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ μ_1, μ_2 nieznane	$H_0 : \sigma_1^2 = \eta \sigma_2^2$ $F = \frac{\max(s_1^2/\eta, s_2^2)}{\min(s_1^2/\eta, s_2^2)}$	$H_1 : \sigma_1^2 \neq \eta \sigma_2^2 (f(\alpha/2, n_L - 1, n_M - 1), \infty)$ $n_L (n_M) - \text{liczebność licznika (mianownika) statystyki } F$
$\mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2), \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ μ_1, μ_2 nieznane	$H_0 : \sigma_1^2 = \eta \sigma_2^2$ $F = \frac{s_2^2}{s_1^2/\eta}$	$H_1 : \sigma_1^2 < \eta \sigma_2^2 (f(\alpha, n_2 - 1, n_1 - 1), \infty)$
$\mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2), \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ μ_1, μ_2 nieznane	$H_0 : \sigma_1^2 = \eta \sigma_2^2$ $F = \frac{s_1^2/\eta}{s_2^2}$	$H_1 : \sigma_1^2 > \eta \sigma_2^2 (f(\alpha, n_1 - 1, n_2 - 1), \infty)$

W ostatnim trzech przypadkach jeśli znana jest wartość oczekiwana μ_1 i/lub μ_2 należy zastąpić nią wartość średnią (wraz ze zwiększeniem o 1 mianownika) we wzorach na s_1, s_2 oraz zwiększyć o 1 stopień swobody w wartościach krytycznych.
 $\hat{s} = \sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p})(1/n_1 + 1/n_2)}$, $\bar{p} = (n_1 \hat{p}_1 + n_2 \hat{p}_2)/(n_1 + n_2)$

Testowanie współczynnika korelacji na poziomie istotności α

rozkład pr.	statystyka	Hipoteza alternatywna i zbiór krytyczny C
dwuwymiarowy rozkład normalny	$H_0 : \rho = 0$ $T = \frac{(n-2)R}{\sqrt{1-R^2}}$	$H_1 : \rho \neq 0 (-\infty, -t(\alpha/2, n-2)) \cup (t(\alpha/2, n-2), \infty)$ $H_1 : \rho < 0 (-\infty, -t(\alpha, n-2)) \quad H_1 : \rho > 0 (t(\alpha, n-2), \infty)$
o dużej liczności ($n > 10$)	$H_0 : \rho = \rho_0$ $Z = \frac{\frac{1}{2} \ln \frac{1+R}{1-R} - \frac{1}{2} \ln \frac{1+\rho_0}{1-\rho_0}}{\frac{1}{\sqrt{n-3}}}$	$H_1 : \rho \neq \rho_0 (-\infty, -z(\alpha/2)) \cup (z(\alpha/2), \infty)$ $H_1 : \rho < \rho_0 (-\infty, -z(\alpha)) \quad H_1 : \rho > \rho_0 (z(\alpha), \infty)$

Test zgodności χ^2 Pearsona licznosci doświadczalnych n_i z teoretycznym rozkładem prawdopodobieństwa p_i na poziomie istotności α .

Statystyka testowa: $\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$, Zbiór krytyczny $W = \langle u(\alpha, k-1-r), \infty \rangle$, gdzie r jest ilością parametrów rozkładu estymowanych z licznosci n_i .

Centralny przedział ufności dla mediany M dowolnego ciągłego rozkładu pr. na poziomie ufności α .

$$X_{(a)} < M < X_{(n-a+1)}, \quad \text{gdzie} \quad \sum_{k=0}^a \binom{n}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^n \approx \frac{1-\alpha}{2}$$

dla dużych prób $n > 20$, $a \approx n/2 - z((1-\alpha)/2)\sqrt{n}/2$

Testowanie hipotez nieparametrycznych dla pojedynczej próbki na poziomie istotności α

