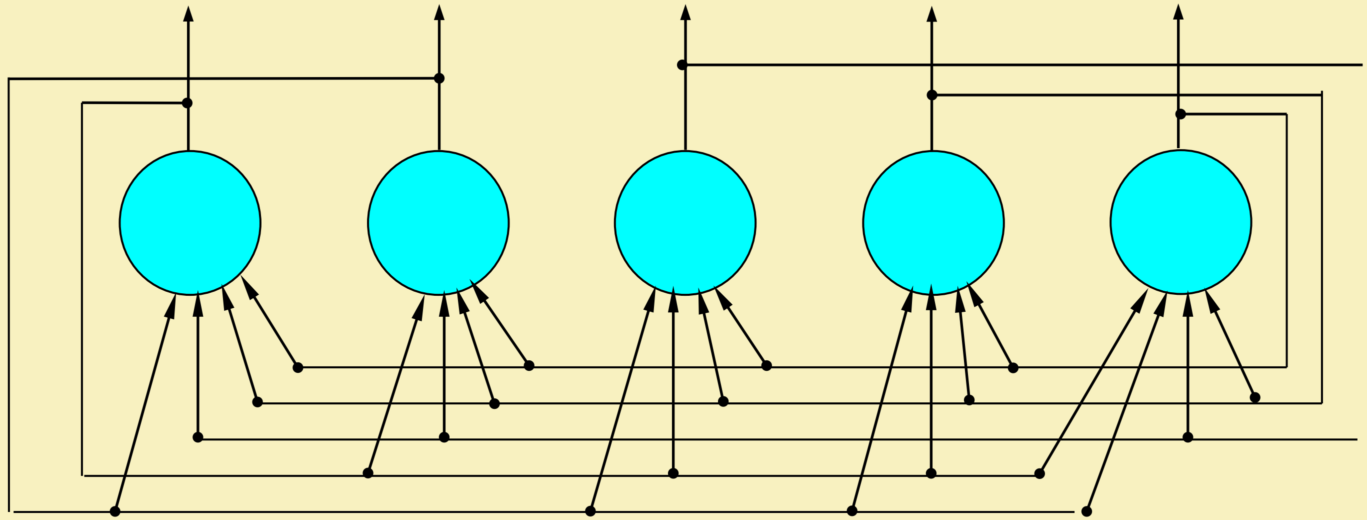
SIECI REKURENCYJNE

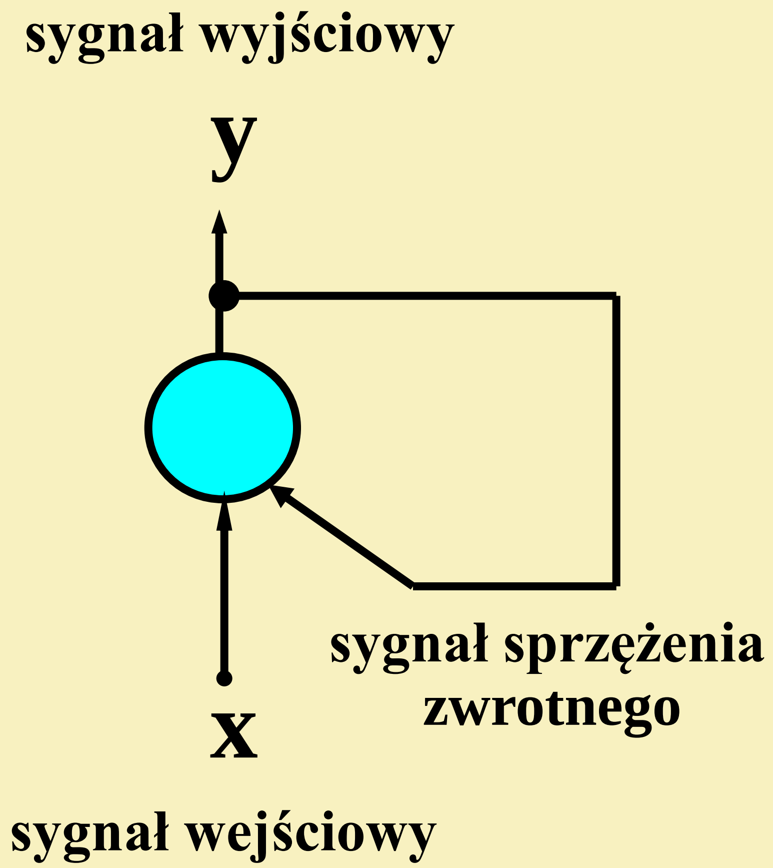


SIECI HOPFIELDA

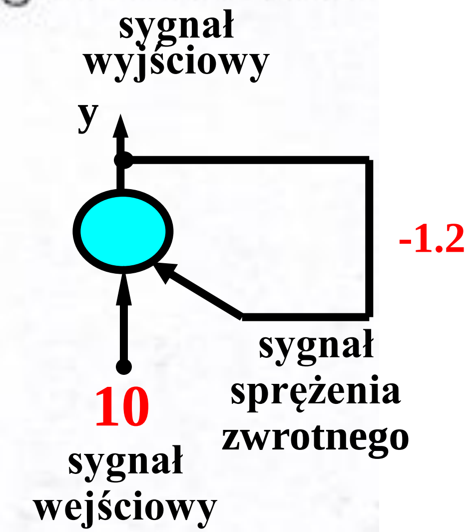
Joanna Grabska- Chrząstowska

Wykłady w dużej mierze przygotowane w oparciu o materiały i pomysły
PROF. RYSZARDA TADEUSIEWICZA

SPRZĘŻENIE ZWROTNE W NEURONIE LINIOWYM

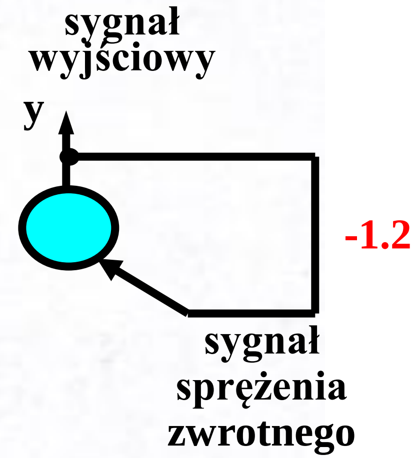


Opisana sieć istotnie wykazuje złożone formy dynamiki: po jednorazowym (impulsowym) podaniu sygnału na wejściu sieci - na jej wyjściu zapoczątkowany zostaje długotrwały proces, podczas którego sygnał wyjściowy zmienia się wielokrotnie, zanim osiągnie stan równowagi - jeśli go osiągnie



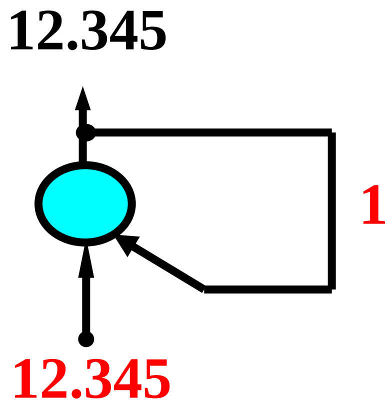

```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: -1.2
Podaj sygnal wejsciowy: 10

Start symulacji:

i =   1      y =     10.000     dalej?
i =   2      y =    -12.000     dalej?
i =   3      y =     14.400     dalej?
i =   4      y =    -17.280     dalej?
i =   5      y =     20.736     dalej?
i =   6      y =    -24.883     dalej?
i =   7      y =     29.860     dalej?
i =   8      y =    -35.832     dalej?
i =   9      y =     42.998     dalej?
i =  10      y =    -51.598     dalej?
i =  11      y =     61.917     dalej?
i =  12      y =    -74.301     dalej?
i =  13      y =     89.161     dalej?
i =  14      y =   -106.993     dalej?
i =  15      y =    128.392     dalej?
i =  16      y =   -154.070     dalej?
i =  17      y =    184.884     dalej?
i =  18      y =   -221.861     dalej?
```

Opisana sieć istotnie wykazuje złożone formy dynamiki: po jednorazowym (impulsowym) podaniu sygnału na wejściu sieci - na jej wyjściu zapoczątkowany zostaje długotrwały proces, podczas którego sygnał wyjściowy zmienia się wielokrotnie, zanim osiągnie stan równowagi - jeśli go osiągnie

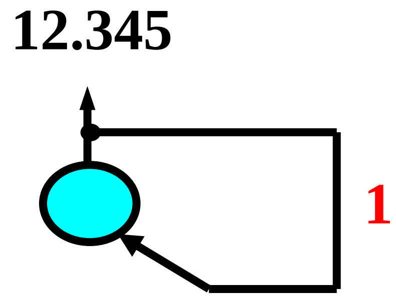



```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: -1.2
Podaj sygnal wejsciowy: 10

Start symulacji:

i =   1     y =      10.000     dalej?
i =   2     y =     -12.000     dalej?
i =   3     y =      14.400     dalej?
i =   4     y =     -17.280     dalej?
i =   5     y =      20.736     dalej?
i =   6     y =     -24.883     dalej?
i =   7     y =      29.860     dalej?
i =   8     y =     -35.832     dalej?
i =   9     y =      42.998     dalej?
i =  10     y =     -51.598     dalej?
i =  11     y =      61.917     dalej?
i =  12     y =     -74.301     dalej?
i =  13     y =      89.161     dalej?
i =  14     y =    -106.993     dalej?
i =  15     y =     128.392     dalej?
i =  16     y =    -154.070     dalej?
i =  17     y =     184.884     dalej?
i =  18     y =    -221.861     dalej?
```

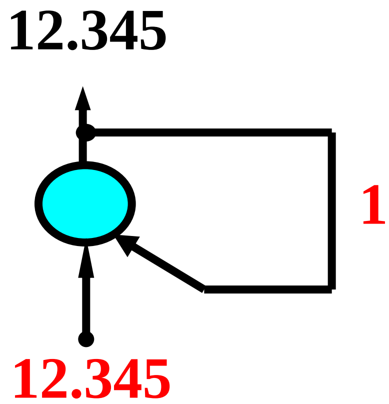
Równowaga w sieci może być osiągnięta (bez działającego sygnału wejściowego) jedynie w taki sposób, że sygnał wyjściowy po przemnożeniu przez wagę sprzężenia zwrotnego daje taki sam sygnał. Taki sygnał nazywamy ATRAKTOREM. Położenie atraktora jest związane z parametrami sieci. Dla współczynnika wagowego sprzężenia zwrotnego o wadze 1 każdy punkt jest atraktorem, natomiast dla dowolnej sieci stan równowagi uzyskujemy tylko wtedy, gdy sygnał wyjściowy ma wartość 0.




```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: 1
Podaj sygnal wejsciowy: 12.345

Start symulacji:

i =  1     y =     12.345    dalej?
i =  2     y =     12.345    dalej?
i =  3     y =     12.345    dalej?
i =  4     y =     12.345    dalej?
i =  5     y =     12.345    dalej?
i =  6     y =     12.345    dalej?
i =  7     y =     12.345    dalej?
i =  8     y =     12.345    dalej?
i =  9     y =     12.345    dalej?
i = 10     y =     12.345    dalej?
i = 11     y =     12.345    dalej?
i = 12     y =     12.345    dalej?
i = 13     y =     12.345    dalej?
i = 14     y =     12.345    dalej?
i = 15     y =     12.345    dalej?
i = 16     y =     12.345    dalej?
i = 17     y =     12.345    dalej?
```

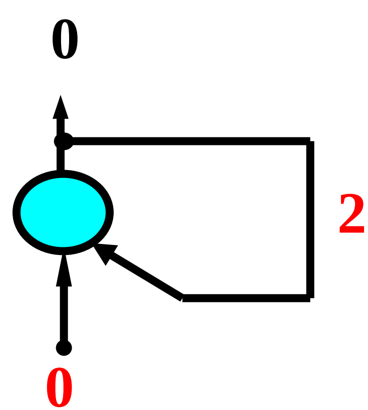


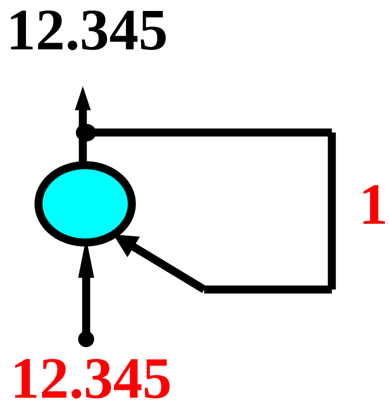

```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: 1
Podaj sygnal wejsciowy: 12.345

Start symulacji:

i =   1       y =       12.345     dalej?
i =   2       y =       12.345     dalej?
i =   3       y =       12.345     dalej?
i =   4       y =       12.345     dalej?
i =   5       y =       12.345     dalej?
i =   6       y =       12.345     dalej?
i =   7       y =       12.345     dalej?
i =   8       y =       12.345     dalej?
i =   9       y =       12.345     dalej?
i =  10       y =       12.345     dalej?
i =  11       y =       12.345     dalej?
i =  12       y =       12.345     dalej?
i =  13       y =       12.345     dalej?
i =  14       y =       12.345     dalej?
i =  15       y =       12.345     dalej?
i =  16       y =       12.345     dalej?
i =  17       y =       12.345     dalej?
```




```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: 1
Podaj sygnal wejsciowy: 12.345

Start symulacji:

i =  1    y =    12.345    dalej?
i =  2    y =    12.345    dalej?
i =  3    y =    12.345    dalej?
i =  4    y =    12.345    dalej?
i =  5    y =    12.345    dalej?
i =  6    y =    12.345    dalej?
i =  7    y =    12.345    dalej?
i =  8    y =    12.345    dalej?
i =  9    y =    12.345    dalej?
i = 10    y =    12.345    dalej?
i = 11    y =    12.345    dalej?
i = 12    y =    12.345    dalej?
i = 13    y =    12.345    dalej?
i = 14    y =    12.345    dalej?
i = 15    y =    12.345    dalej?
i = 16    y =    12.345    dalej?
i = 17    y =    12.345    dalej?
```

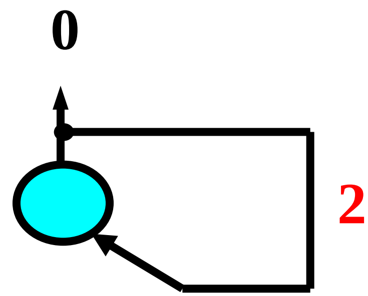
```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: 2
Podaj sygnal wejsciowy: 0

Start symulacji:

i =  1    y =     0.000    dalej?
i =  2    y =     0.000    dalej?
i =  3    y =     0.000    dalej?
i =  4    y =     0.000    dalej?
i =  5    y =     0.000    dalej?
i =  6    y =     0.000    dalej?
i =  7    y =     0.000    dalej?
i =  8    y =     0.000    dalej?
i =  9    y =     0.000    dalej?
i = 10    y =     0.000    dalej?
i = 11    y =     0.000    dalej?
i = 12    y =     0.000    dalej?
i = 13    y =     0.000    dalej?
i = 14    y =     0.000    dalej?
i = 15    y =     0.000    dalej?
i = 16    y =     0.000    dalej?
i = 17    y =     0.000    dalej?
```






```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: 2
Podaj sygnal wejsciowy: 0

Start symulacji:

i =   1      y =        0.000     dalej?
i =   2      y =        0.000     dalej?
i =   3      y =        0.000     dalej?
i =   4      y =        0.000     dalej?
i =   5      y =        0.000     dalej?
i =   6      y =        0.000     dalej?
i =   7      y =        0.000     dalej?
i =   8      y =        0.000     dalej?
i =   9      y =        0.000     dalej?
i =  10      y =        0.000     dalej?
i =  11      y =        0.000     dalej?
i =  12      y =        0.000     dalej?
i =  13      y =        0.000     dalej?
i =  14      y =        0.000     dalej?
i =  15      y =        0.000     dalej?
i =  16      y =        0.000     dalej?
i =  17      y =        0.000     dalej?
```

```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: 1
Podaj sygnal wejsciowy: 12.345

Start symulacji:

i =   1      y =       12.345     dalej?
i =   2      y =       12.345     dalej?
i =   3      y =       12.345     dalej?
i =   4      y =       12.345     dalej?
i =   5      y =       12.345     dalej?
i =   6      y =       12.345     dalej?
i =   7      y =       12.345     dalej?
i =   8      y =       12.345     dalej?
i =   9      y =       12.345     dalej?
i =  10      y =       12.345     dalej?
i =  11      y =       12.345     dalej?
i =  12      y =       12.345     dalej?
i =  13      y =       12.345     dalej?
i =  14      y =       12.345     dalej?
i =  15      y =       12.345     dalej?
i =  16      y =       12.345     dalej?
i =  17      y =       12.345     dalej?
```



