

## Zestaw 5 / zmienna losowa ciągła :

1. Znaleźć wartości parametrów  $A$  i  $B$ , dla których funkcja  $F(x)$  jest dystrybuantą zmiennej losowej:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq -1 \\ A + B \arcsin x & \text{dla } -1 < x < 1 \\ 1 & \text{dla } x \geq 1 \end{cases}$$

2. Zmienną losową jest kąt, jaki tworzy wskazówka zegara z odcinkiem łączącym środek zegara i pozycję 12. Określ funkcję gęstości i dystrybuantę rozkładu.
3. (RN 2.5.2) Zmienna losowa  $X$  opisana jest dystrybuantą:

$$F(x) = \frac{1}{\pi} \left( \arctan x + \frac{\pi}{2} \right)$$

- a) Ile wynosi prawdopodobieństwo zdarzenia opisanego warunkiem  $|x| \leq 1$ ?
- b) Naskicuj postać dystrybuanty oraz znajdź i naskicuj postać funkcji gęstości  $f(x)$ .
4. Czas bezawaryjnej pracy licznika opisuje funkcja gęstości:

$$f(t) = \frac{1}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad t > 0$$

- a) Przyjmując  $\tau = 2$  oblicz prawdopodobieństwo, że licznik zepsuje się pomiędzy  $t = 5$  a  $t = 10$ .
- b) Wyznaczyć dystrybuantę zmiennej losowej  $t$ .
- c) Obliczyć wartość przeciętną bezawaryjnego czasu pracy.
- d) Obliczyć prawdopodobieństwo, że bezawaryjny czas pracy wyniesie conajmniej dwie godziny.
- e) Obliczyć współczynnik asymetrii i spłaszczenia tego rozkładu.
- f) Obliczyć medianę.
5. (RN 2.6.2) Automat produkuje kulki o promieniu  $r$  opisanym rozkładem jednostajnym w przedziale od  $a$  do  $b$ . Znajdź rozkład objętości  $f(V)$  oraz powierzchni  $g(S)$  tych kulek. Naskicuj kształty tych rozkładów.
6. (RN 2.6.3) Stoimy nad morzem w miejscu, w którym brzeg ma kształt linii prostej. Wybieramy losowy kierunek, ale taki, który nie zaprowadzi nas do wody, i wykonujemy spacer na odcinku  $a$ . Jaki jest rozkład  $f(x; a)$  naszej odległości  $x$  od brzegu morza? Sprawdź czy rozkład ten jest poprawnie unormowany.
7. (RN 2.6.27) Znajdź prawdopodobieństwo  $P$  wystąpienia zespolonych pierwiastków równania kwadratowego dla  $t$ :  $t^2 - 2xt + y = 0$ , jeśli parametry  $x$  oraz  $y$  są niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie jednostajnym w przedziale  $[0, 1]$ .