rozkład pr.	statystyka	Hipoteza alternatywna i zbiór krytyczny C
dowolny ciągły	$H_0 : M = m_0$ N^+ - ilość obserwacji $> m_0$	$H_1 : M \neq m_0 (0, k_1) \cup \langle z(k_2, n)$ $H_1 : M < m_0 (0, k_3) \quad H_1 : M > m_0 \langle k_4, n$
dowolny ciągły duża próba ($n > 10$)	$H_0 : M = m_0$ $Z = \frac{2N^+ - n}{\sqrt{n}}$	$H_1 : M \neq m_0 (-\infty, -z(\alpha/2)) \cup \langle z(\alpha/2), \infty$ $H_1 : M < m_0 (-\infty, -z(\alpha)) \quad H_1 : M > m_0 \langle z(\alpha), \infty$
dowolny ciągły	$H_0 : M = m_0$ W^+ - suma rang obserwacji $> m_0$	$H_1 : M \neq m_0 (0, k_1) \cup \langle z(k_2, n)$ $H_1 : M < m_0 (0, k_3) \quad H_1 : M > m_0 \langle k_4, n$
dowolny ciągły duża próba ($n > 20$)	$H_0 : M = m_0$ $Z = \frac{W^+ - n(n+1)/4}{\sqrt{n(n+1)(2n+1)/24}}$	$H_1 : M \neq m_0 (-\infty, -z(\alpha/2)) \cup \langle z(\alpha/2), \infty$ $H_1 : M < m_0 (-\infty, -z(\alpha)) \quad H_1 : M > m_0 \langle z(\alpha), \infty$

Wartości k_1, k_2, k_3, k_4 wyznaczamy dla testu znaków z rozkładu dwumianowego o parametrze $p = 1/2$

$$P(N^+ \leq k_1) = P(N^+ \geq k_2) \approx \alpha/2, \quad P(N^+ \leq k_3) = P(N^+ \geq k_4) \approx \alpha$$

a dla testu Wilcoxon'a z rozkładu Wilcoxon'a

$$P(W^+ \leq k_1) = P(W^+ \geq k_2) \approx \alpha/2, \quad P(W^+ \leq k_3) = P(W^+ \geq k_4) \approx \alpha$$

W powyższych wzorach \approx oznacza wartość najbardziej zbliżoną. W obu testach jeśli jakieś wartości w próbce są dokładnie równe m_0 to takie pomiary należy odrzucić i odpowiedni sposób zmniejszyć wartość liczebności próby n .

Wartości krytyczne testu Wilcoxon'a

$$P(W^+ \leq c_1) = P(W^+ \geq c_2) = \alpha$$

α	0,10		0,05		0,025		0,01		0,005	
	c_1	c_2	c_1	c_2	c_1	c_2	c_1	c_2	c_1	c_2
n=3	0	6	-	-	-	-	-	-	-	-
4	1	9	0	10	-	-	-	-	-	-
5	2	13	1	14	0	15	-	-	-	-
6	4	17	2	19	1	20	0	21	-	-
7	6	22	4	24	2	26	0	28	-	-
8	8	28	6	30	4	32	2	34	0	36
9	11	34	8	37	6	39	3	42	1	44
10	14	41	11	44	8	47	5	50	2	53
11	18	48	14	52	11	55	7	59	5	61
12	22	56	17	61	14	64	10	68	7	71
13	26	65	21	70	17	74	12	79	10	81
14	31	74	26	79	21	84	16	89	13	92
15	37	83	30	90	25	95	20	100	16	104
16	42	94	36	100	30	106	23	113	19	117
17	49	104	41	112	35	118	28	125	24	129
18	55	116	47	124	40	131	33	138	28	143
19	62	128	54	136	46	144	38	152	33	157

Wartości krytyczne testu znaków

$$P(N^+ \leq k_1) = P(N^+ \geq k_2) = \alpha$$

α	0,10		0,05		0,01	
	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2
n=3	0	3	-	-	-	-
4	-	-	0	4	-	-
5	-	-	0	5	-	-
6	1	5	-	-	0	6
7	-	-	1	6	0	7
8	2	6	1	7	-	-
9	2	7	-	-	1	8
10	-	-	2	8	1	9

Test znaków - równości median dla dwóch niezależnych prób losowych $H_0 : m_1 = m_2$ na poziomie istotności α

- Łączymy obie próby w jedną o liczebności $n_1 + n_2$
- Znajdujemy medianę z łącznej próby $N(x_i \leq \bar{m}_0) = N(x_i \geq \bar{m}_0)$
- W sytuacji gdy mediana jest równa jednej z wartości odrzucamy ją (odpowiednio zmniejszając o jeden n_1 lub n_2 . Ostatecznie $n_1 + n_2$ musi być liczbą parzystą. Niech $n_1 + n_2 = 2k$
- Statystyka testowa: N_1^+ - liczba obserwacji pochodzących z pierwszej próby większych od mediany połączonych prób \bar{m}_0
- Dla dużych próbek ($n_1 > 5, n_2 > 5$) korzystamy z przybliżenia rozkładem normalnym

$$Z = \frac{2N_1^+ - n_1}{\sqrt{n_1 n_2 / (n_1 + n_2 - 1)}}$$

Test znakowanych rang Wilcoxon'a - równości median dla dwóch niezależnych prób losowych $H_0 : m_1 = m_2$ na poziomie istotności α