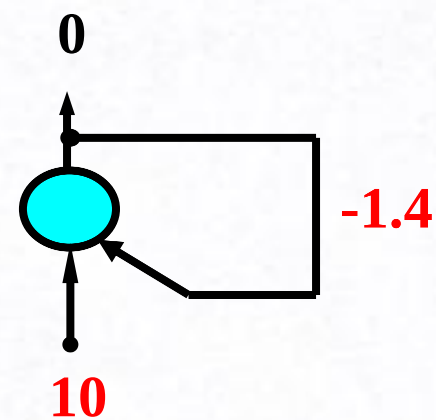
⇒ Jeśli wartość współczynnika wagi synaptycznej w obwodzie sprzężenia zwrotnego jest dodatnia (tak zwane dodatnie sprzężenie zwrotne) - przebiegi w systemie mają charakter aperiodyczny, to znaczy nie wykazują oscylacji - rys. 11.5. Warto zauważyć, że w systemie takim mogą występować procesy przebiegające wyłącznie w obrębie dodatnich wartości sygnałów (na lewym rysunku) albo wyłącznie w obszarze wartości ujemnych (na prawej części rysunku), przy czym typowo wartości dodatnie stają się w miarę upływu czasu coraz bardziej dodatnie, a ujemne - coraz bardziej ujemne - natomiast nie występują procesy, w których sygnały zmieniały by znak.

```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: 1.4
Podaj sygnal wejsciowy: 10

Start symulacji:

i =   1     y =      10.000    dalej?
i =   2     y =      14.000    dalej?
i =   3     y =      19.600    dalej?
i =   4     y =      27.440    dalej?
i =   5     y =      38.416    dalej?
i =   6     y =      53.782    dalej?
i =   7     y =      75.295    dalej?
i =   8     y =     105.413    dalej?
i =   9     y =     147.579    dalej?
i =  10     y =     206.610    dalej?
i =  11     y =     289.255    dalej?
i =  12     y =     404.956    dalej?
i =  13     y =     566.939    dalej?
i =  14     y =     793.715    dalej?
i =  15     y =    1111.200    dalej?
i =  16     y =    1555.681    dalej?
i =  17     y =    2177.953    dalej?
```

```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: 1.6
Podaj sygnal wejsciowy: -10

Start symulacji:

i =   1     y =      -10.000    dalej?
i =   2     y =      -16.000    dalej?
i =   3     y =      -25.600    dalej?
i =   4     y =      -40.960    dalej?
i =   5     y =      -65.536    dalej?
i =   6     y =     -104.858    dalej?
i =   7     y =     -167.772    dalej?
i =   8     y =     -268.435    dalej?
i =   9     y =     -429.497    dalej?
i =  10     y =     -687.195    dalej?
i =  11     y =    -1099.512    dalej?
i =  12     y =    -1759.219    dalej?
i =  13     y =    -2814.750    dalej?
i =  14     y =    -4503.601    dalej?
i =  15     y =    -7205.762    dalej?
i =  16     y =   -11529.219    dalej?
i =  17     y =   -18446.750    dalej?
```

Jeśli wartość współczynnika wagi synaptycznej w obwodzie sprzężenia zwrotnego jest ujemna (tak zwane ujemne sprzężenie zwrotne) - przebiegi w systemie mają charakter periodyczny, to znaczy wykazują oscylacje - rys. 11.6.

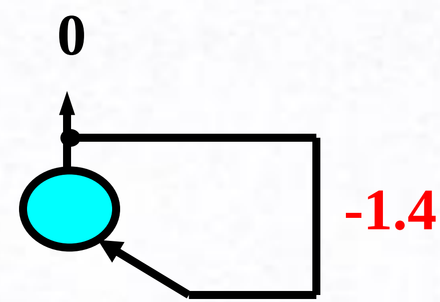
```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: -1.4
Podaj sygnal wejsciowy: 10

Start symulacji:

i =   1     y =      10.000    dalej?
i =   2     y =     -14.000    dalej?
i =   3     y =      19.600    dalej?
i =   4     y =     -27.440    dalej?
i =   5     y =      38.416    dalej?
i =   6     y =     -53.782    dalej?
i =   7     y =      75.295    dalej?
i =   8     y =    -105.413    dalej?
i =   9     y =     147.579    dalej?
i =  10     y =    -206.610    dalej?
i =  11     y =     289.255    dalej?
i =  12     y =    -404.956    dalej?
i =  13     y =     566.939    dalej?
i =  14     y =    -793.715    dalej?
i =  15     y =    1111.200    dalej?
i =  16     y =   -1555.681    dalej?
i =  17     y =    2177.953    dalej?
```



Typowy przebieg w systemie ze sprzężeniem zwrotnym ujemnym

Jeśli wartość współczynnika wagi synaptycznej w obwodzie sprzężenia zwrotnego jest ujemna (tak zwane ujemne sprzężenie zwrotne) - przebiegi w systemie mają charakter periodyczny, to znaczy wykazują oscylacje - rys. 11.6.

```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: -1.4
Podaj sygnal wejsciowy: 10

Start symulacji:

i =  1     y =     10.000    dalej?
i =  2     y =    -14.000    dalej?
i =  3     y =     19.600    dalej?
i =  4     y =    -27.440    dalej?
i =  5     y =     38.416    dalej?
i =  6     y =    -53.782    dalej?
i =  7     y =     75.295    dalej?
i =  8     y =   -105.413    dalej?
i =  9     y =    147.579    dalej?
i = 10     y =   -206.610    dalej?
i = 11     y =    289.255    dalej?
i = 12     y =   -404.956    dalej?
i = 13     y =    566.939    dalej?
i = 14     y =   -793.715    dalej?
i = 15     y =   1111.200    dalej?
i = 16     y =  -1555.681    dalej?
i = 17     y =   2177.953    dalej?
```



Typowy przebieg w systemie ze sprzężeniem zwrotnym ujemnym

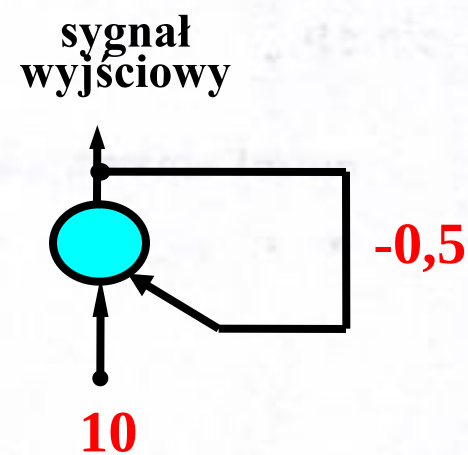
⇒ Jeśli **bezwzględna wartość** współczynnika wagi w sprzężeniu zwrotnym jest większa od pewnej ustalonej wartości, określanej jako **granica stabilności**, wówczas zarówno w systemie ze sprzężeniem zwrotnym ujemnym, jak i w systemie ze sprzężeniem zwrotnym dodatnim występują sygnały, których bezwzględne wartości bezustannie wzrastają (rys. 11.5 i 11.6). Zjawisko takie znane jest jako niestabilne zachowanie sieci. Jeśli jednak bezwzględna wartość współczynnika wagi w sprzężeniu zwrotnym jest mniejsza od tej ustalonej wartości - wówczas zarówno układ ze sprzężeniem zwrotnym dodatnim, jak i układ ze sprzężeniem zwrotnym ujemnym dąży do stanu równowagi (rys. 11.7).

```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: 0.5
Podaj sygnal wejsciowy: 10

Start symulacji:

i =   1      y =       10.000     dalej?
i =   2      y =        5.000     dalej?
i =   3      y =        2.500     dalej?
i =   4      y =        1.250     dalej?
i =   5      y =        0.625     dalej?
i =   6      y =        0.313     dalej?
i =   7      y =        0.156     dalej?
i =   8      y =        0.078     dalej?
i =   9      y =        0.039     dalej?
i =  10      y =        0.020     dalej?
i =  11      y =        0.010     dalej?
i =  12      y =        0.005     dalej?
i =  13      y =        0.002     dalej?
i =  14      y =        0.001     dalej?
i =  15      y =        0.001     dalej?
i =  16      y =        0.000     dalej?
i =  17      y =        0.000     dalej?
```

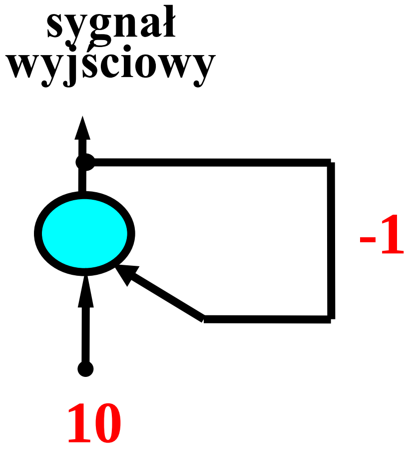
```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: -0.4
Podaj sygnal wejsciowy: 10

Start symulacji:

i =   1      y =       10.000     dalej?
i =   2      y =       -4.000     dalej?
i =   3      y =        1.600     dalej?
i =   4      y =       -0.640     dalej?
i =   5      y =        0.256     dalej?
i =   6      y =       -0.102     dalej?
i =   7      y =        0.041     dalej?
i =   8      y =       -0.016     dalej?
i =   9      y =        0.007     dalej?
i =  10      y =       -0.003     dalej?
i =  11      y =        0.001     dalej?
i =  12      y =       -0.000     dalej?
i =  13      y =        0.000     dalej?
i =  14      y =       -0.000     dalej?
i =  15      y =        0.000     dalej?
i =  16      y =       -0.000     dalej?
i =  17      y =        0.000     dalej?
```

⇒ Sygnał wejściowy może także być podawany do sieci przez cały czas trwania symulacji (program daje taką możliwość, wystarczy usunięcie jednej wskazane w jego tekście instrukcji). W takim przypadku równowaga też może być osiągana, ale wartość sygnału wyjściowego, dla którego proces się stabilizuje jest wtedy inna i oczywiście zależna od wartości podanego sygnału wejściowego.

```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: -0.5
Podaj sygnal wejsciowy: 10

Start symulacji:

i =   1     y =     10.000     dalej?
i =   2     y =      5.000     dalej?
i =   3     y =      7.500     dalej?
i =   4     y =      6.250     dalej?
i =   5     y =      6.875     dalej?
i =   6     y =      6.563     dalej?
i =   7     y =      6.719     dalej?
i =   8     y =      6.641     dalej?
i =   9     y =      6.680     dalej?
i =  10     y =      6.660     dalej?
i =  11     y =      6.670     dalej?
i =  12     y =      6.665     dalej?
i =  13     y =      6.667     dalej?
i =  14     y =      6.666     dalej?
i =  15     y =      6.667     dalej?
i =  16     y =      6.667     dalej?
i =  17     y =      6.667     dalej?
```

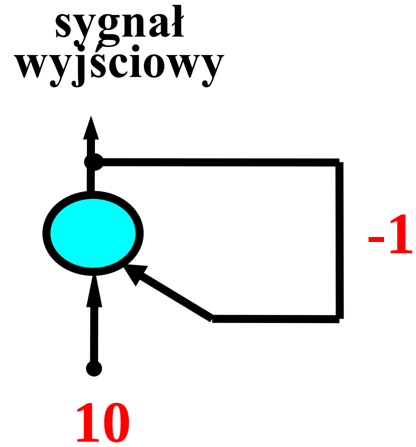


```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: -1
Podaj sygnal wejsciowy: 10  (cały czas)

Start symulacji:

i =   1     y =     10.000     dalej?
i =   2     y =      0.000     dalej?
i =   3     y =     10.000     dalej?
i =   4     y =      0.000     dalej?
i =   5     y =     10.000     dalej?
i =   6     y =      0.000     dalej?
i =   7     y =     10.000     dalej?
i =   8     y =      0.000     dalej?
i =   9     y =     10.000     dalej?
i =  10     y =      0.000     dalej?
i =  11     y =     10.000     dalej?
i =  12     y =      0.000     dalej?
i =  13     y =     10.000     dalej?
i =  14     y =      0.000     dalej?
i =  15     y =     10.000     dalej?
i =  16     y =      0.000     dalej?
i =  17     y =     10.000     dalej?
```



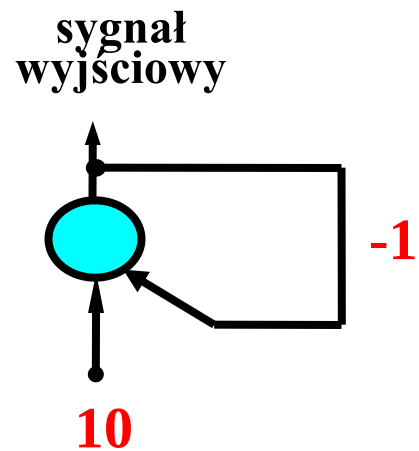
```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: -1
Podaj sygnal wejsciowy: 10
```
(cały czas)

```
Start symulacji:

i =   1      y =      10.000     dalej?
i =   2      y =       0.000     dalej?
i =   3      y =      10.000     dalej?
i =   4      y =       0.000     dalej?
i =   5      y =      10.000     dalej?
i =   6      y =       0.000     dalej?
i =   7      y =      10.000     dalej?
i =   8      y =       0.000     dalej?
i =   9      y =      10.000     dalej?
i =  10      y =       0.000     dalej?
i =  11      y =      10.000     dalej?
i =  12      y =       0.000     dalej?
i =  13      y =      10.000     dalej?
i =  14      y =       0.000     dalej?
i =  15      y =      10.000     dalej?
i =  16      y =       0.000     dalej?
i =  17      y =      10.000     dalej?
```

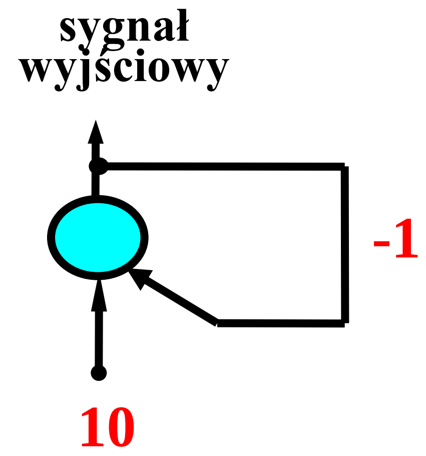



```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: -1
Podaj sygnal wejsciowy: 10
```
(tylko na początku)

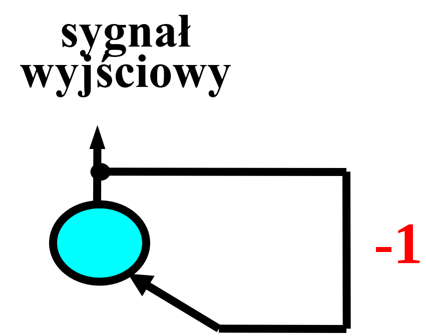
```
Start symulacji:

i =   1      y =      10.000     dalej?
i =   2      y =     -10.000     dalej?
i =   3      y =      10.000     dalej?
i =   4      y =     -10.000     dalej?
i =   5      y =      10.000     dalej?
i =   6      y =     -10.000     dalej?
i =   7      y =      10.000     dalej?
i =   8      y =     -10.000     dalej?
i =   9      y =      10.000     dalej?
i =  10      y =     -10.000     dalej?
i =  11      y =      10.000     dalej?
i =  12      y =     -10.000     dalej?
i =  13      y =      10.000     dalej?
i =  14      y =     -10.000     dalej?
i =  15      y =      10.000     dalej?
i =  16      y =     -10.000     dalej?
i =  17      y =      10.000     dalej?
```



```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: -1
Podaj sygnal wejsciowy: 10  (cały czas)

Start symulacji:

i =   1      y =      10.000     dalej?
i =   2      y =       0.000     dalej?
i =   3      y =      10.000     dalej?
i =   4      y =       0.000     dalej?
i =   5      y =      10.000     dalej?
i =   6      y =       0.000     dalej?
i =   7      y =      10.000     dalej?
i =   8      y =       0.000     dalej?
i =   9      y =      10.000     dalej?
i =  10      y =       0.000     dalej?
i =  11      y =      10.000     dalej?
i =  12      y =       0.000     dalej?
i =  13      y =      10.000     dalej?
i =  14      y =       0.000     dalej?
i =  15      y =      10.000     dalej?
i =  16      y =       0.000     dalej?
i =  17      y =      10.000     dalej?
```

