



**AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA  
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE**

# **Zastosowanie GIS w badaniach przyrodniczych**

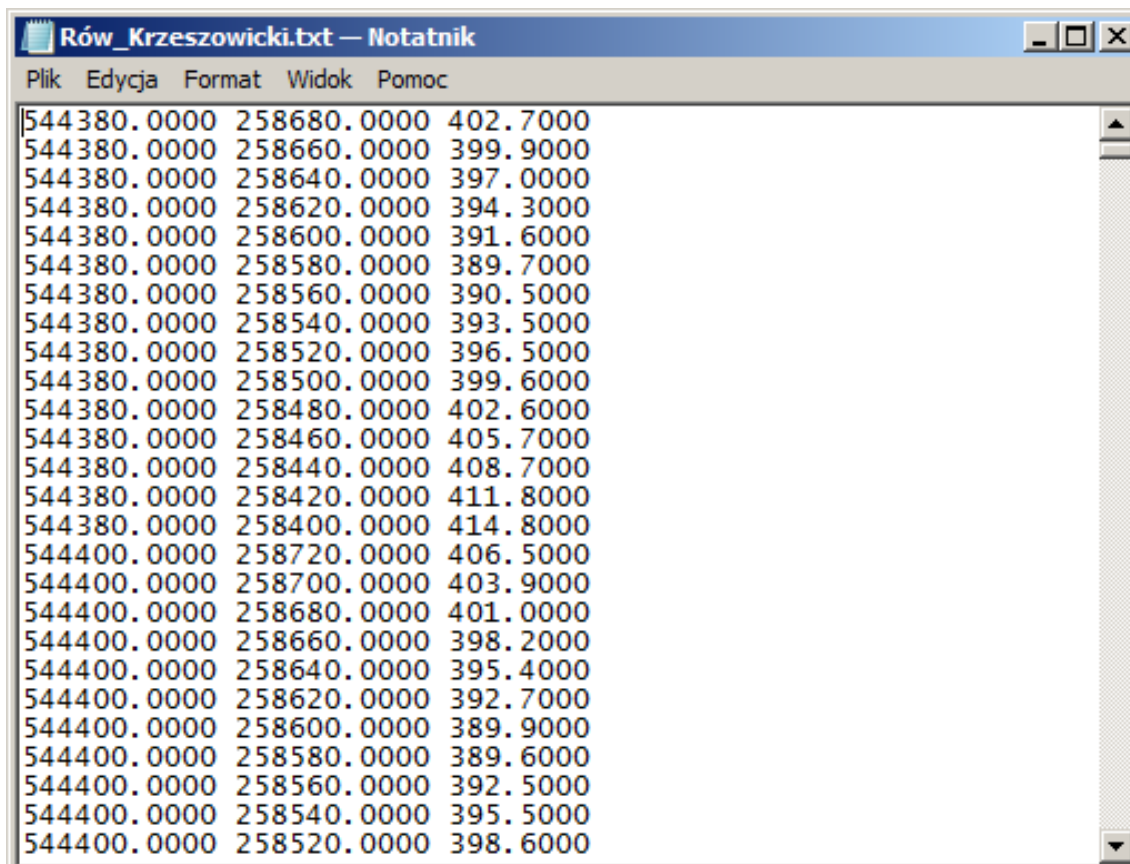
**Interpolacja metodą IDW**

**Wydział Geologii, Geofizyki i Ochrony Środowiska  
Katedra Geologii Ogólnej i Geoturystyki  