- Łączymy obie próby w jedną o liczebności $n_1 + n_2$
- Szeregujemy wyniki w kolejności rosnącej, pozycja danego pomiaru jest jego rangą.
- R_1 - suma rang obserwacji pochodzących z pierwszej próbki.
- Statystyka testowa: $W = R_1 - n_1(n_1 + 1)/2$
- Dla dużych próbek ($n_1 > 10, n_2 > 10$) korzystamy z przybliżenia rozkładem normalnym

$$Z = \frac{2W - n_1 n_2}{\sqrt{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1) / 3}}$$

z -wartość krytyczna rozkładu $\mathcal{N}(0, 1)$, t -wartość krytyczna rozkładu Studenta, u -wartość krytyczna rozkładu χ^2 , f -wartość krytyczna rozkładu Fischera.

Dystrybuanta $\Phi(x)$ standardowego rozkładu normalnego

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	,5398	,5438	,5478	,5517	,5557	,5596	,5636	,5675	,5714	,5753
0,2	,5793	,5832	,5871	,5910	,5948	,5987	,6026	,6064	,6103	,6141
0,3	,6179	,6217	,6255	,6293	,6331	,6368	,6406	,6443	,6480	,6517
0,4	,6554	,6591	,6628	,6664	,6700	,6736	,6772	,6808	,6844	,6879
0,5	,6915	,6950	,6985	,7019	,7054	,7088	,7123	,7157	,7190	,7224
0,6	,7257	,7290	,7324	,7357	,7389	,7422	,7454	,7486	,7517	,7549
0,7	,7580	,7611	,7642	,7673	,7704	,7734	,7764	,7794	,7823	,7852
0,8	,7881	,7910	,7939	,7967	,7995	,8023	,8051	,8078	,8106	,8133
0,9	,8159	,8186	,8212	,8238	,8264	,8289	,8340	,8340	,8365	,8389
1,0	,8413	,8438	,8461	,8485	,8508	,8531	,8554	,8577	,8599	,8621
1,1	,8643	,8665	,8686	,8708	,8729	,8749	,8770	,8790	,8810	,8830
1,2	,8849	,8869	,8888	,8907	,8925	,8944	,8962	,8980	,8997	,9015
1,3	,9032	,9049	,9066	,9082	,9099	,9115	,9131	,9147	,9162	,9177
1,4	,9192	,9207	,9222	,9236	,9251	,9265	,9279	,9292	,9306	,9319
1,5	,9332	,9345	,9357	,9370	,9382	,9394	,9406	,9418	,9429	,9441
1,6	,9452	,9463	,9474	,9484	,9495	,9505	,9515	,9525	,9535	,9545
1,7	,9554	,9564	,9573	,9582	,9591	,9599	,9608	,9616	,9625	,9633
1,8	,9641	,9649	,9656	,9664	,9671	,9678	,9686	,9693	,9699	,9706
1,9	,9713	,9719	,9726	,9732	,9738	,9744	,9750	,9756	,9761	,9767
2,0	,9772	,9779	,9783	,9788	,9793	,9798	,9803	,9808	,9812	,9817
2,1	,9821	,9826	,9830	,9834	,9838	,9842	,9846	,9850	,9854	,9857
2,2	,9861	,9864	,9868	,9871	,9875	,9878	,9881	,9884	,9887	,9890
2,3	,9893	,9896	,9898	,9901	,9904	,9906	,9909	,9911	,9913	,9916
2,4	,9918	,9920	,9922	,9925	,9927	,9929	,9931	,9932	,9934	,9936
2,5	,9938	,9940	,9941	,9943	,9945	,9946	,9948	,9949	,9951	,9952
2,6	,9953	,9955	,9956	,9957	,9959	,9960	,9961	,9962	,9963	,9964
2,7	,9965	,9966	,9967	,9968	,9969	,9970	,9971	,9972	,9973	,9974
2,8	,9974	,9975	,9976	,9977	,9977	,9978	,9979	,9979	,9980	,9981
2,9	,9981	,9982	,9982	,9983	,9984	,9984	,9985	,9985	,9986	,9986

Wartości krytyczne $t(p, n)$ rozkładu Studenta

$n \backslash p$	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005
1	3,078	6,314	12,71	31,82	63,66
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	1,397	1,859	2,306	2,897	3,355
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	1,363	1,795	2,201	2,718	3,106
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,054
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	1,315	1,706	2,055	2,479	2,779
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	1,312	1,701	2,048	2,467	2,763
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
50	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678