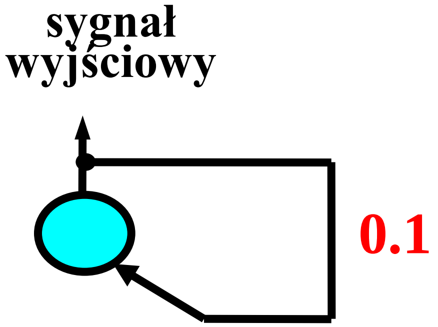



```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: -1
Podaj sygnal wejsciowy: 10  (tylko na początku)

Start symulacji:

i =   1      y =      10.000     dalej?
i =   2      y =     -10.000     dalej?
i =   3      y =      10.000     dalej?
i =   4      y =     -10.000     dalej?
i =   5      y =      10.000     dalej?
i =   6      y =     -10.000     dalej?
i =   7      y =      10.000     dalej?
i =   8      y =     -10.000     dalej?
i =   9      y =      10.000     dalej?
i =  10      y =     -10.000     dalej?
i =  11      y =      10.000     dalej?
i =  12      y =     -10.000     dalej?
i =  13      y =      10.000     dalej?
i =  14      y =     -10.000     dalej?
i =  15      y =      10.000     dalej?
i =  16      y =     -10.000     dalej?
i =  17      y =      10.000     dalej?
```



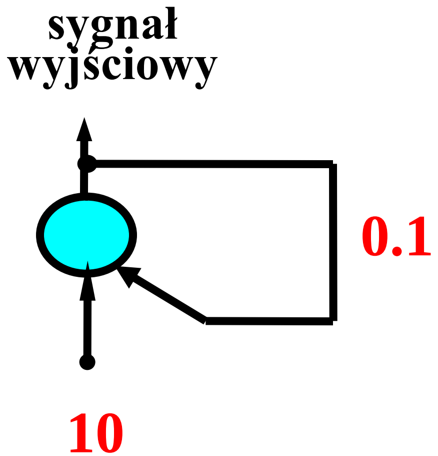
```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: 0.1
Podaj sygnal wejsciowy: 10
```
(tylko na początku)

```
Start symulacji:

i =   1    y =   10.000   dalej?
i =   2    y =    1.000   dalej?
i =   3    y =    0.100   dalej?
i =   4    y =    0.010   dalej?
i =   5    y =    0.001   dalej?
i =   6    y =    0.000   dalej?
i =   7    y =    0.000   dalej?
i =   8    y =    0.000   dalej?
```



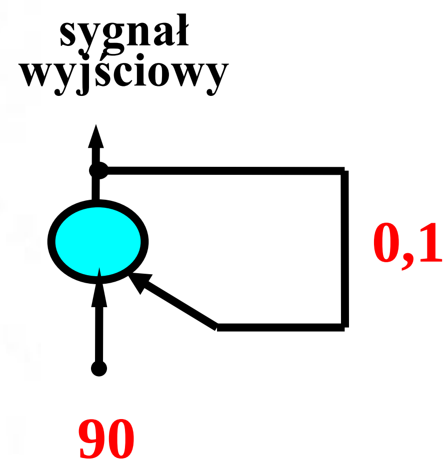

```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: 0.1
Podaj sygnal wejsciowy: 10
```
(przez cały czas)

```
Start symulacji:

i =   1    y =   10.000   dalej?
i =   2    y =   11.000   dalej?
i =   3    y =   11.100   dalej?
i =   4    y =   11.110   dalej?
i =   5    y =   11.111   dalej?
i =   6    y =   11.111   dalej?
i =   7    y =   11.111   dalej?
i =   8    y =   11.111   dalej?
i =   9    y =   11.111   dalej?
i =  10    y =   11.111   dalej?
i =  11    y =   11.111   dalej?
i =  12    y =   11.111   dalej?
```



```
Podaj wage sprzezenia zwrotnego: 0.1
Podaj sygnal wejsciowy: 90
```
(przez cały czas)

```
Start symulacji:

i =  1     y =     90.000    dalej?
i =  2     y =     99.000    dalej?
i =  3     y =     99.900    dalej?
i =  4     y =     99.990    dalej?
i =  5     y =     99.999    dalej?
i =  6     y =    100.000    dalej?
i =  7     y =    100.000    dalej?
i =  8     y =    100.000    dalej?
i =  9     y =    100.000    dalej?
i = 10     y =    100.000    dalej?
i = 11     y =    100.000    dalej?
i = 12     y =    100.000    dalej?
i = 13     y =    100.000    dalej?
i = 14     y =    100.000    dalej?
i = 15     y =    100.000    dalej?
```

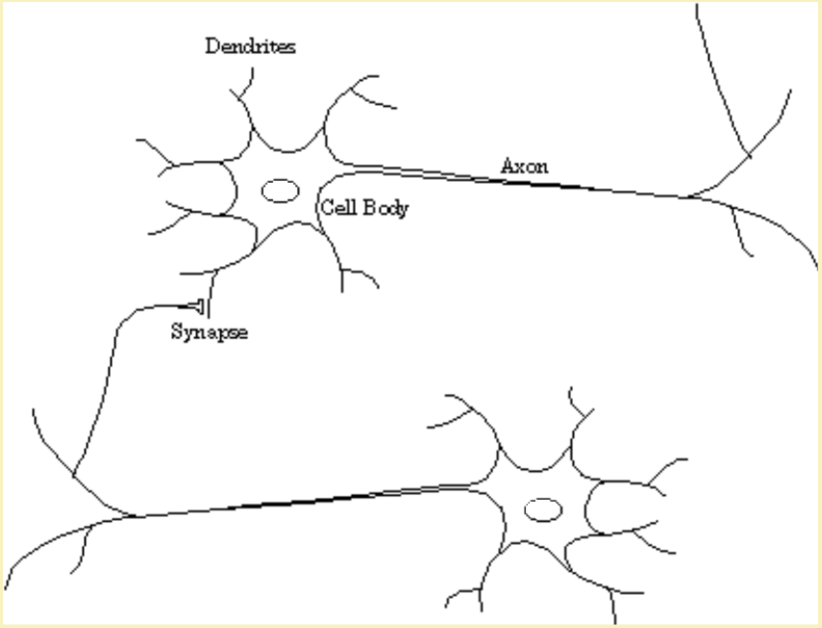


WNIOSKI

Przebieg sygnałów wejściowych w sieci ze sprzężeniem zwrotnym może wykazywać dwojakiego rodzaju zmienność: jeśli współczynnik wagi sprzężenia zwrotnego jest dodatni (tzw. **dodatnie sprzężenie zwrotne**) to sygnał zmienia się jednokierunkowo (**aperiodycznie**), natomiast przy ujemnym współczynniku wagi sprzężenia zwrotnego (sprzężenie zwrotne ujemne, zwane też **regulacyjnym**) pojawiają się **oscylacje** (sygnał na wyjściu przyjmuje na przemian wartości mniejsze i większe, często wręcz dodatnie i ujemne). Gdyby neuron był nieliniowy możliwa byłaby jeszcze jedna forma zachowania systemu, a mianowicie **chaotyczne błądzenie** sygnałów ze wszystkimi cudeńkami towarzyszącym współczesnej teorii chaosu ("efekt motyla", dziwne atraktory, fraktale, zbiory Mandelbrotta itd.)

Reguła Hebba

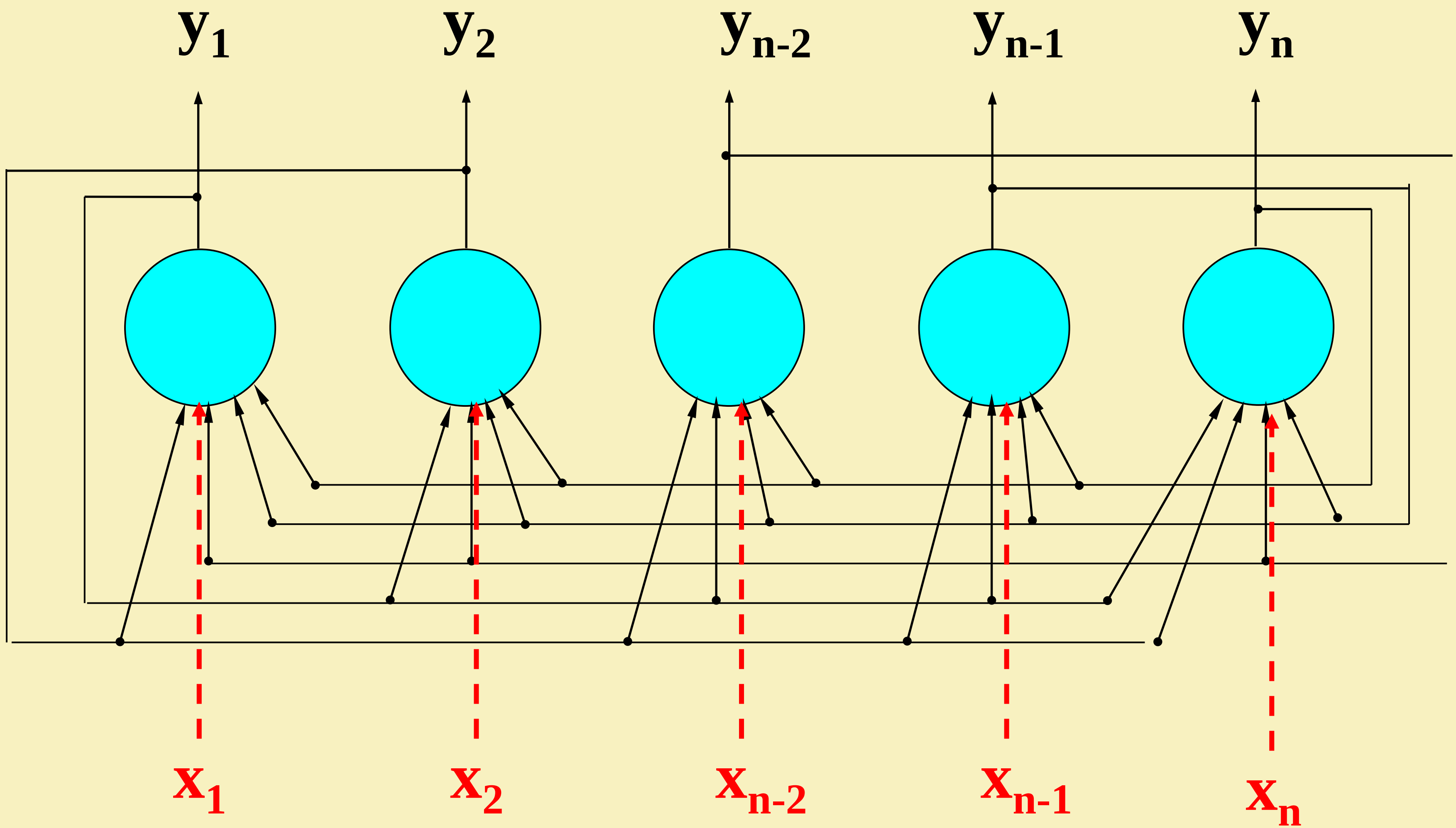
"Kiedy akson komórki *A* jest dostatecznie blisko by pobudzić komórkę *B* i wielokrotnie w sposób trwały bierze udział w jej pobudzaniu, procesy wzrostu lub zmian metabolicznych zachodzą w obu komórkach tak, że sprawność neuronu *A* jako jednej z komórek pobudzających *B*, wzrasta."



D. O. Hebb, 1949

SIEĆ HOPFIELDA

BUDOWA



TRZY WARUNKI STABILNOŚCI W SIECI HOPFIELDA

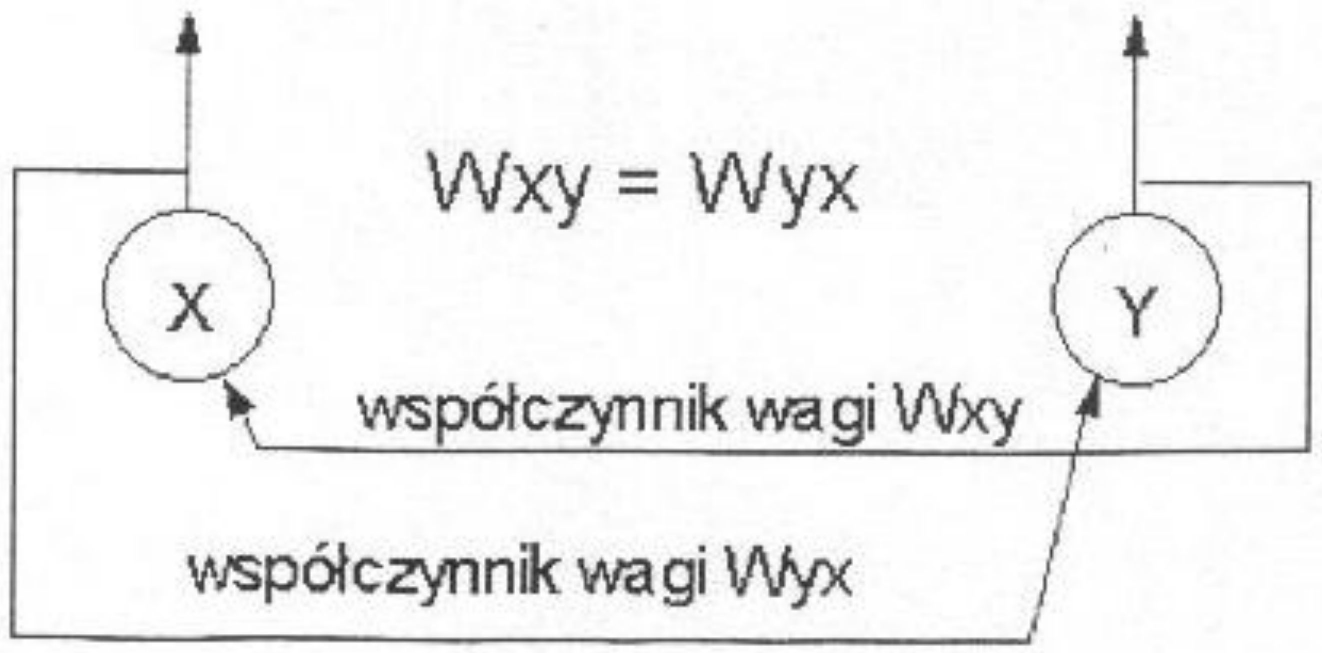
Stabilność procesów w sieci Hopfielda osiągnięto dzięki zastosowaniu trzech prostych zabiegów:

⇒ wprowadzono bardzo regularną (i prostą do realizacji zarówno w formie programu komputerowego, jak i w postaci specjalizowanych układów elektronicznych lub optoelektronicznych) strukturę wewnętrzną sieci, polegającą na tym, że w całej sieci neurony są łączone na zasadzie "każdy z każdym";