Kraków, 2021**

## Modelowanie powierzchni ciągłych

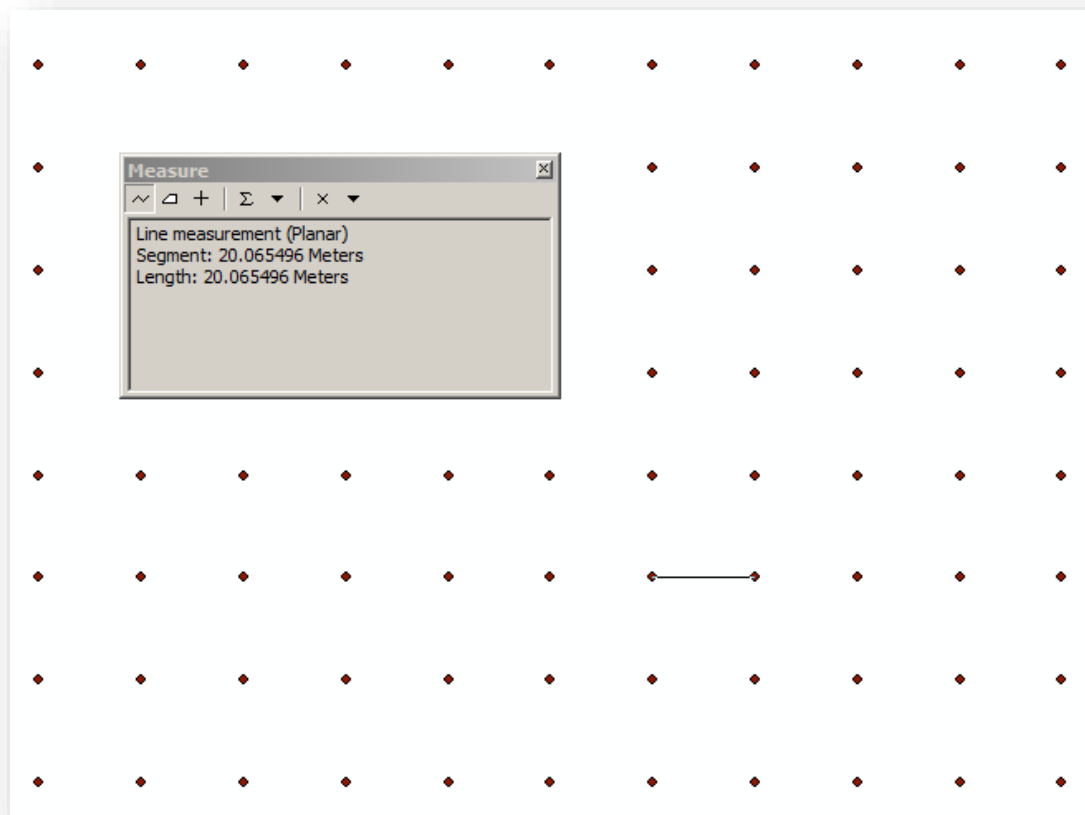
- Podstawowym źródłem danych, z których generuje się cyfrowe modele terenu (NMT), są regularne siatki bazowych punktów pomiarowych.
- Można je pobrać z Geoportalu Krajowego.
- Współrzędne płaskie sieci punktów są najczęściej w PUWG „1992”.

