

Zestaw 9 / Estymatory, metoda NW:

1. (RN 7.1.2) Dana jest próba prosta x_1, x_2, \dots, x_n danych z rozkładu jednostajnego określonego na przedziale $[a, b]$. Zaproponuj, korzystając z estymatorów wartości oczekiwanej oraz wariancji, estymatory krańców przedziału a oraz b . Czy są to estymatory nieobciążone?
2. (RN 7.2.3) Dysponujemy dwiema niezależnymi ocenami pewnego kąta θ : wartością c dla $\cos \theta$ i wartością s dla $\sin \theta$, przy czym obie oceny charakteryzują się rozkładem gaussowskim z tą samą, znaną dyspersją σ . Znajdź metodą największej wiarygodności estymator kąta θ oraz jego niepewność.
3. Pewnego dnia jeden ze sprzedawców w sklepie stwierdził, że pomiędzy godziną do sklepu przybyło dwóch klientów. Inny sprzedawca zauważył, że tego samego dnia pomiędzy godzinami 12:15 i 13:00 do sklepu przybył tylko jeden klient. Zakładając, że liczba klientów odwiedzających ten sklep może być opisana rozkładem Poissona z nieznanym parametrem λ (liczba klientów / godzinę), wykorzystaj obserwacje obu sprzedawców, do określenia metodą największej wiarygodności estymatora parametru λ i jego niepewność.
4. Zmienne losowe X_1, X_2, \dots, X_n mają rozkład o tej samej wartości oczekiwanej (μ) i wariancjach ($\sigma_i^2, i = 1, 2, \dots, n$). a) Wykaż, że estymatory postaci

$$T = \frac{\sum_1^n a_i X_i}{\sum_1^n a_i}$$

gdzie $a_i > 0$, są nieobciążonymi estymatorami parametru μ . b) Jak należy dobrać a_i , aby wariancja estymatora T była najmniejsza.

5. Metoda największej wiarygodności na podstawie n -elementowej próby prostej X_1, X_2, \dots, X_n znaleźć estymator parametru p rozkładu geometrycznego.