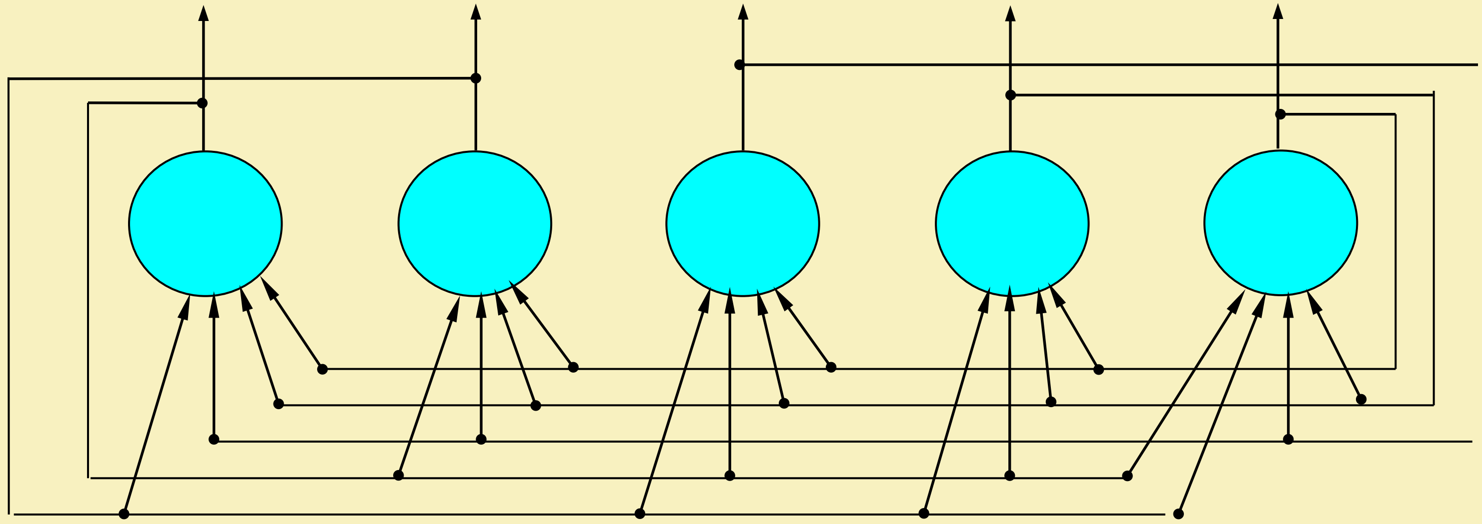
⇒ zabroniono sprzężeń zwrotnych obejmujących pojedynczy neuron. Oznacza to, że sygnał wyjściowy z danego neuronu nie może być bezpośrednio podawany na jego wejście, co jak może zauważyłeś jest przestrzegane w strukturze sieci pokazanej na rysunku 11.9. Zauważ, że nie wyklucza to sytuacji, że sygnał wyjściowy z danego neuronu wpływa na swoją własną wartość w przyszłości, ponieważ możliwe jest sprzężenie zwrotne poprzez dodatkowe neurony pośredniczące, jednak wpływ tych dodatkowych jest zdecydowanie stabilizujący;

TRZY WARUNKI STABILNOŚCI W SIECI HOPFIELDA

⇒ wprowadzane współczynniki wagowe muszą być symetryczne - to znaczy jeśli połączenie od neuronu o numerze x do neuronu o numerze y charakteryzuje się pewnym współczynnikiem wagi w, to dokładnie taką samą wartość w ma współczynnik wagowy połączenia biegnącego od neuronu o numerze y do neuronu o numerze x

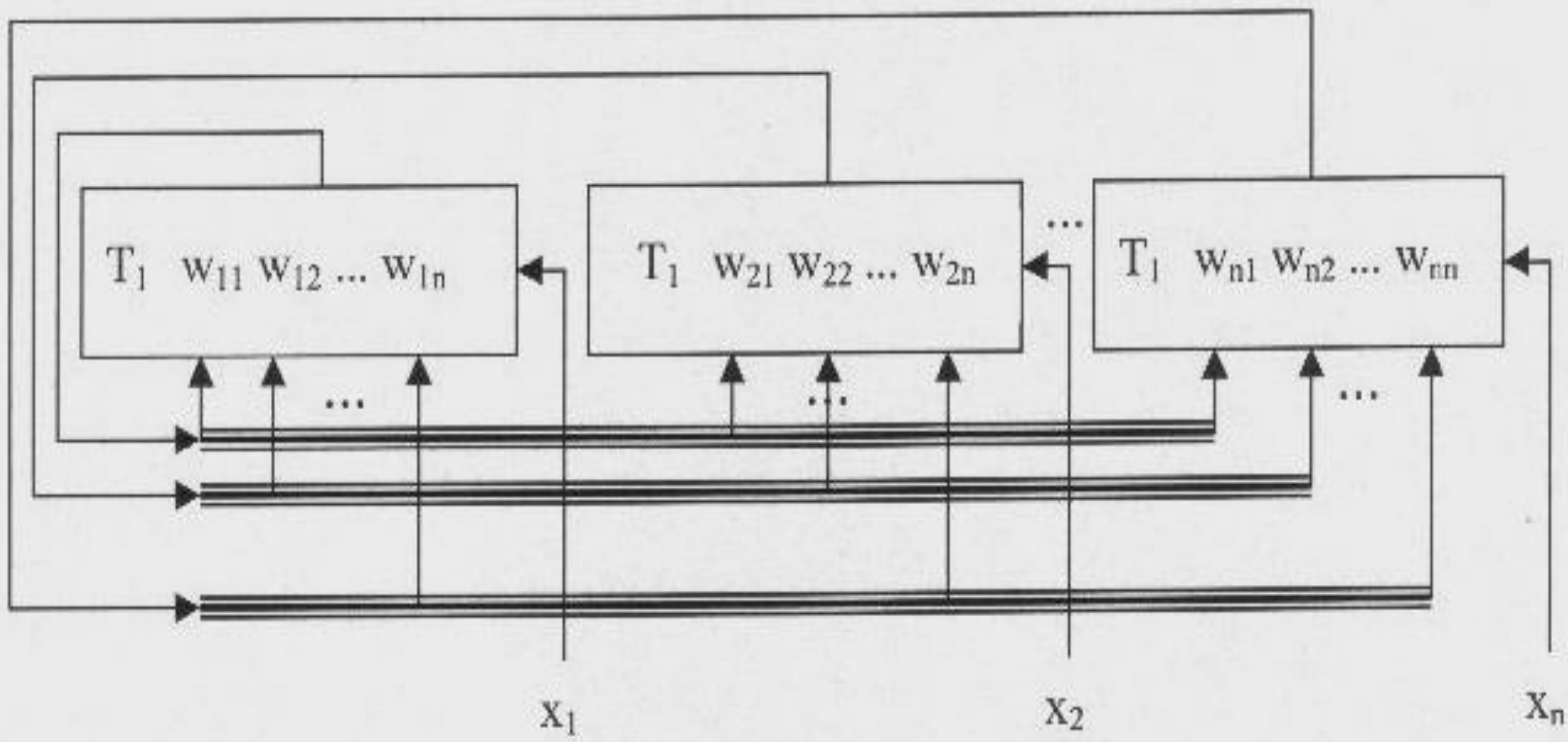


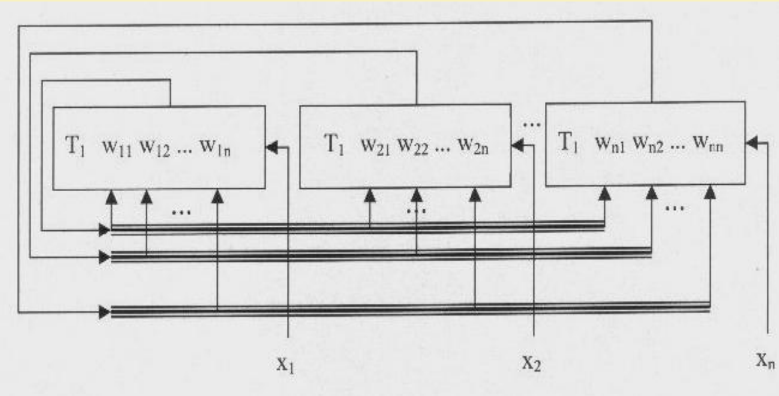
SIEĆ HOPFIELDA



- Połączenia „każdy z każdym”
- Brak sprzężeń zwrotnych do samego siebie
- Symetryczna macierz wag

BUDOWA SIECI HOPFIELDA





BUDOWA SIECI HOPFIELDA

$$\mathbf{e} = \mathbf{W}\,\mathbf{y} + \mathbf{x} - \mathbf{T}$$

gdzie

$\boldsymbol{x} = [x_1, x_2, \ldots, x_n]^t$ wektor wejściowy

$\boldsymbol{y} = [y_1, y_2, \ldots, y_n]^t$ wektor wyjściowy

$$W = \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & \ldots & w_{12} \\ w_{21} & 0 & \ldots & w2n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \ldots & 0 \end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{T} = [T_1, T_2, \ldots, T_n]^t$ próg

$$y_i^{(k+1)} = \mathrm{sgn}\,(\mathbf{w}_i^{\,t}\,\mathbf{y}^{(j)} + x_i - T_i) \qquad k = 1,2,\ldots,$$

$$\boldsymbol{y}^{(k+1)} = \Gamma\,[W\,\boldsymbol{y}^{(j)} + \boldsymbol{x} - \boldsymbol{T}] \qquad k = 1,2,\ldots,$$

POJĘCIE FUNKCJI ENERGETYCZNEJ

Stany równowagi

$$E \overset{def}{=} -\frac{1}{2}\sum_{\substack{i,j=\\ j\neq i1}}^{n} w_{ij} y_i y_j - \sum_{i=1}^{n} x_i y_i + \sum_{j=1}^{n} T_i y_i$$

$E = -1/2\, y^t \boldsymbol{W} \boldsymbol{y} - \boldsymbol{x}^t \boldsymbol{y} + \boldsymbol{T}^t \boldsymbol{y}$ funkcja energetyczna

Zmiany funkcji E w zależności od Δy_i

$$\nabla E = -\frac{1}{2}\left(W^t + W\right)y - x + T$$

gradient energii względem wektora wyjściowego

przy symetrii macierzy **W**

$$\nabla E = -\mathbf{W}y - \mathbf{x} + \mathbf{T}$$

tylko i-ta składowa gradientu jest niezerowa więc

$$\Delta E = \left(\nabla E\right)^t \Delta\mathbf{y} = (\mathbf{w}_i^t \mathbf{y} - x_i + T_i)\Delta y_i = -e_i \Delta y$$

POJĘCIE FUNKCJI ENERGETYCZNEJ

$$y^{(k+1)} = \Gamma[W y^{(j)} + x - T] \qquad k = 1,2,..., \tag{1}$$

$$\Delta E = (\nabla E)^t \Delta \mathbf{y} = (\mathbf{w}_i^t \mathbf{y} - x_i + T_i)\Delta y_i = -e_i \Delta y \tag{2}$$

Ze wzoru (1) wynika, że zmiana $\mathbf{y_i}$, o ile zachodzi, ma zawsze znak identyczny
ze znakiem łącznego pobudzenia $\mathbf{e_i}$, więc iloczyn $-\mathbf{e_i}\ \Delta\mathbf{y_i}$ jest zawsze nieujemny. Zmiana energii podczas aktualizacji wyjść jest zatem zawsze niedodatnia.

METODY WYKORZYSTUJĄCE JEDNOKROTNĄ PREZENTACJĘ WZORCÓW

Metoda Hebba

$$t_{ij}^{s} = \begin{cases} 0 & dla \quad i = j \\ \dfrac{1}{N} \sum\limits_{s=1}^{M} x_i^s x_j^s & dla \quad i \neq j \end{cases}$$

gdzie:

i, **j** = 1,...,N

s = 1, ..., M

N – liczba bitów w obrazie wzorcowym

M – liczba wektorów wzorcowych

$\mathbf{t_{ij}^{s}}$ – waga połączenia wyjścia j-tego neuronu z wejściem i-tego neuronu przy prezentacji s-tego obrazu wzorcowego.

METODY WYKORZYSTUJĄCE JEDNOKROTNĄ PREZENTACJĘ WZORCÓW

Metoda Hebba

$$T = 1/N\,(X\,X^T - M\,I)$$

gdzie:

T – macierz połączeń wagowych o wymiarze NxN

I – macierz jednostkowa odpowiedniego wymiaru

X składa się z M wektorów bazowych zapisanych kolumnowo

$$X = [\,X^1, \ldots, X^M]$$

METODY WYKORZYSTUJĄCE JEDNOKROTNĄ PREZENTACJĘ WZORCÓW

Metoda Hebba dla wzorców unipolarnych

$$t_{ij}^{s} = \begin{cases} 0 & dla \quad i = j \\ \frac{1}{N} \sum_{s=1}^{M} (2x_i^s - 1)(2x_j^s - 1) & dla \quad i \neq j \end{cases}$$

Na przykład:

dla zbioru wzorców:

X = { [1, 0,1, 1], [0, 0, 1, 1], [0, 1, 1, 0]

macierz T = ¼ $\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

METODY WYKORZYSTUJĄCE JEDNOKROTNĄ PREZENTACJĘ WZORCÓW

Metoda Hebba w wersji iteracyjnej

$$t_{ij}^{s} = \begin{cases} 0 & dla \quad s = 0 \\ 0 & dla \quad i = j \\ t_{ij}^{s-1} + \frac{1}{N} x_i^s x_j^s & dla \quad i \neq j \end{cases}$$

gdzie:

i, **j** = 1,...,N
s = 1, ..., M
N – liczba bitów w obrazie wzorcowym
M – liczba wektorów wzorcowych
T – macierz połączeń wagowych o wymiarze NxN
$\mathbf{t_{ij}^{s}}$ – waga połączenia wyjścia j-tego neuronu z wejściem i-tego neuronu przy prezentacji s-tego obrazu wzorcowego.

METODY WYKORZYSTUJĄCE JEDNOKROTNĄ PREZENTACJĘ WZORCÓW

Metoda wzajemnych ograniczeń

W tej metodzie do podstawowej reguły Hebba dodaje się składnik „odpychający”:

$$t_{ij} = \begin{cases} \sum_{s=1}^{M} x_i^s x_j^s - \lambda \sum_{p \neq s}^{M} x_i^p x_j^s & dla\ i \neq j \\ 0 & dla\ i = j \end{cases}$$

gdzie λ > 0 jest ustalonym parametrem.

METODY WYKORZYSTUJĄCE WIELOKROTNĄ PREZENTACJĘ WZORCÓW

Reguła rzutowania Δ

ma w iteracji t następującą postać:

$$T^{k}(t) = T^{k-1}(t) + \frac{\eta}{N}\left[X^{k} - T^{k-1}(t)X^{k}\right]\left[X^{k}\right]^{T}$$

$t = 1,2,\ldots, t \le t_{\max}$ z warunkiem początkowym $T^0(1)=0$

η jest stałą uczenia z zakresu [0.7, 0.9],

k – indeks prezentowanego wzorca.

METODY WYKORZYSTUJĄCE WIELOKROTNĄ PREZENTACJĘ WZORCÓW

Zmodyfikowana reguła perceptronu

Wartości wag t_{ij} macierzy T po prezentacji wzorca X^k są następujące:

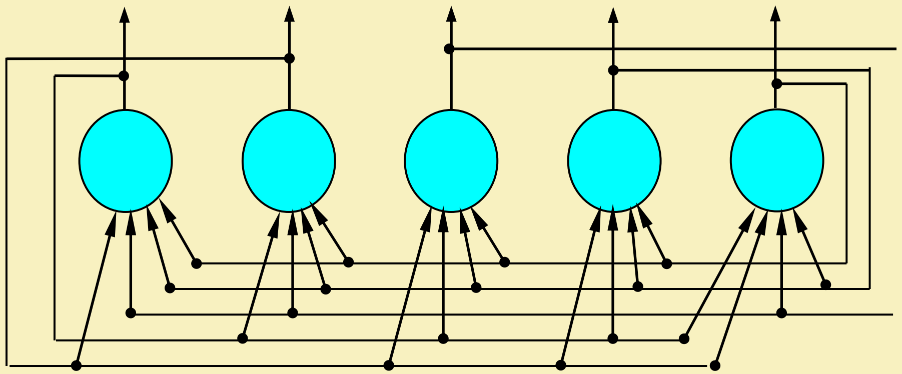
$$t_{ij}(t+1) = t_{ji}(t+1) =$$

$$= t_{ij}(t) + \frac{\eta}{2}\left[\left(x_i^k - y_i^k\right)x_j^k + \left(x_j^k - y_j^k\right)x_i^k\right]$$

Metoda ta powstała na bazie metody uczenia perceptronu poszerzonej o warunek symetrii wag opartej na wyliczaniu średniej z odpowiadających sobie wag. Tak zdefiniowana reguła perceptronu ma wiele wspólnych cech z zasadą Hebba ale różni się tym, że w procesie uczenia dodano do niej składnik bieżącej korekcji błędów.