## Dane w formacie ASCII XYZ GRID

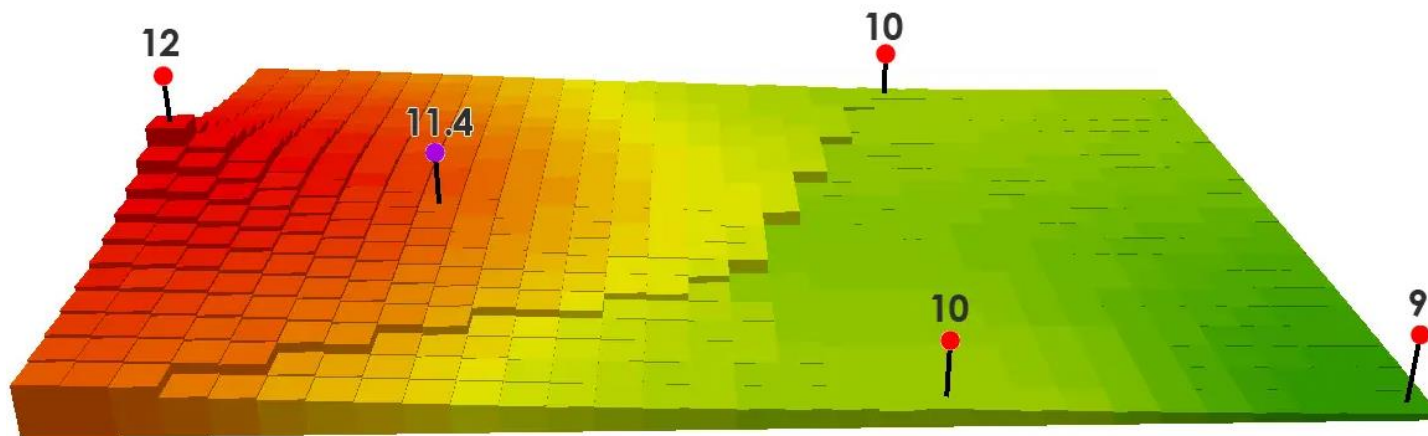


544380.0000	258680.0000	402.7000
544380.0000	258660.0000	399.9000
544380.0000	258640.0000	397.0000
544380.0000	258620.0000	394.3000
544380.0000	258600.0000	391.6000
544380.0000	258580.0000	389.7000
544380.0000	258560.0000	390.5000
544380.0000	258540.0000	393.5000
544380.0000	258520.0000	396.5000
544380.0000	258500.0000	399.6000
544380.0000	258480.0000	402.6000
544380.0000	258460.0000	405.7000
544380.0000	258440.0000	408.7000
544380.0000	258420.0000	411.8000
544380.0000	258400.0000	414.8000
544400.0000	258720.0000	406.5000
544400.0000	258700.0000	403.9000
544400.0000	258680.0000	401.0000
544400.0000	258660.0000	398.2000
544400.0000	258640.0000	395.4000
544400.0000	258620.0000	392.7000
544400.0000	258600.0000	389.9000
544400.0000	258580.0000	389.6000
544400.0000	258560.0000	392.5000
544400.0000	258540.0000	395.5000
544400.0000	258520.0000	398.6000

