

Zestaw 6 / dwuwymiarowa zmienna losowa :

1. Pewna fabryka produkuje prostokątne płytki ceramiczne. Zgodnie z przyjętymi założeniami technicznymi, płytki mają mieć długość w granicach 100 mm do 105 mm, a szerokość w granicach 40 mm do 45 mm. Zmierzone 150 płytek i otrzymano następujące wyniki.

| | | długość | | |
|-----------|---------|---------|---------|--------|
| | | dobra | wadliwa | ogółem |
| szerokość | dobra | 90 | 10 | 100 |
| | wadliwa | 30 | 20 | 50 |
| | ogółem | 120 | 30 | 150 |

Czy dane te wskazują na to, że długość produkowanych płytek jest niezależna od szerokości? Jakie powinny być liczby płytek dla każdej z czterech klas przyjmując, że wymiary szerokości i długości są niezależne.

2. (RN 3.3.3) Dwuwymiarowa dyskretna zmienna losowa (k,m) opisana jest rozkładem zadany w tabeli. Znajdź rozkłady brzegowe obu zmiennych losowych oraz ich wartości oczekiwane i dyspersje. Ile wynosi współczynnik korelacji między zmiennymi k oraz m ? Podaj postacie rozkładów warunkowych i znajdź dla tych rozkładów wartości oczekiwane i dyspersje. Oblicz także wartość oczekiwaną i dyspersję zmiennej losowej $n=2m+k^2$. Podaj postać rozkładu tej zmiennej.

| P_{mk} | | k | | |
|----------|---|-----|-----|-----|
| | | -1 | 0 | 1 |
| m | 0 | 0.1 | 0.2 | 0.0 |
| | 1 | 0.2 | 0.3 | 0.2 |

3. Łączna gęstość prawdopodobieństwa zmiennych losowych X i Y ma postać: $f(x, y) = y^2(xy^3 + 1)$ dla $0 \leq x \leq k$ oraz $0 \leq y \leq 1$. Znajdź: a) k , b) $P(X \leq Y)$ Czy zmienne X i Y są niezależne?
4. Łączna gęstość prawdopodobieństwa zmiennych losowych X i Y ma postać: $f(x, y) = 1/y$ dla $0 < x < y < 1$. Znajdź: a) $P(X + Y > 1/2)$, b) $P(Y > 2X)$, c) Czy zmienne X i Y są niezależne?
5. (RN 3.3.5) Para zmiennych losowych X oraz Y podlega rozkładowi:

$$f(x, y) \propto x + y \quad 0 \leq x \leq 1 \quad 0 \leq y \leq 1$$

Znajdź rozkłady brzegowe obu zmiennych losowych oraz ich wartości oczekiwane i dyspersje. Podaj postaci rozkładów warunkowych.