Wartości krytyczne $u(p, n)$ rozkładu χ^2

$n \backslash p$	0,995	0,99	0,975	0,95	0,05	0,025	0,01	0,005
1	-	-	0,001	0,004	3,841	5,024	6,635	7,879
2	0,010	0,020	0,051	0,103	5,991	7,378	9,210	10,597
3	0,072	0,115	0,216	0,352	7,815	9,348	11,35	12,838
4	0,207	0,297	0,484	0,711	9,488	11,14	13,28	14,860
5	0,412	0,554	0,831	1,145	11,07	12,83	15,09	16,750
6	0,676	0,872	1,237	1,635	12,59	14,45	16,81	18,548
7	0,989	1,239	1,690	2,167	14,07	16,01	18,48	20,278
8	1,344	1,646	2,180	2,733	15,51	17,54	20,09	21,955
9	1,735	2,088	2,700	3,325	16,92	19,02	21,67	23,589
10	2,156	2,558	3,247	3,940	18,31	20,48	23,21	25,188
11	2,603	3,053	3,816	4,575	19,68	21,92	24,73	26,754
12	3,074	3,571	4,404	5,226	21,03	23,34	26,22	28,306
13	3,565	4,107	5,009	5,892	22,36	24,74	27,69	29,839
14	4,075	4,660	5,629	6,571	23,69	26,12	29,14	31,319
15	4,601	5,229	6,262	7,261	25,00	27,49	30,58	32,749
16	5,142	5,812	6,908	7,962	26,30	28,85	32,00	34,154
17	5,697	6,408	7,564	8,672	27,59	30,19	33,41	35,548
18	6,265	7,015	8,231	9,390	28,87	31,53	34,81	36,925
19	6,844	7,633	8,907	10,12	30,14	32,85	36,19	38,288
20	7,434	8,260	9,591	10,85	31,41	34,17	37,57	39,633
21	8,034	8,897	10,28	11,59	32,67	35,48	38,93	40,963
22	8,643	9,542	10,98	12,34	33,92	36,78	40,29	42,277
23	9,260	10,20	11,69	13,09	35,17	38,08	41,64	43,575
24	9,886	10,86	12,40	13,85	36,42	39,36	42,98	44,860
25	10,52	11,52	13,12	14,61	37,65	40,65	44,31	46,133
26	11,16	12,20	13,84	15,38	38,89	41,92	45,64	47,396
27	11,81	12,88	14,57	16,15	40,11	43,19	46,96	48,649
28	12,46	13,57	15,31	16,93	41,34	44,46	48,28	49,893
29	13,12	14,26	16,05	17,71	42,56	45,72	49,59	51,128
30	13,79	14,95	16,79	18,49	43,77	46,98	50,89	52,354
40	20,71	22,16	24,43	26,51	55,76	59,34	63,69	66,766
50	27,99	29,71	32,36	34,76	67,51	71,42	76,15	79,488

Wartości krytyczne $f(p, n_1, n_2)$ rzędu $p = 0.05$ rozkładu Fischera

$n_2 \backslash n_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	20	40	60	100	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	242	244	248	251	252	253	254
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.79	8.74	8.66	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	5.96	5.91	5.80	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.74	4.68	4.56	4.46	4.43	4.41	4.37
6	5.99	.14	4.76	4.53	4.39	.28	.21	.15	.06	.00	3.87	3.77	3.74	3.71	3.67
7	.59	4.74	.35	.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.64	3.57	.44	.34	.30	.27	.23
8	.32	.46	.07	3.84	.69	.58	.50	.44	.35	.28	.15	.04	.01	2.97	2.93
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.85	2.79	2.65	2.53	2.49	2.46	2.40
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.32	2.25	2.10	1.96	1.92	1.88	1.81
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.08	2.00	1.84	1.69	1.64	1.59	1.51
60	.00	.15	.76	.53	.37	.25	.17	.10	1.99	1.92	.75	.59	.53	.48	.39
120	3.92	.07	.68	.44	.29	.17	.08	.01	.91	.83	.65	.49	.42	.36	.25
∞	.84	.00	.60	.37	.21	.10	.01	1.94	.83	.75	.57	.39	.32	.24	.00