## Dane dla NMT



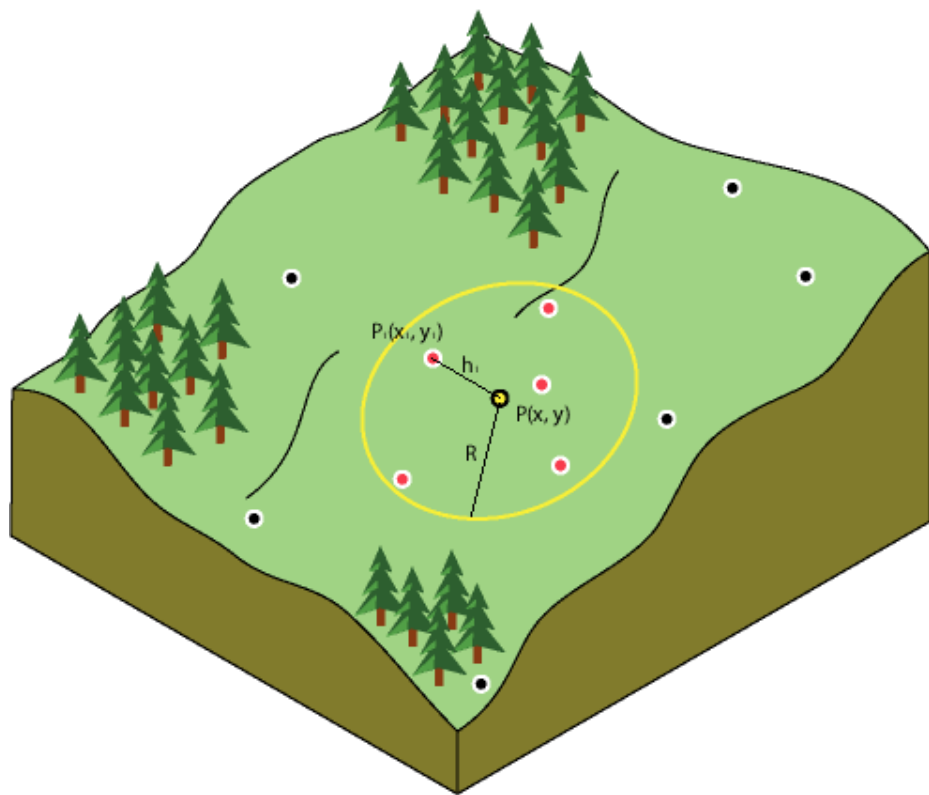
# Interpolacja



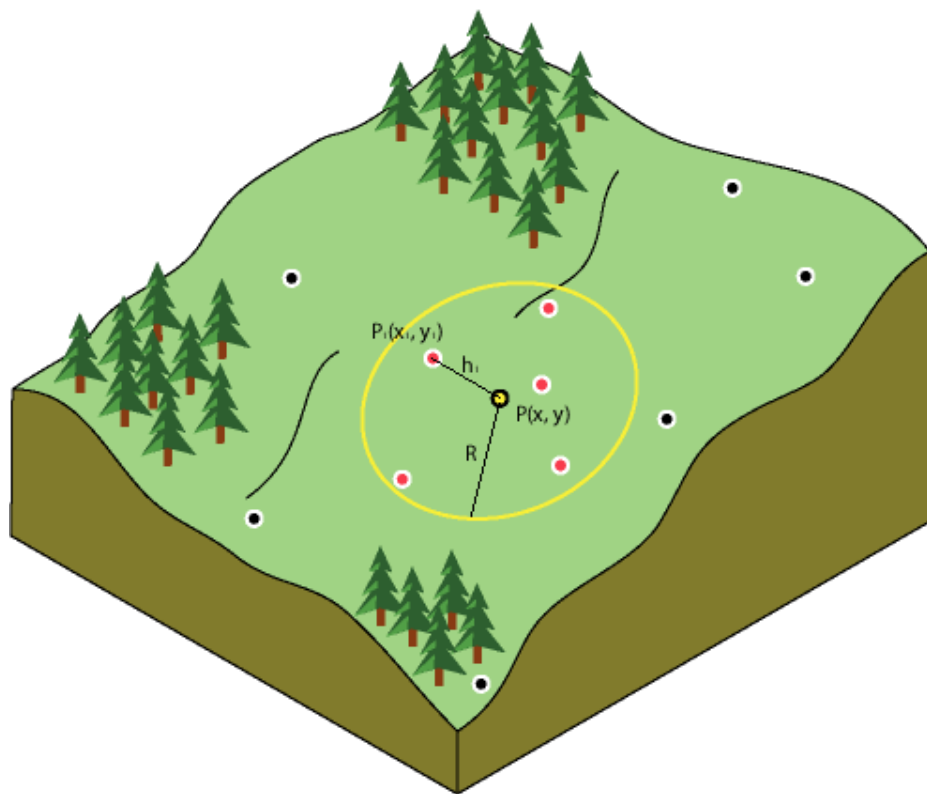
**Interpolacja** przestrzenna to procedura szacowania wartości cechy w nieopróbowanych punktach na obszarze objętym istniejącymi pomiarami.

Istnieje wiele metod interpolacji, dających czasem niepodobne wyniki.

## IDW - Inverse Distance Weighting



- Metoda odwrotnej odległości jest jedną z prostszych metod interpolacji dających jednocześnie dobre rezultaty.
- Jest oparta na założeniu, że wartość badanej cechy w danym punkcie (tu – wysokość n.p.m.) jest zależna od wartości tej cechy w jej najbliższym otoczeniu (najbliższych punktach bazowych).