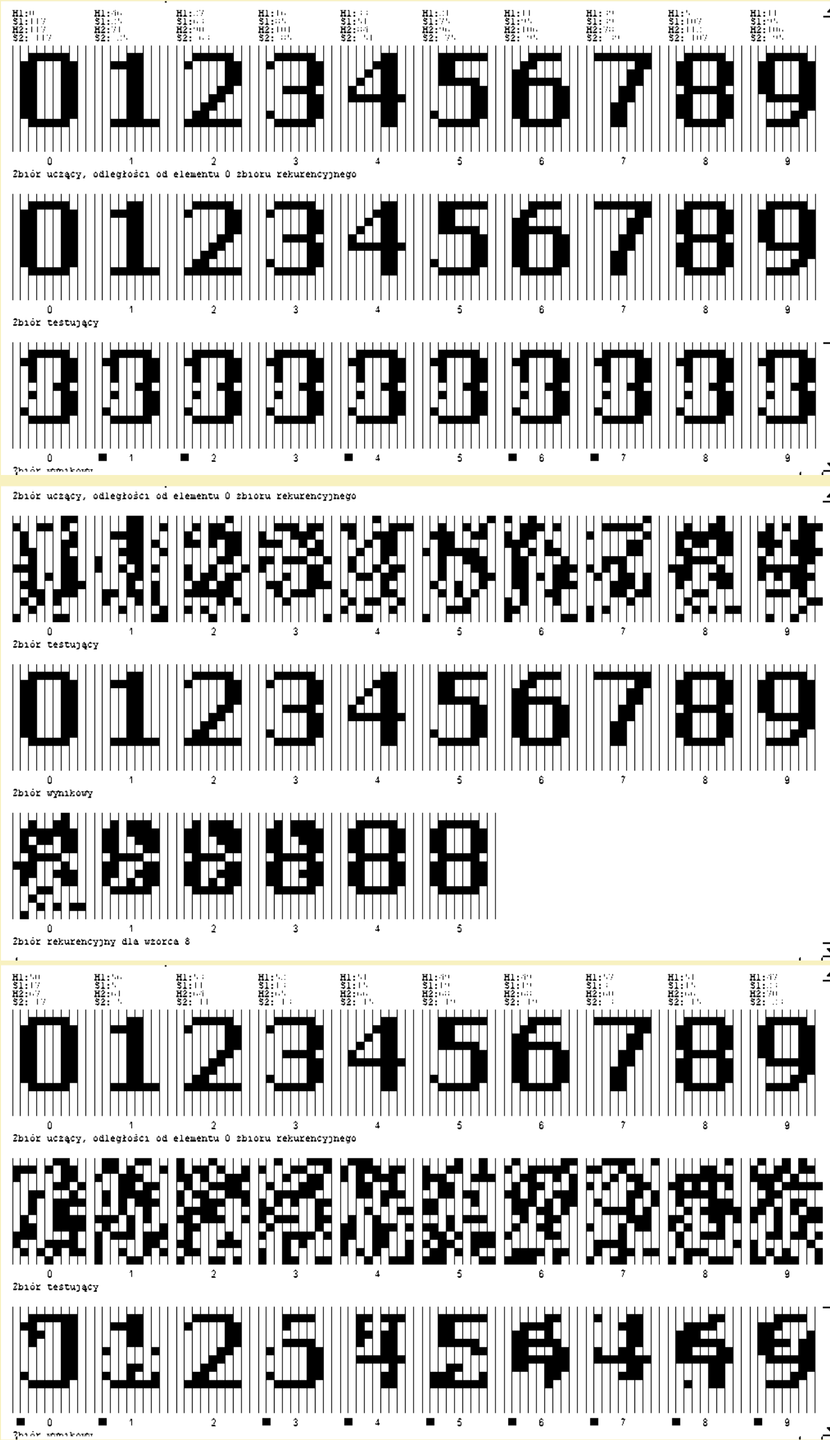
SIEĆ HOPFIELDA JAKO PAMIĘĆ SKOJARZENIOWA

Tego typu sieci mogą działać jako **pamięć autoasocjacyjna**, czyli rozpoznają wzorce, którymi były uczone.



Wykorzystanie takiej pamięci polega na tym, że potrafi ona odtworzyć obraz na podstawie obrazu silnie zniekształconego lub zakłóconego.

CYFRY



REGUŁA HEBBA

OBRAZY WZORCÓW

0 % ZAKŁÓCEŃ

ZŁE ODTWORZENIE

REGUŁA RZUTOWANIA Δ

20 % ZAKŁÓCEŃ

PRAWIDŁOWE ODTWORZENIE

PROCES ODTWARZANIA „8"

OBRAZY WZORCÓW

30 % ZAKŁÓCEŃ

ZŁE ODTWORZENIE

REGUŁA HEBBA

OBRAZY WZORCÓW

20% ZAKŁÓCEŃ

PRAWIDŁOWE ODTWORZENIE

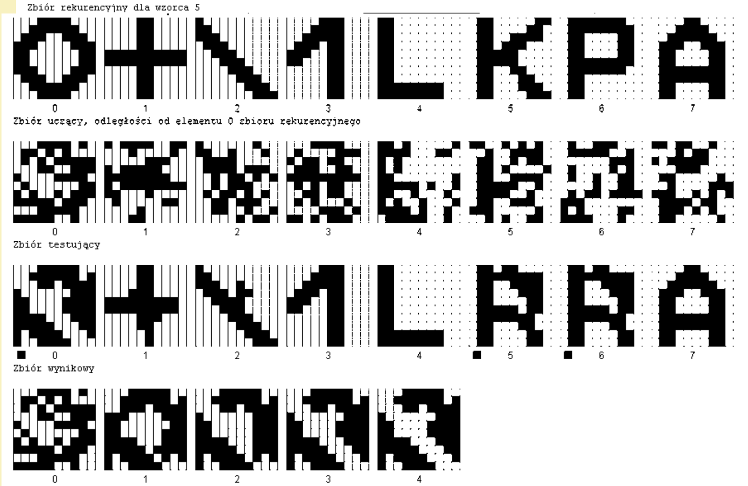
PROCES ODTWARZANIA "1"

OBRAZY WZORCÓW

30% ZAKŁÓCEŃ

ODTWORZENIE Z BŁĘDAMI

PROCES ODTWARZANIA "K"



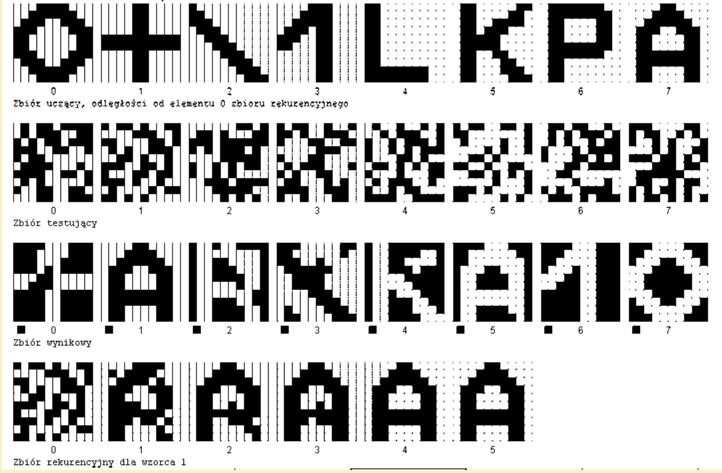
OBRAZY WZORCÓW

30% ZAKŁÓCEŃ

ZŁE ODTWORZENIE

PROCES ODTWARZANIA "O"

REGUŁA HEBBA

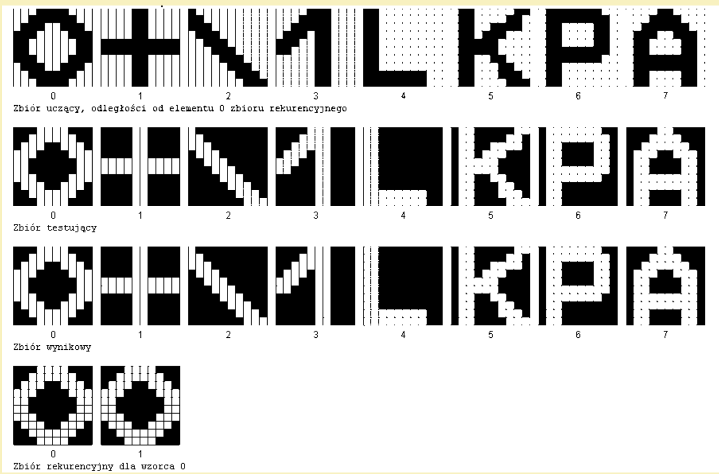


OBRAZY WZORCÓW

50 % ZAKŁÓCEŃ

ZŁE ODTWORZENIE

PROCES ODTWARZANIA „+"

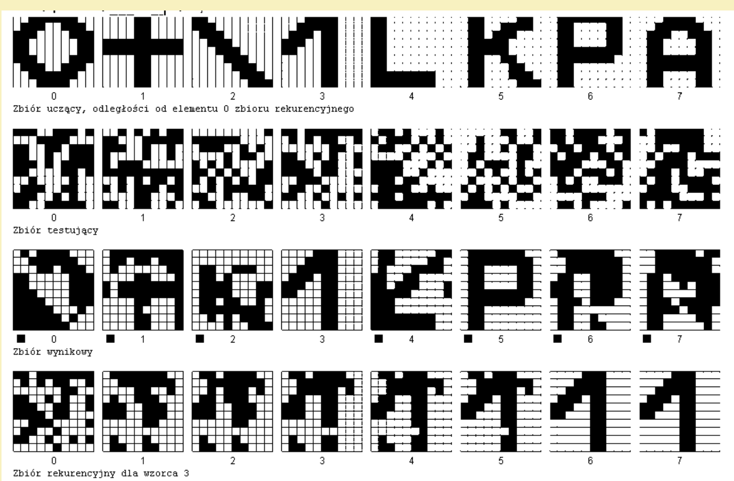


OBRAZY WZORCÓW

100 % ZAKŁÓCEŃ

PRAWIDŁOWE ODTWORZENIE

PROCES ODTWARZANIA „O"



OBRAZY WZORCÓW

40 % ZAKŁÓCEŃ

ZŁE ODTWORZENIE

PROCES ODTWARZANIA „1"

