

## Zestaw 7 / Rozkłady prawdopodobieństwa:

1. Rzucamy sześcienną kostką do gry tak długo aż wypadnie sześć oczek. Zmienna losowa będąca ilością oddanych rzutów podlega rozkładowi geometrycznemu:  $P_k = (1 - p)^{k-1}p$  gdzie  $p = 1/6$ . Znajdź dystrybuantę oraz wartość oczekiwaną tego rozkładu.
2. Czas bezawaryjnej pracy licznika opisuje rozkład wykładniczy. Zakładając, że mamy dwa niezależnie działające liczniki, znajdź rozkład prawdopodobieństwa czasu bezawaryjnej pracy obu liczników (czyli rozkład zmiennej losowej  $V = \min(T_1, T_2)$ ). Jaka jest wartość oczekiwana tego rozkładu?
3. (RN 5.4.4) Sklep każdego dnia, w chwili otwarcia, ma stały zapas pewnego typu samochodów. Zakładamy, że liczba  $k$  kupujących w każdym dniu jest zmienną losową o rozkładzie Poissona  $\mathcal{P}_k(\mu)$ , o wartości parametru  $\mu = 2$ . Jak duży zapas powinien utrzymywać sklep, aby co najwyżej raz na 10 dni zabrakło tego typu samochodów?
4. (RN 5.4.5) W pączku wybranym losowo z partii stu, które wykonano z jednej porcji ciasta, nie znaleziono ani jednego rodzyńka. Oceń maksymalną liczbę rodzynek, które musiał wrzucić do ciasta cukiernik, aby zdarzenie takie mogło nastąpić z prawdopodobieństwem większym niż 99%.
5. (RN 5.4.6) Oceń minimalną liczbę  $n$  rodzynek, jaką musimy wrzucić do ciasta, z którego zrobimy 100 pączków, aby prawdopodobieństwo znalezienia przynajmniej jednego rodzyńka w losowo wybranym pączku było większe niż 99%.
6. Pomiary pewnej odległości  $x$  podlegają rozkładowi normalnemu  $\mathcal{N}(10, 2)$ . Jakie jest prawdopodobieństwo, że pojedynczy pomiar będzie miał wartość z przedziału pomiędzy 7 a 13? Jakie jest prawdopodobieństwo, że wartość będzie poza tym przedziałem?
7. Klub Żyraf AGH zrzesza studentów o ponad przeciętnym wzroście. Na AGH jest 2000 studentek, których wzrost można opisać rozkładem normalnym ze średnią 167 cm i odchyleniem standardowym 7 cm.
  - a) Początkowo ustalono, że warunkiem wstąpienia kobiety do Klubu jest wzrost 178 cm. Podaj w przybliżeniu liczbę kobiet, które będą mogły wstąpić do Klubu.
  - b) Postanowiono potem podwoić liczbę członkiń. Jaka powinna być nowa wymagana granica wzrostu?
8. (RN 5.5.4) Długość pudełka, do którego pakowane są wiertła, ma rozkład normalny z wartością centralną  $\mu_p = 50$  mm i dyspersją  $\sigma_p = 1.2$  mm. Ile wynosi prawdopodobieństwo  $P$ , że losowo wybrane wiertło zmieściło się w losowo wybranym pudełku, jeśli długości wiertel mają rozkład normalny z wartością centralną  $\mu_w = 49$  mm i dyspersją  $\sigma_w = 1.2$  mm?
9. (RN 5.5.8) Zmieszano w proporcji  $p : q$  ( $p + q = 1$ ) dwa gatunki ziaren fasoli. Rozkład długości ziaren każdego z gatunków jest normalny i określony przez wartości centralne  $\mu_1$  i  $\mu_2$  oraz dyspersje  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$ . Podaj rozkład  $f(x)$  długości  $x$  ziaren fasoli w mieszaninie. Znajdź wartość oczekiwaną i wariancję tego rozkładu.