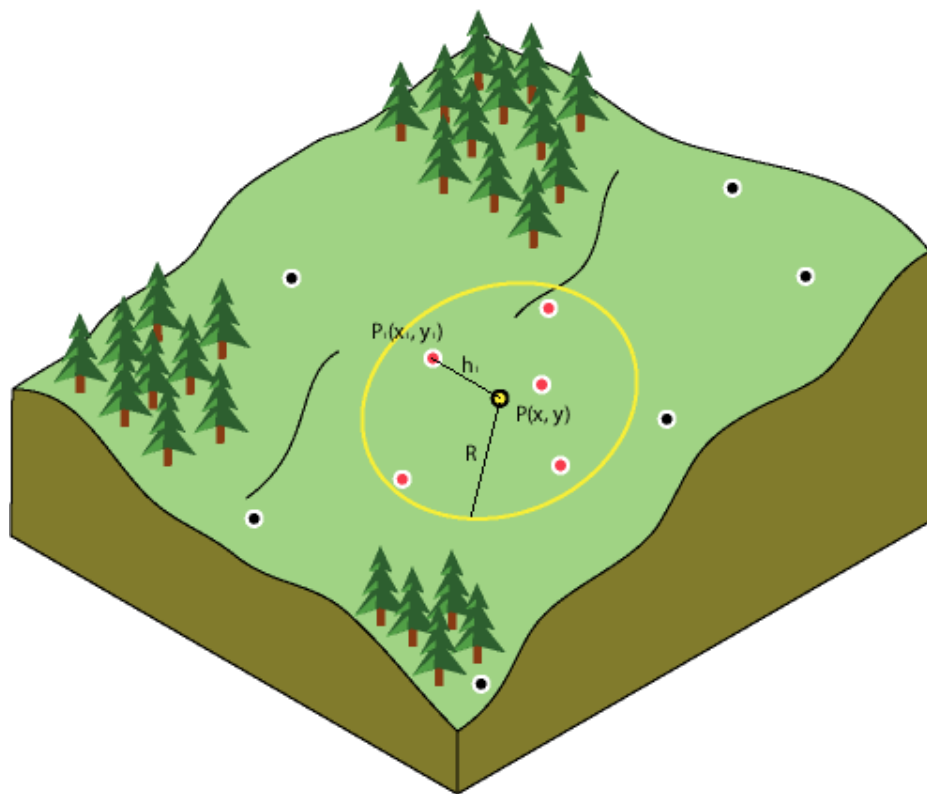
- Wartości mierzone w odległych punktach mają mniejsze znaczenie mniejsze lub nie mają go wcale.

Punkty bliższe sobie są do siebie bardziej podobne niż punkty dalekie

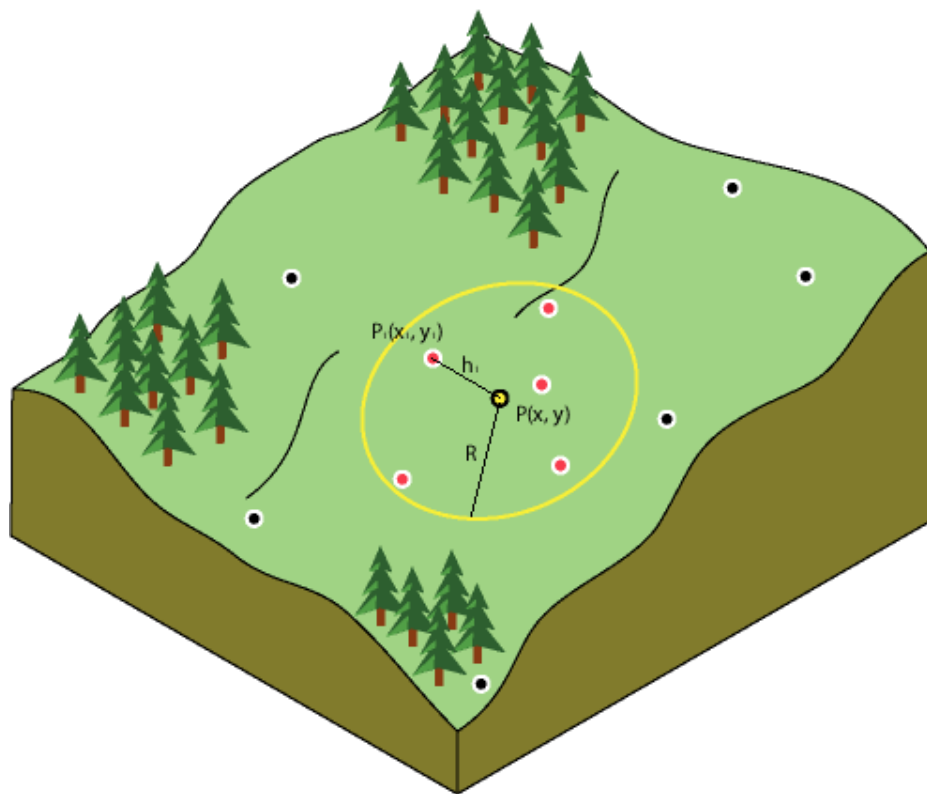
- Hałas jest głośniejszy w pobliżu syreny niż 1 km dalej.
- Kiedy w punkcie A pada deszcz, jest bardziej prawdopodobne, że pada też 1 metr dalej w porównaniu do punktów oddalonych 500 metrów dalej.

