Zestaw 4 / Zmienna losowa dyskretna:

1. **(KI-2.44) Dana jest funkcja prawdopodobieństwa zmiennej losowej X:**

x_i	-5	-2	0	1	3	8
p_i	0.1	0.2	0.1	0.2	c	0.1

Wyznacz: a) stałą c; b) wykres funkcji prawdopodobieństwa; c) dystrybuantę; d) prawdopodobieństwa: $P(X = 1)$, $P(X = 2)$, $P(X < 3)$, $P(X < 2)$, $P(X \geq 0)$, $P(-2 < X < 3)$.

2. **Dana jest dystrybuanta zmiennej losowej X:**

x	$(-\infty, -2)$	$\langle -2, 1)$	$\langle 1, 3)$	$\langle 3, +\infty)$
$F(x)$	0	0.2	0.8	1

Znajdź jej rozkład prawdopodobieństwa.

3. **Zmienna losowa X ma funkcję pawdopodobieństwa postaci:**

x_i	-3	-1	3	5
p_i	0.1	0.2	0.5	0.2

Wyznaczyć funkcję prawdopodobieństwa zmiennej losowej U, jeśli: a) $U = 2X + 3$, b) $U = X^3$, c) $U = X^2 - 5$.

4. **Mamy trzy pociski i strzelamy tak długo aż trafimy lub wyczerpiemy pociski. Prawdopodobieństwo trafienia wynosi 0.7. Znaleźć funkcję rozkładu prawdopodobieństwa i wartość oczekiwaną liczby oddanych strzałów.**

5. **(RN 3.1.3) Koło ruletki w Las Vegas ma 38 pól oznaczonych jako: 0, 00, 1, 2, ... , 36. Pola 0 oraz 00 są zielone, natomiast połowa z pozostałych trzydziestu sześciu pól jest czerwona, a połowa czarna. Jeśli grający postawi dolara na czarne pole i to pole wypadnie, otrzymuje zwrot swego dolara, jak również dodatkową wygraną w postaci jednego dolara, a w przeciwnym razie traci postawionego dolara. Ile wynosi oczekiwana wygrana w takim systemie?**

6. **(RN 3.1.4) Automat do gry, tzw. 'jednoręki bandyta', ma trzy okienka, za każdym z kórych znajduje się obracający się dysk. Na każdym dysku umieszczone jest 10 obrazków różnych owoców, wśród których jest tylko jedna cytrynka. Wszystkie dyski są identyczne. Dyski te wprawiane są w ruch obrotowy i każdy z dysków zatrzymywany jest niezależnie w losowej pozycji. Automat wypłaca zlotówkę, jeśli w okienku, na dowolnej pozycji, pojawi się jedna cytrynka, 10 złotych za dwie i 100 złotych za trzy. W pozostałych przypadkach grający traci żeton, który uruchamia automat. Ile powinna wynosić cena takiego żetonu, aby zabawa była uczciwa?**

7. **(RN 3.1.12) Krew oddawaną w stacji krwiodawstwa można badać oddzielnie dla każdego krwiodawcy, co przy badaniu n próbek wymaga przeprowadzenia n oddzielnych analiz. Można jednak zmieszać krew od k dawców i ją zbadać. Jeśli spełnia warunki, to ta jedna analiza wystarcza dla całej grupy dawców. Jeśli wynik badania nie spełnia warunków, to trzeba przeprowadzić k oddzielnych badań, co daje łącznie $k + 1$ analiz. a) Jaka jest oczekiwana liczba $\langle m \rangle$ badań krwi dla grupy n osób, jeśli badanie będziemy prowadzili według podanego wyżej sposobu, jeśli typowo jedna osoba na N zgłaszających się do stacji krwiodawstwa cierpi na choroby, które wykluczają wykorzystanie jej krwi? b) Jaka jest optymalna wartość k_{opt} liczby k, jeśli N wynosi 50, i ile typowo będziemy musieli wykonać analiz?**