REGUŁA HEBBA

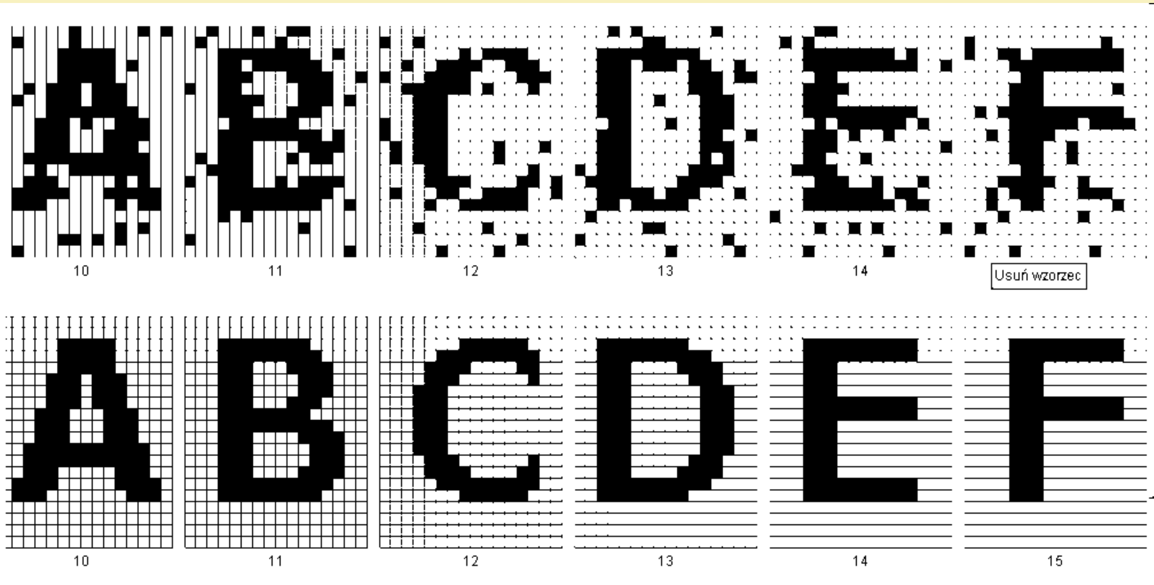
ZAKŁÓCONE W 20%

PRAWIDŁOWO ODTWORZONE

ZAKŁÓCONE W 40%

PRAWIDŁOWO ODTWORZONE

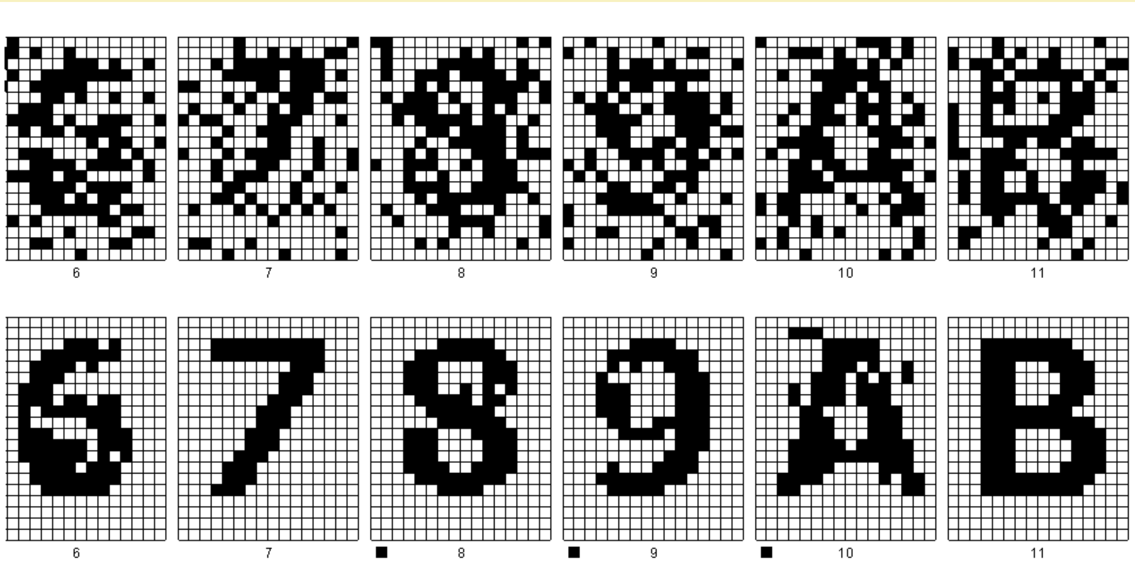
REGUŁA RZUTOWANIA Δ



ZAKŁÓCONE W 10%

PRAWIDŁOWO ODTWORZONE

LITERY a - z   LITERY A - Z   CYFRY 1 - 9

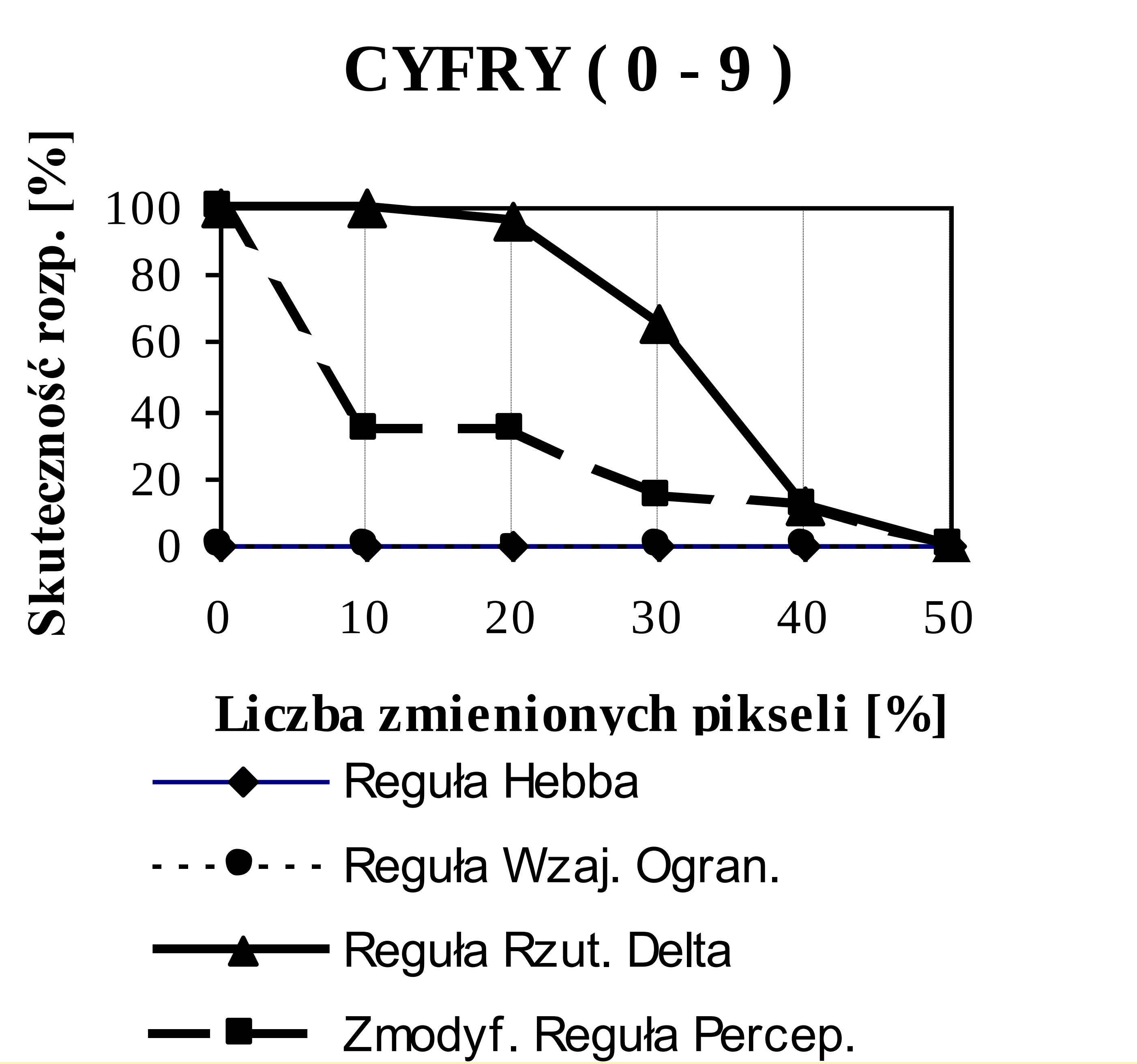


ZAKŁÓCONE W 20%

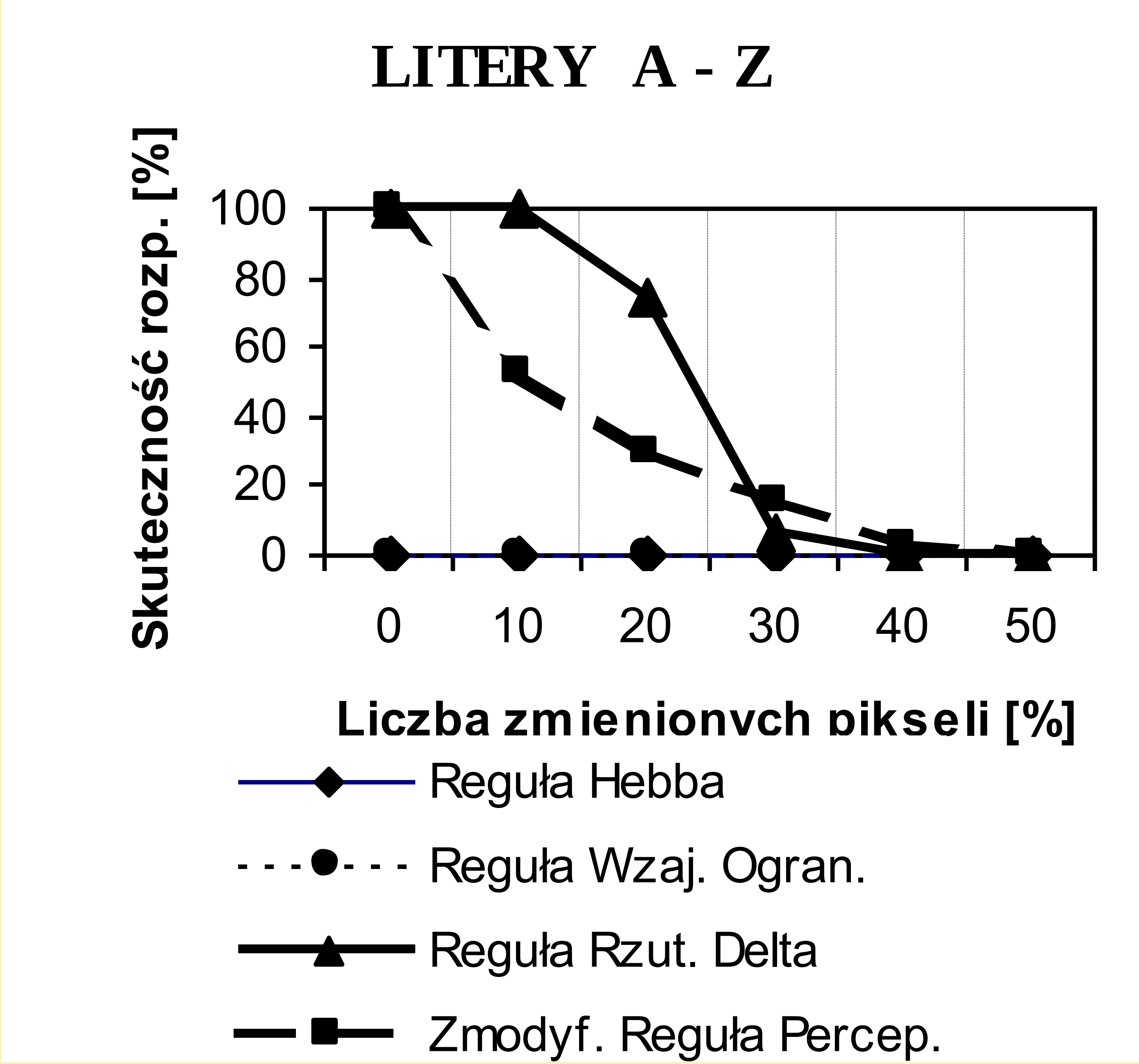
PRAWIDŁOWO ODTWORZONE

Przy dopuszczeniu pewnej małej liczby błędów

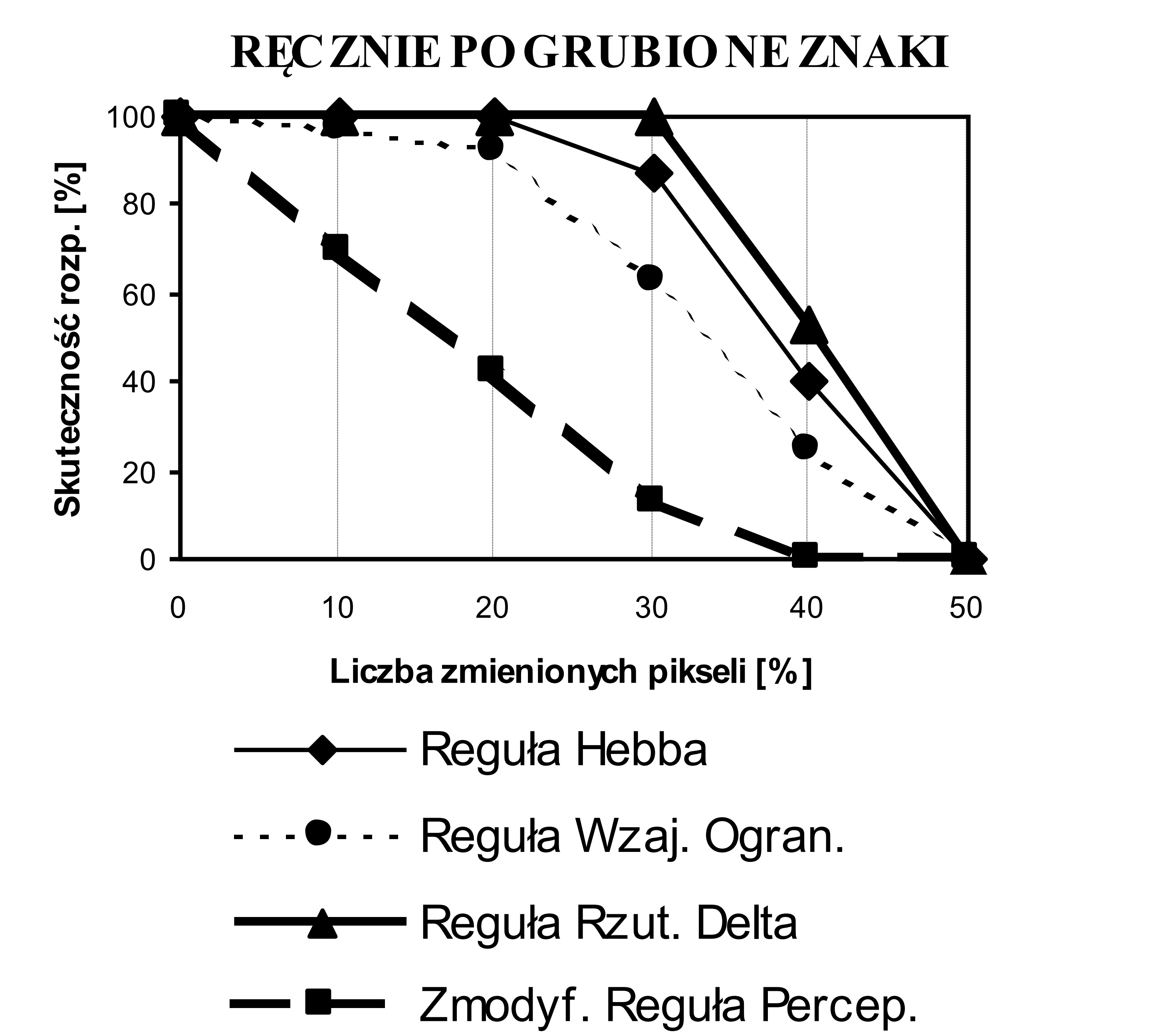
PORÓWNANIE CZTERECH METOD



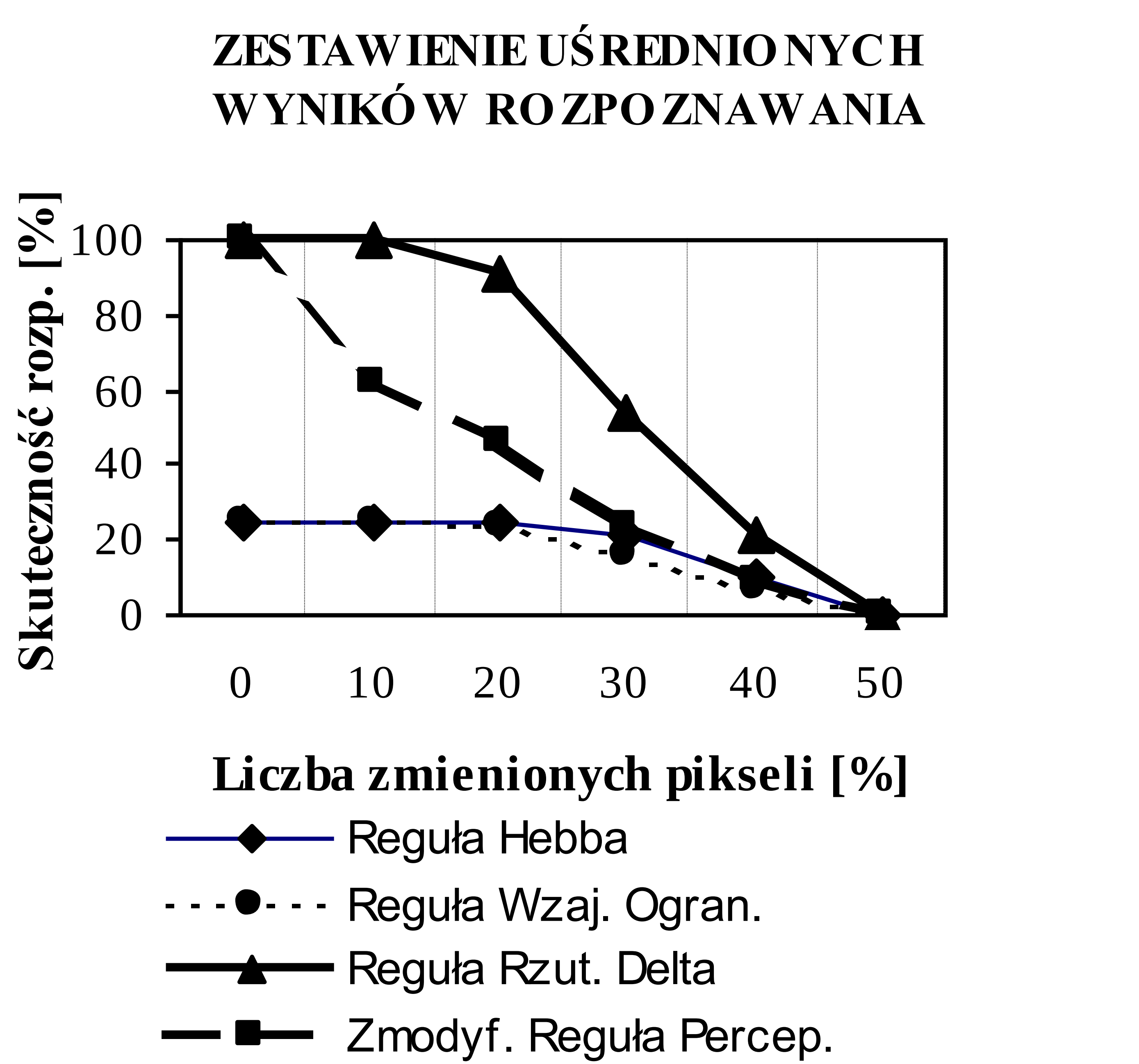
PORÓWNANIE CZTERECH METOD



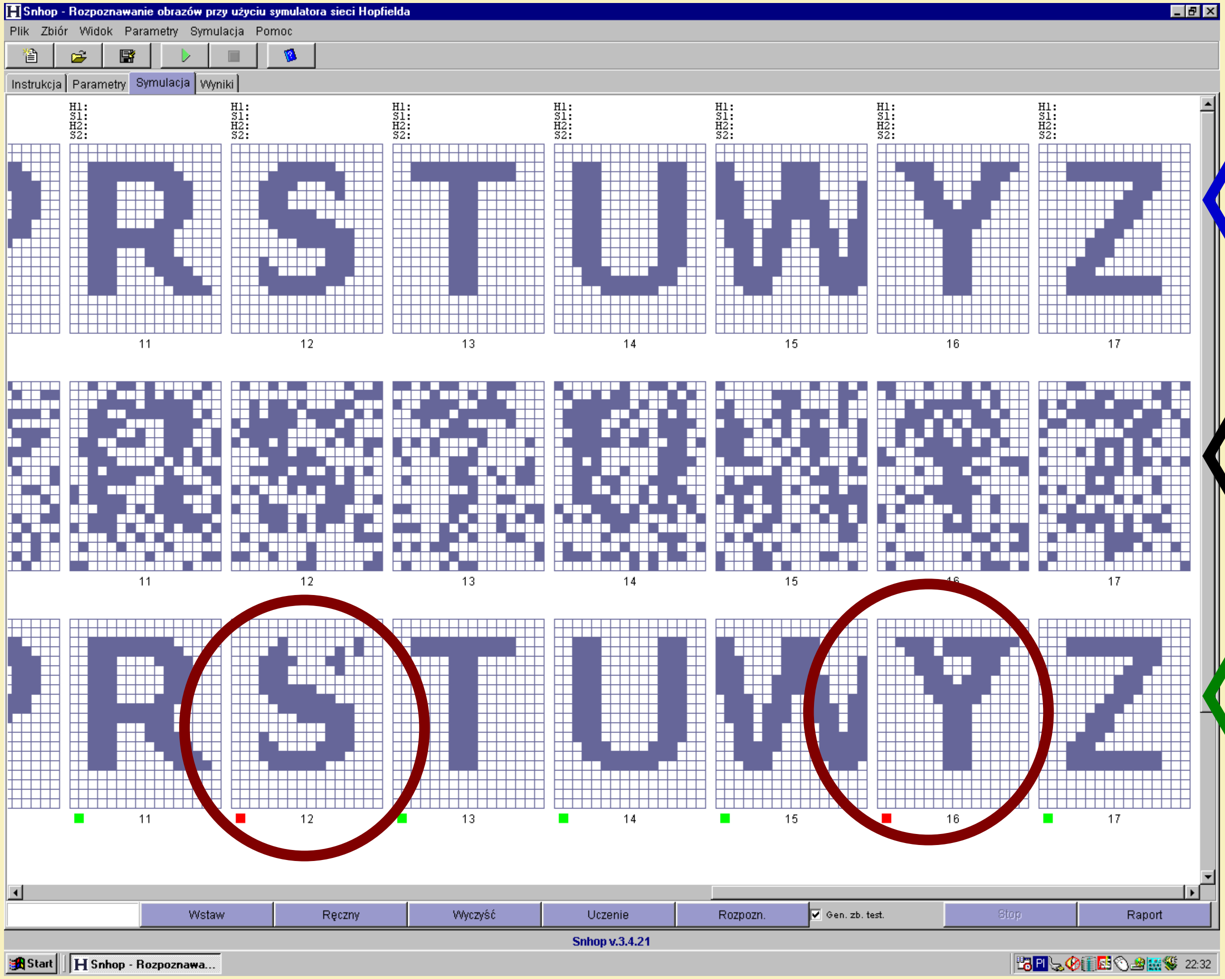
PORÓWNANIE CZTERECH METOD



PORÓWNANIE CZTERECH METOD



ZASTOSOWANIE SIECI HOPFIELDA DO ODTWARZANIA ZNIEKSZTAŁCONYCH WZORCÓW



Zbiór uczący

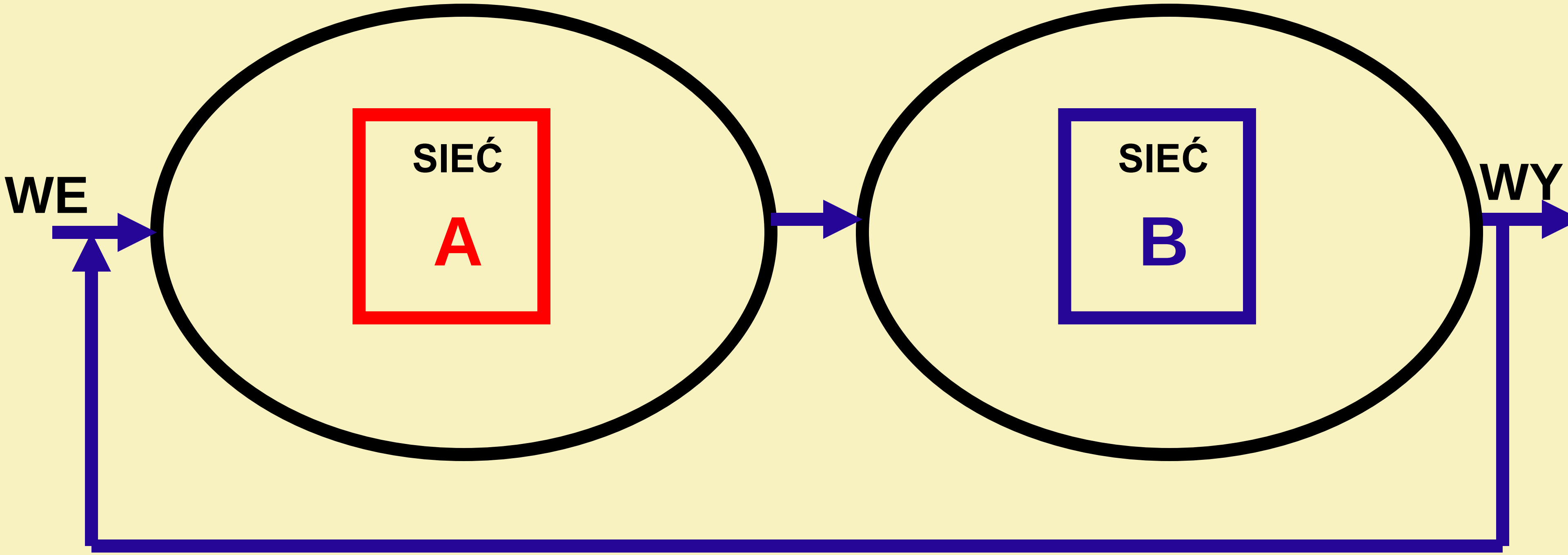