Są to przykłady **przestrzennej autokorelacji** wynikające z **Pierwszego Prawa Geografii Toblera**. Autokorelacja przestrzenna jest podstawowym założeniem metody IDW.



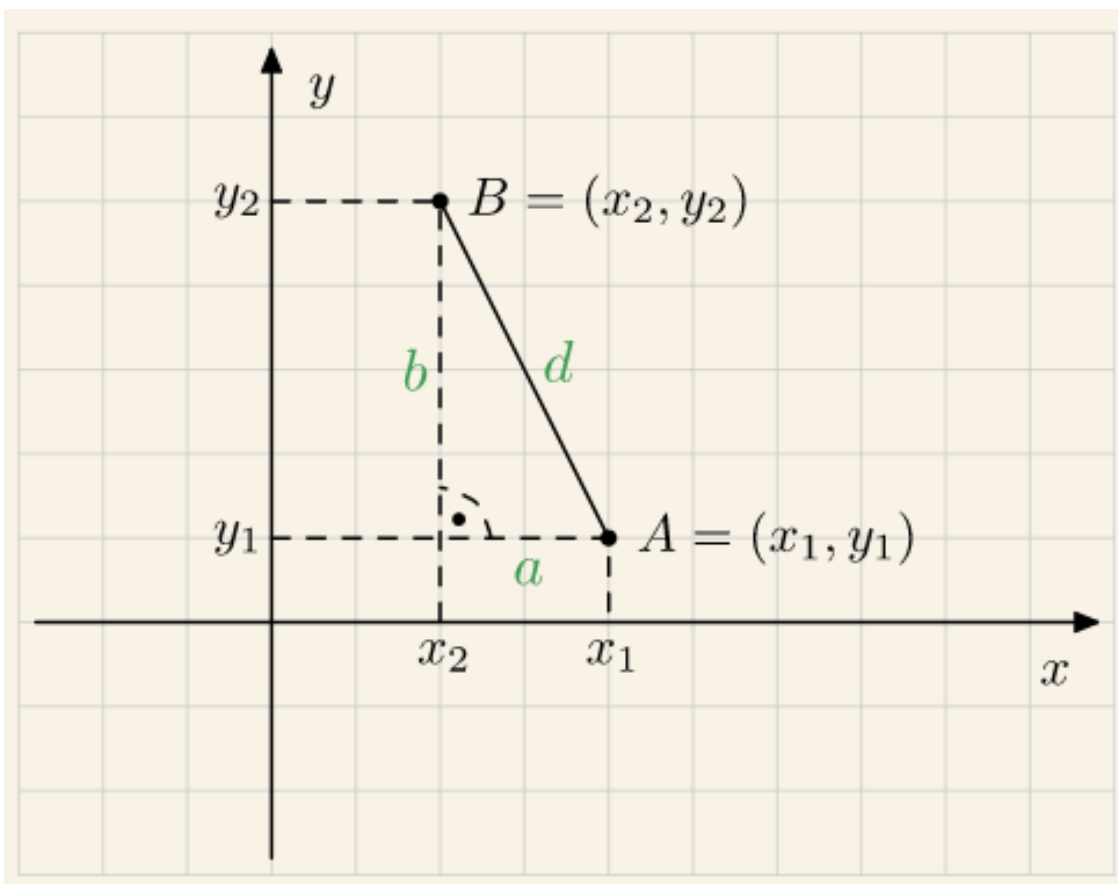


- W praktyce wyznaczane jest koło, w którego środku znajduje się punkt o poszukiwanej wartości badanej cechy. Jego promień ( $R$ ) definiowany jest przez użytkownika i powinien być wyznaczony tak aby w jego obrębie znalazło się najlepiej kilkanaście punktów bazowych.



- Tylko punkty zawarte wewnątrz koła są brane pod uwagę przy estymacji wartości cechy w punkcie  $P(x, y)$
- W następnym kroku mierzone są odległość  $h_i$  od każdego punktu bazowego  $P_i(x_i, y_i)$  wewnątrz koła do punktu centralnego  $P(x, y)$ .