Wartości krytyczne $f(p, n_1, n_2)$ rzędu $p = 0.025$ rozkładu Fischera

$n_2 \backslash n_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	20	40	60	100	∞
1	648	800	864	900	922	937	948	957	969	977	993	1006	1010	1013	1018
2	38.5	39.0	39.2	39.2	39.3	39.3	39.4	39.4	39.4	39.4	39.4	39.5	39.5	39.5	39.5
3	17.4	16.0	15.4	15.1	14.9	14.7	14.6	14.5	14.4	14.3	14.2	14.0	14.0	14.0	13.9
4	12.2	10.6	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.84	8.75	8.56	8.41	8.36	8.32	8.26
5	10.0	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.62	6.52	6.33	6.18	6.12	6.08	6.02
6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.46	5.37	5.17	5.01	4.92	4.92	4.85
7	.07	6.54	5.89	5.52	.29	.12	4.99	4.90	4.76	4.67	4.47	4.31	.25	.21	.14
8	7.57	.06	.42	.05	4.82	4.65	.53	.43	.30	.20	.00	3.84	3.78	3.74	3.67
11	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.53	3.43	3.23	3.06	3.00	2.96	2.88
21	5.83	4.42	3.82	3.48	3.25	3.09	2.97	2.87	2.73	2.64	2.42	2.25	2.18	2.13	2.04
40	5.42	4.05	3.46	3.13	2.90	2.74	2.62	2.53	2.39	2.29	2.07	1.88	1.80	1.74	1.64
60	.29	3.93	.34	.01	.79	.63	.51	.41	.27	.17	1.94	.74	.67	.60	.48
120	.15	.80	.22	2.89	.67	.51	.39	.30	.15	.05	.82	.61	.52	.45	.31
∞	.02	.69	.12	.79	.57	.41	.29	.19	.05	1.94	.71	.48	.39	.30	.00

Wartości krytyczne $f(p, n_1, n_2)$ rzędu $p = 0.01$ rozkładu Fischera

$n_2 \backslash n_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	20	40	60	100	∞
1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5
3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.2	27.1	26.7	26.4	26.3	26.2	26.1
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.5	14.4	14.0	13.7	13.7	13.6	13.5
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.1	9.89	9.55	9.29	9.20	9.13	9.02
6	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.87	7.72	7.40	7.14	7.06	6.99	6.88
7	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.62	6.47	6.16	5.91	5.82	5.75	5.65
8	11.3	8.65	7.59	.01	6.63	6.37	.18	.03	5.81	5.67	5.36	.12	.03	4.96	4.86
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.54	4.40	4.10	3.86	3.78	3.71	3.60
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.31	3.17	2.88	2.64	2.55	2.48	2.36
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.80	2.66	2.37	2.11	2.02	1.94	1.80
60	.08	4.98	.13	.65	.34	.12	2.95	.82	.63	.50	.20	1.94	1.84	.75	.60
120	6.85	.79	3.95	.48	.18	2.96	.80	.67	.48	.34	.04	.77	.66	.56	.38
∞	.63	.61	.78	.32	.02	.80	.64	.51	.32	.18	1.88	.59	.47	.36	.00

Wartości krytyczne $f(p, n_1, n_2)$ rzędu $p = 0.005$ rozkładu Fischera

$n_2 \backslash n_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	20	40	60	100	∞
1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	198	199	199	199	199	199	199	199	199	199	199	199	199	199	200
3	55.6	49.8	47.5	46.2	45.4	44.8	44.4	44.1	43.7	43.4	42.8	42.3	42.1	42.0	41.8
4	31.3	26.3	24.3	23.2	22.5	22.0	21.6	21.4	21.0	20.7	20.2	19.8	19.6	19.5	19.3
5	22.8	18.3	16.5	15.6	14.9	14.5	14.2	14.0	13.6	13.4	12.9	12.5	12.4	12.3	12.1
6	18.6	14.5	12.9	12.0	11.5	11.1	10.8	10.6	10.2	10.0	9.59	9.24	9.12	9.03	8.88
7	16.2	12.4	10.9	10.0	9.52	9.16	8.89	8.68	8.38	8.18	7.75	7.42	7.31	7.22	7.08
8	14.7	11.0	9.60	8.81	8.30	7.95	7.69	7.50	7.21	7.01	6.61	6.29	6.18	6.09	5.95
11	12.2	8.91	7.60	6.88	6.42	6.10	5.86	5.68	5.42	5.24	4.86	4.55	4.44	4.36	4.23
21	9.83	6.89	5.73	5.09	4.68	4.39	4.18	4.01	3.77	3.60	3.24	2.95	2.84	2.75	2.61
40	8.83	6.07	4.98	4.37	3.99	3.71	3.51	3.35	3.12	2.95	2.60	2.30	2.18	2.09	1.93
60	.49	5.80	.73	.14	.76	.49	.29	.13	2.90	.74	.39	.08	1.96	1.86	.69
120	.18	.54	.50	3.92	.55	.29	.09	2.94	.71	.55	.19	1.87	.75	.64	.43
∞	7.88	.30	.28	.72	.35	.09	2.90	.74	.52	.36	.00	.67	.53	.40	.00