Zbiór testowy

(wprowadzenie 25% szumu)

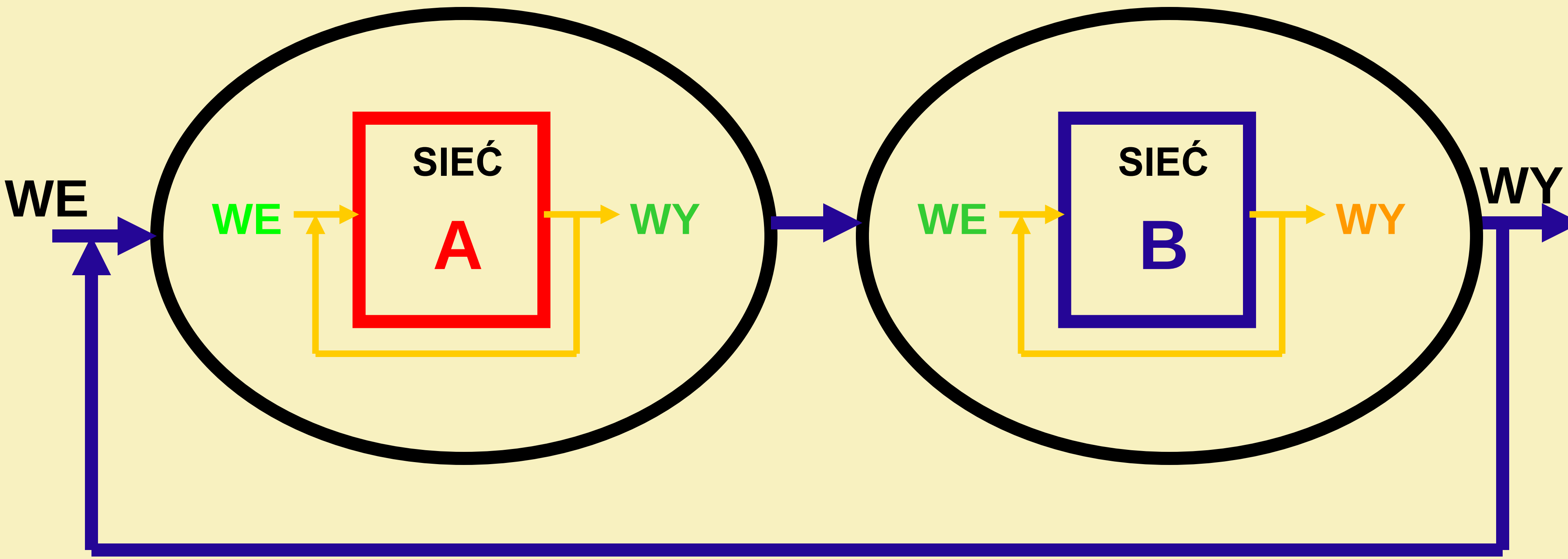
Zbiór wynikowy

2 BŁĘDY

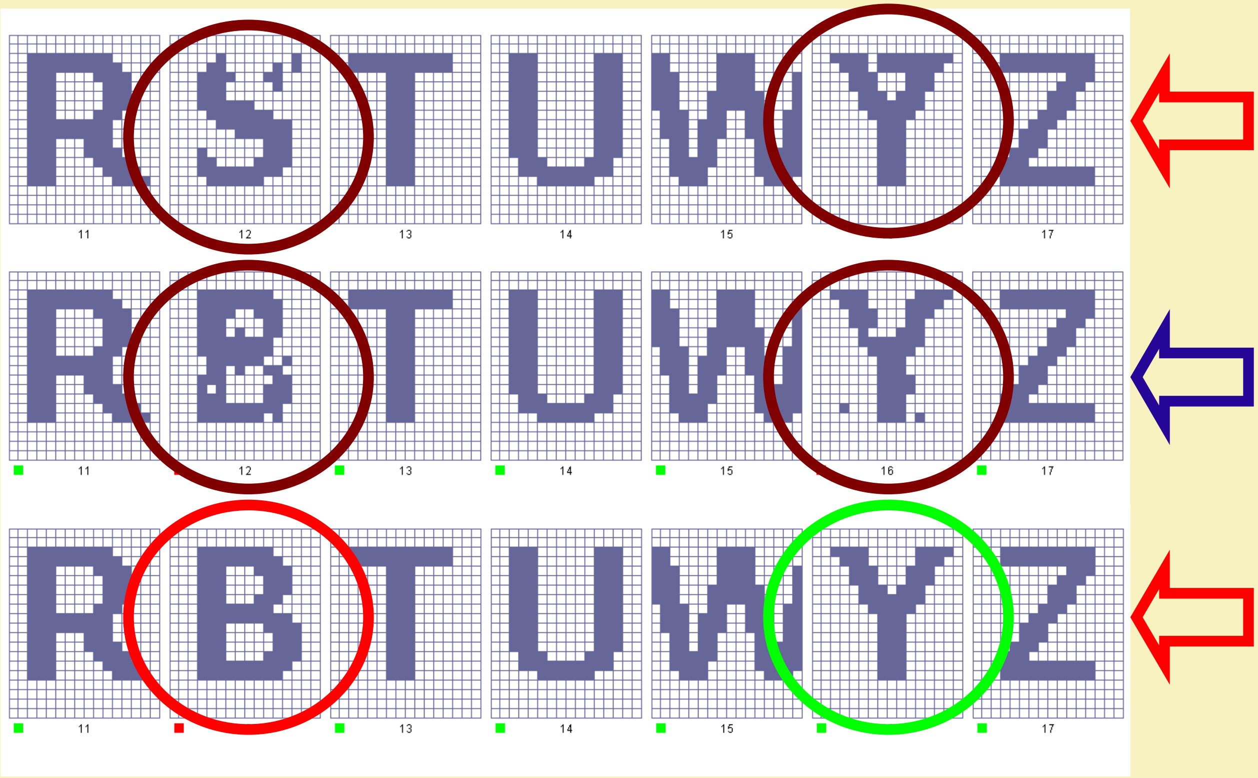
POŁĄCZENIE DWÓCH SIECI



POŁĄCZENIE DWÓCH SIECI



ZASTOSOWANIE POŁĄCZENIA SIECI DO POPRAWY WYNIKÓW ODTWARZANIA

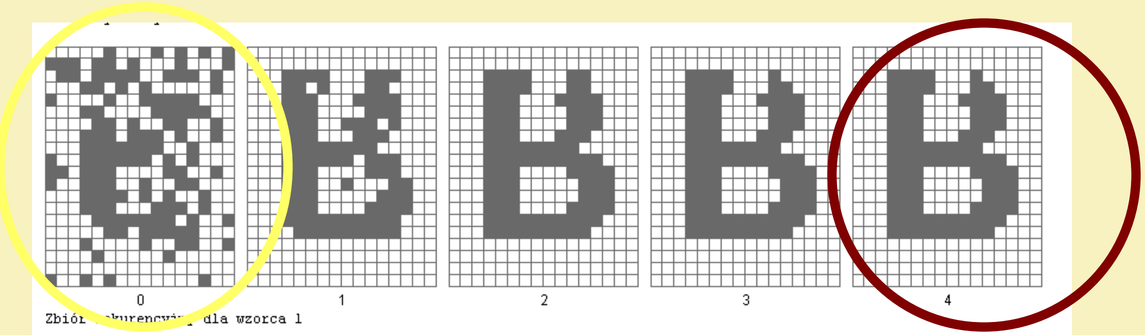


SIEĆ A
2 BŁĘDY

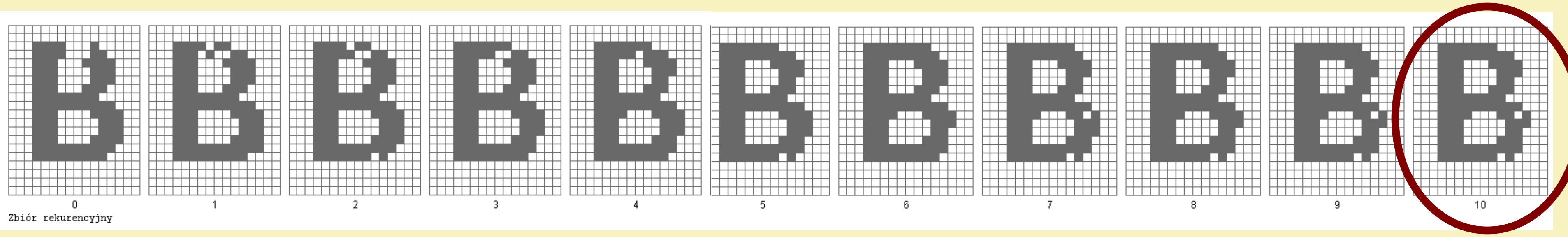
SIEĆ B
2 BŁĘDY

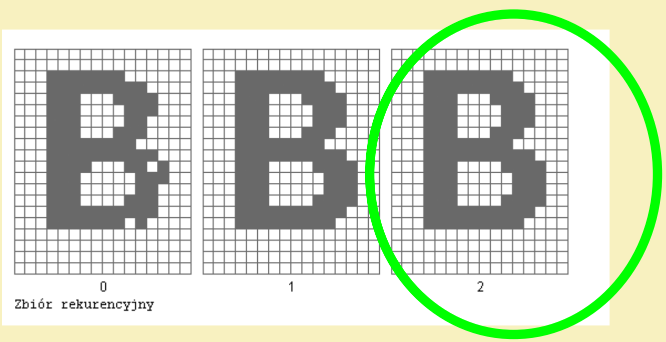
SIEĆ A
1 BŁĄD

PRZYKŁAD EFEKTOWNEGO SUKCESU



SIEĆ A





SIEĆ A

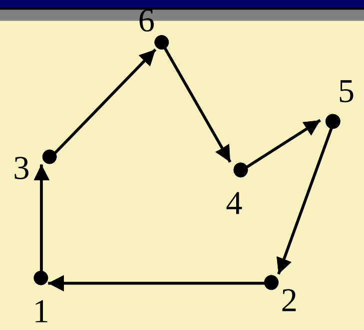
SIEĆ B

WYNIK

LICZBA WZORCÓW	SZUM [%]	ŚREDNIA LICZBA ROZPOZNAŃ PRZEZ SIEĆ A [%]	OSTATECZNA LICZBA ROZPOZNAŃ [%]
62	10	74	95
52	15	80	96

Optymalizacja

Zagadnienia NP-trudne: jak zastosować sieć Hopfielda?
Przykład: najkrótsza droga pomiędzy N miastami.