# Odległość między punktami



z pr. Pitagorasa

$$d^2 = a^2 + b^2$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(-x_2 + x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

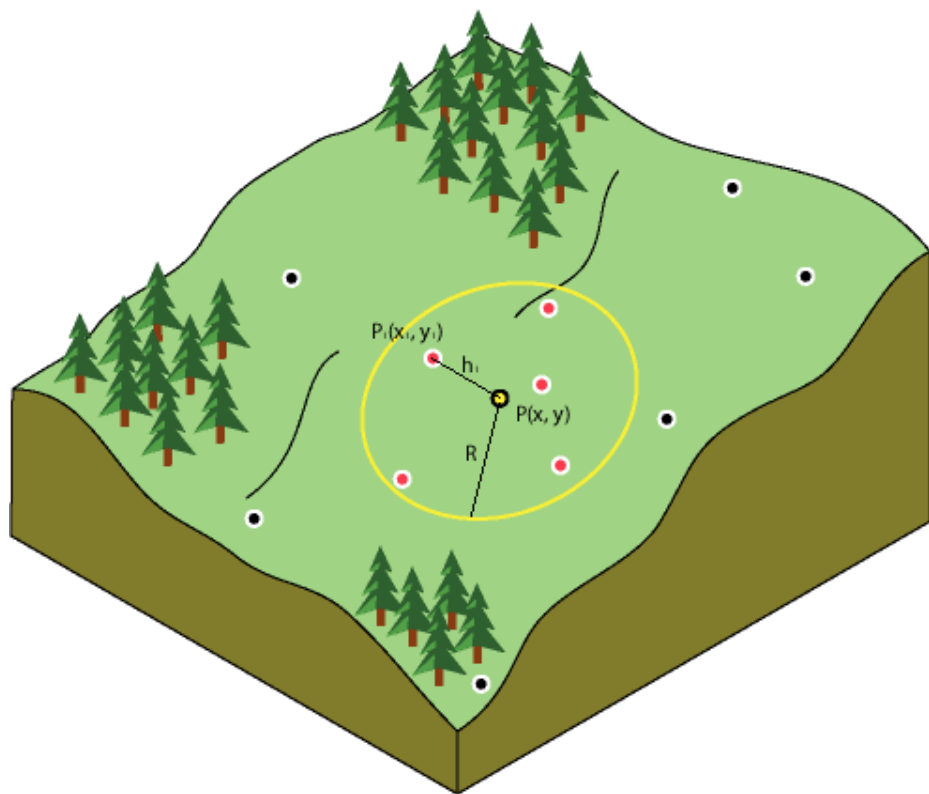
$$d = \sqrt{-[x_2 - x_1]^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

## IDW - Inverse Distance Weighting

- Wartość badanej cechy w punkcie  $P(x, y)$  obliczana jest ze wzoru:

$$F(x, y) = \sum_{i=1}^n w_i f(x_i, y_i)$$



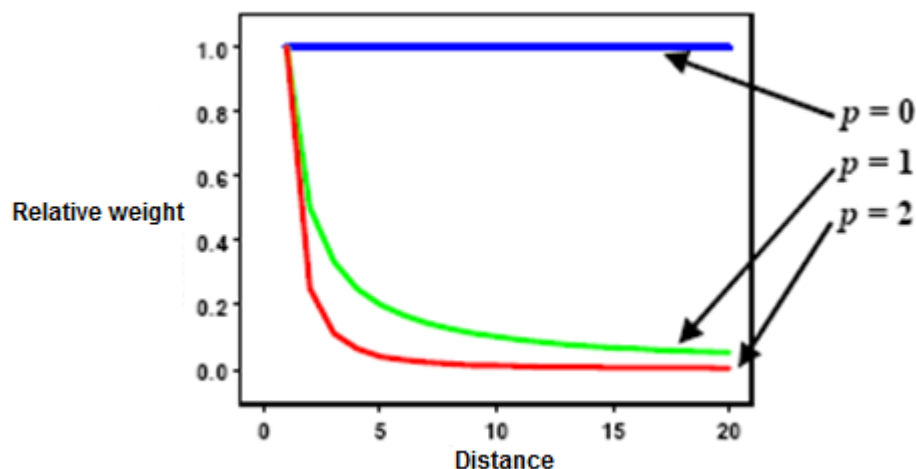
$n$  – liczba punktów bazowych wewnątrz koła o środku w punkcie  $P(x, y)$  i promieniu  $R$ ,  
 $w_i$  – współczynniki wagowe,  
 $f(x_i, y_i)$  – wartość badanej cechy w  $i$ -tym punkcie bazowym.