Miasto	Kolejność 1	2	3	4	5	6
1	1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	1
3	0	1	0	0	0	0
4	0	0	0	1	0	0
5	0	0	0	0	1	0
6	0	0	1	0	0	0

Macierz $n_{i\alpha}$
i=1,2..N, nr. miasta
α - kolejność

Funkcja kosztów: min. droga + 1 w wierszu + 1 w kolumnie

$$E[n] = \frac{1}{2} \sum_{i \neq k} \sum_{\alpha \neq \beta} W_{i\alpha,k\beta} n_{i\alpha} n_{k\beta}$$

Jak dobrać **W**?

OPIS PROBLEMU TSP (TRAVELLING SALESMAN PROBLEM)

- **Każde dwa miasta są połączone drogą o określonej długości (graf pełny, symetryczny, odległości euklidesowe).**
- **Problem TSP zapisać jako problem optymalizacyjny z ograniczeniami**

OPIS PROBLEMU TSP

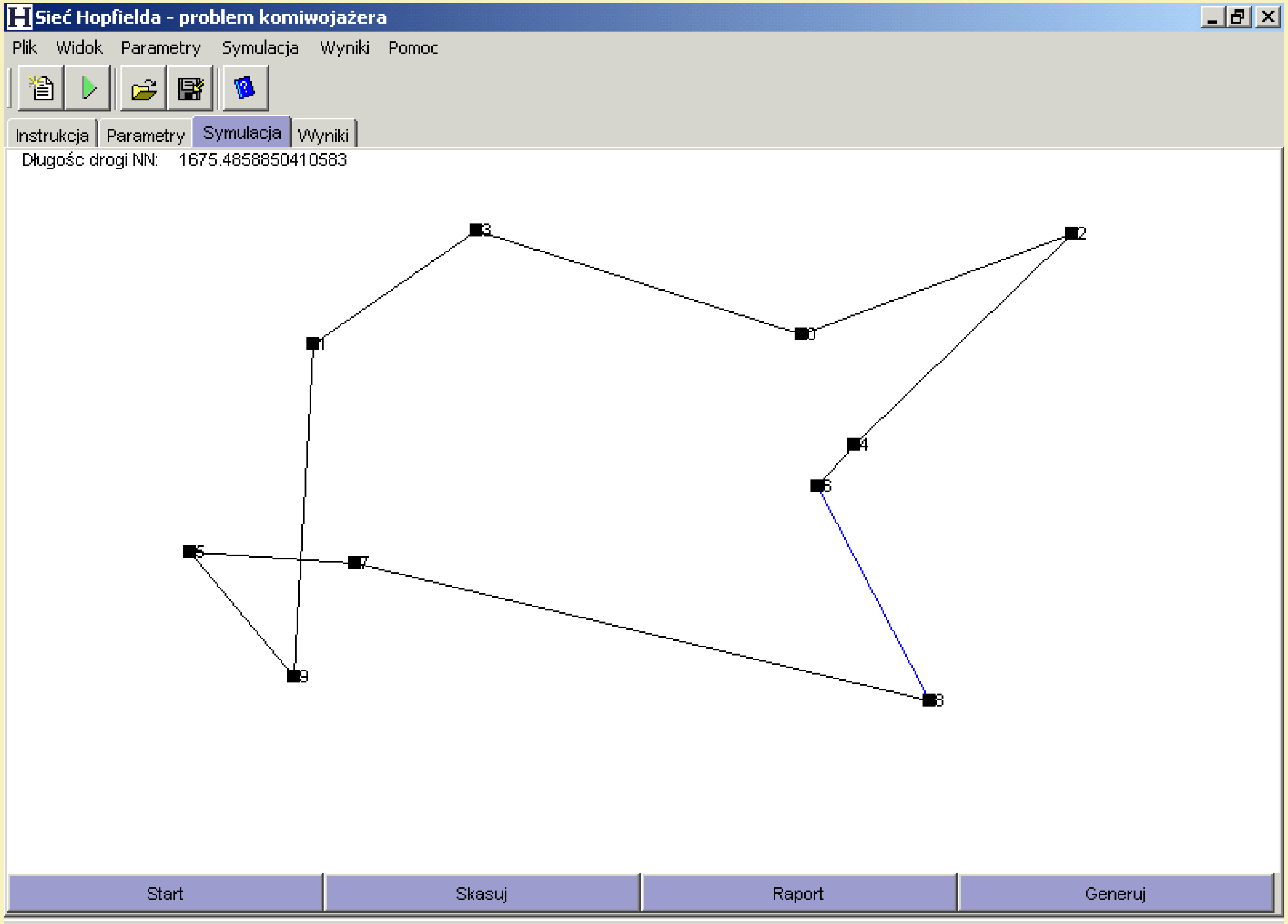
- **Ograniczenia:**

- trasa zaczyna się i kończy w tym samym mieście;

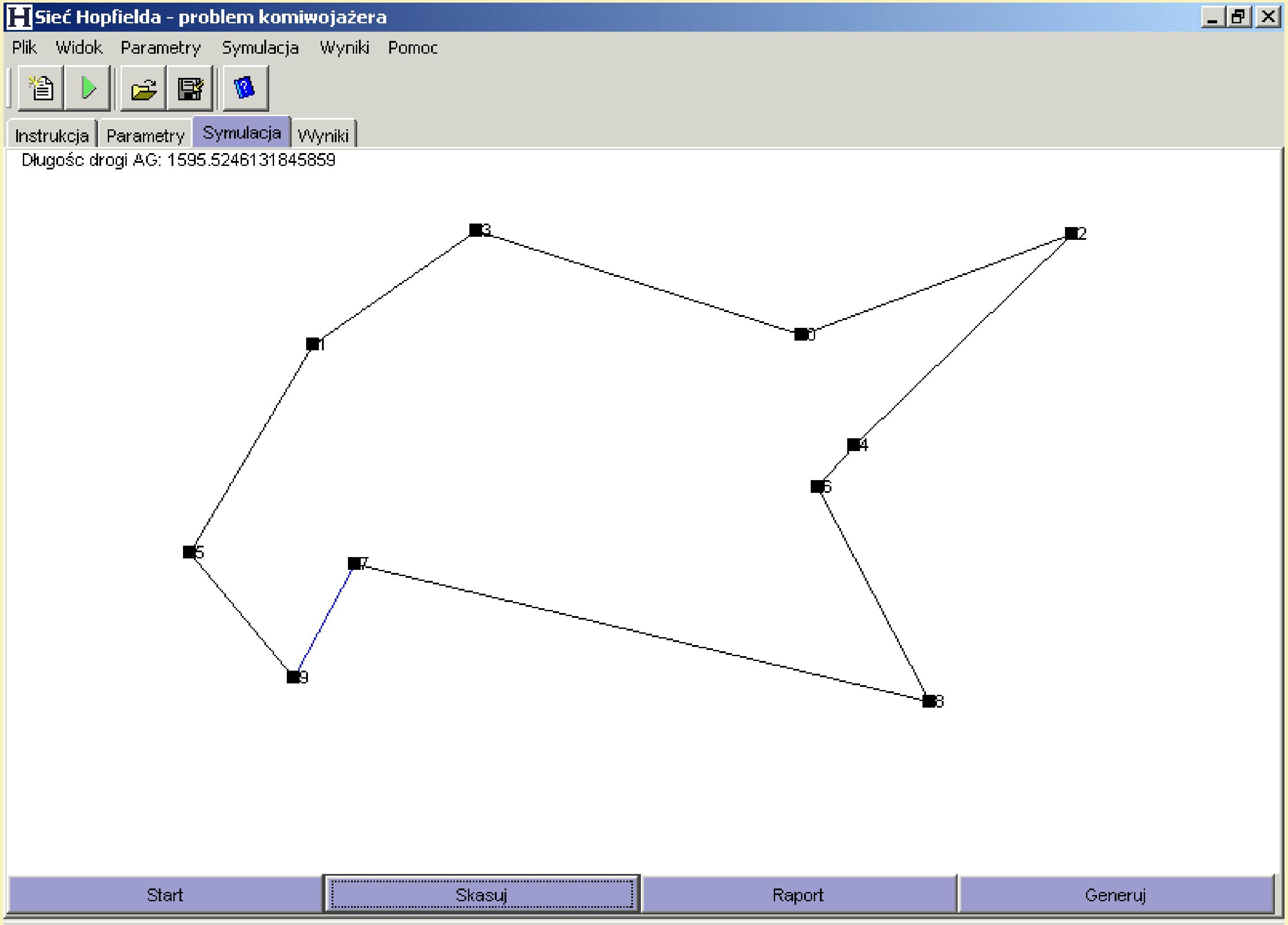
- trasa przechodzi dokładnie raz przez każde z pozostałych miast

- **Szukana jest najkrótsza droga**

Rozwiązanie poprawne, ale nie optymalne



Optymalne rozwiązanie



TSP W SIECI HOPFIELDA

Rodzaje metod:

- **METODA KLASYCZNA**
- **ZMODYFIKOWANA METODA KLASYCZNA**
- **METODA METODA ANSARI I HOU**

TSP W SIECI HOPFIELDA

Postać energii w modelu klasycznym:

$$E = \frac{A}{2} \cdot \sum_{x} \sum_{i} \sum_{j \neq i} v_{xi} \cdot v_{xj} + \frac{B}{2} \cdot \sum_{i} \sum_{x} \sum_{y \neq x} v_{xi} \cdot v_{yi} +$$

$$+ \frac{C}{2} \cdot \left(\sum_{x} \sum_{i} v_{xi} - n - \delta \right)^2 + \frac{D}{2} \cdot \sum_{x} \sum_{y \neq x} \sum_{i} d_{xy} \cdot v_{xi} \cdot (v_{y,i+1} + v_{y,i-1})$$

Potencjał wejściowy neuronu i:

$$\frac{d u_i}{dt} = - \frac{E}{d v_i} - \frac{u_i}{\tau}$$

Dobór wag

Zagadnienia NP-trudne: jak zastosować sieć Hopfielda?
Przykład: najkrótsza droga pomiędzy N miastami.

$$E[n] = \frac{1}{2}\sum_{i\neq k}\sum_{\alpha} d_{ik} n_{i\alpha}\left(n_{k\alpha-1} + n_{k\alpha+1}\right)$$

Odległość

$$+\frac{A}{2}\sum_{i}\sum_{\alpha\neq\beta} n_{i\alpha} n_{i\beta}$$

+ 1 w wierszu

$$+\frac{B}{2}\sum_{i\neq k}\sum_{\alpha} n_{i\alpha} n_{k\alpha}$$

+ 1 w kolumnie

$$+\frac{C}{2}\left(\sum_{i,\alpha} n_{i\alpha} - N\right)^2$$

N miast

$$W_{i\alpha,k\beta} = d_{ik}\left(1-\delta_{ik}\right)\left(\delta_{\alpha-1,\beta} + \delta_{\alpha+1,\beta}\right) + A\left(1-\delta_{\alpha\beta}\right)\delta_{ik} + B\left(1-\delta_{ik}\right)\delta_{\alpha\beta} + C$$

WYNIKI DOŚWIADCZEŃ

METODA KLASYCZNA

Konfiguracja parametrów	Liczba rozwiązań poprawnych syntaktycznie [%]			Liczba rozwiązań optymalnych			Błąd w stosunku do rozwiązania optymalnego [%]		
	Z1	Z2	Z3	Z1	Z2	Z3	Z1	Z2	Z3
D = 300	**92**	**88**	**90**	**0**	**0**	**0**	**17,2**	**12,9**	**11,1**
D = 350	**79**	**69**	**74**	**0**	**0**	**0**	**15,1**	**13,4**	**12,8**
D = 400	**66**	**62**	**69**	**0**	**0**	**0**	**4,8**	**2,9**	**2,1**
D = 450	**42**	**45**	**56**	**0**	**0**	**0**	**7,1**	**7,2**	**7,1**
D = 500	**30**	**34**	**27**	**0**	**0**	**0**	**10,2**	**15,4**	**6,1**

WYNIKI DOŚWIADCZEŃ

ZMODYFIKOWANA METODA KLASYCZNA

Konfiguracja parametrów	Liczba rozwiązań poprawnych syntaktycznie [%]			Liczba rozwiązań optymalnych			Błąd w stosunku do rozwiązania optymalnego [%]		
	Z1	Z2	Z3	Z1	Z2	Z3	Z1	Z2	Z3
D = 250	**96**	**98**	**95**	**0**	**0**	**0**	**27,2**	**22,9**	**21,1**
D = 300	**86**	**92**	**94**	**0**	**0**	**0**	**24,8**	**21,9**	**18,1**
D = 350	**74**	**68**	**72**	**0**	**0**	**0**	**11,5**	**12,4**	**14,2**
D = 400	**65**	**59**	**62**	**0**	**0**	**0**	**21,4**	**8,9**	**12,9**
D = 500	**25**	**28**	**22**	**0**	**0**	**0**	**25,6**	**23,6**	**24,9**

WYNIKI DOŚWIADCZEŃ

METODA ANSARI i HOU

Konfiguracja parametrów	Liczba rozwiązań poprawnych syntaktycznie [%]			Liczba rozwiązań optymalnych			Błąd w stosunku do rozwiązania optymalnego [%]		
	Z1	Z2	Z3	Z1	Z2	Z3	Z1	Z2	Z3
D = 400	**82**	**80**	**81**	**0**	**0**	**0**	**5,1**	**2,5**	**2,5**
D = 450	**64**	**62**	**59**	**0**	**0**	**0**	**1,2**	**1,0**	**3,1**
D = 500	**62**	**56**	**45**	**0**	**4**	**3**	**1,0**	**0**	**0**
D = 550	**36**	**36**	**38**	**0**	**4**	**0**	**6,1**	**0**	**9,1**
D = 600	**16**	**27**	**21**	**3**	**0**	**0**	**0**	**7,0**	**9,2**

PARAMETRY ALGORYTMU GENETYCZNEGO

- rozmiar populacji: **20**
- liczba chromosomów elitarnych: **1**
- prawdopodobieństwo inwersji: **0,1**
- prawdopodobieństwo mutacji: **0,1**
- maksymalna liczba generacji: **10000**
- rozmiar chromosomu: **10**

WYNIKI DLA ALGORYTMU GENETYCZNEGO

Czas wykonania algorytmu dla 100 symulacji wynosi przeciętnie 5,6 s (komputer klasy Intel Pentium 4, 2,4 GHz), czyli nieco szybciej niż działanie symulowanej sieci Hopfielda.

DLA KAŻDEGO ZE ZBIORÓW MIAST KAŻDA PRÓBA ZAKOŃCZYŁA SIĘ ZNALEZIENIEM OPTYMALNEJ DROGI.

WNIOSKI

- **Rozwiązywanie problemu TSP przy wykorzystaniu sieci Hopfielda jest mało efektywne. Nie istnieją reguły dopasowania parametrów sieci a ich dobór jest czasochłonny.**

- **Dużo lepsze rezultaty daje wykorzystanie algorytmów genetycznych. Przy 100% skuteczności AG (dla 10 miast) wyniki najefektywniejszej sieci Hopfielda nie są zadowalające (ok. 2% optymalnych rozwiązań).**

LITERATURA

Tadeusiewicz Ryszard, *Sieci neuronowe*. W-wa 1993

Żurada J., BarskiM., Jędruch W., *Sztuczne sieci neuronowe*. W-wa 1996

Grabska-Chrząstowska J.: *Optymalizacjia w sieciach Hopfielda przy konstrukcji sieci skojarzeniowych*. Materiały konferencyjne IV Krajowej Konferencji MSK'03 - Metody i systemy komputerowe, str. 261 - 266, Kraków 2003.

Klimek M., Grabska-Chrząstowska J., *Porównanie działania sieci Hopfielda i algorytmów genetycznych dla problemu komiwojażera.* *Automatyka, Półrocznik, tom8, zeszyt3, str. 459-467, Zeszyty Naukowe AGH, ISNN 1429-3447, Kraków 2004.*