## Współczynniki wagowe

$$F(x, y) = \sum_{i=1}^n w_i f(x_i, y_i) \quad w_i = \frac{\left(\frac{1}{h_i}\right)^p}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{h_i}\right)^p} \quad h_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}$$

- Interpolacja metodą IDW uzależnia obliczanie współczynników wagowych od przyjętej wartości współczynnika potęgowego  $p$ . Kontroluje on znaczenie punktów otaczających interpolowaną lokalizację.

## Współczynniki wagowe



- Wyższa wartość potęgi powoduje mniejszy wpływ odległych punktów.
- Wartością potęgi może być dowolna liczba rzeczywista większa od 0, ale najbardziej rozsądne wyniki uzyskuje się przy użyciu wartości od 0,5 do 3.

**Wartość domyślna to 2.**

## Inverse Distance Weighting

- W metodzie **IDW** ( $p = 1$ ) interpolowana wartość jest równa sumie stosunków wartości cechy w punktach bazowych i ich odległości od komórki estymowanej podzieloną przez sumę odwrotności odległości od wszystkich punktów biorących udział w obliczeniach.

$$F(x, y) = \sum_{i=1}^n w_i f(x_i, y_i)$$

$$w_i = \frac{\left(\frac{1}{h_i}\right)^p}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{h_i}\right)^p}$$

$$h_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}$$

## Inverse Squared distance weighting

Drugą metodą obliczania współczynników wagowych jest metoda **Inverse Squared distance weighting** ( $p=2$ ). Wybranie jej powoduje, że podczas obliczania wag, zamiast odległości pomiędzy komórkami obliczane są ich kwadraty ( $p=2$ ). Wybór tej metody spowoduje znaczący wzrost wagi punktów bazowych położonych bliżej punktu interpolowanego. Ich znaczenie wzrośnie w stosunku do pierwszej metody.

$$F(x, y) = \sum_{i=1}^n w_i f(x_i, y_i)$$

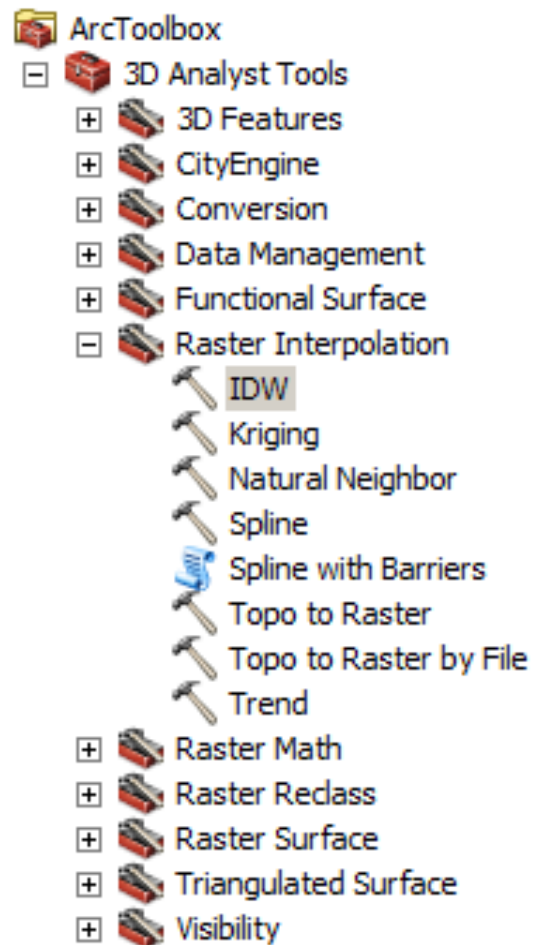
$$w_i = \frac{\left(\frac{1}{h_i}\right)^p}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{h_i}\right)^p}$$



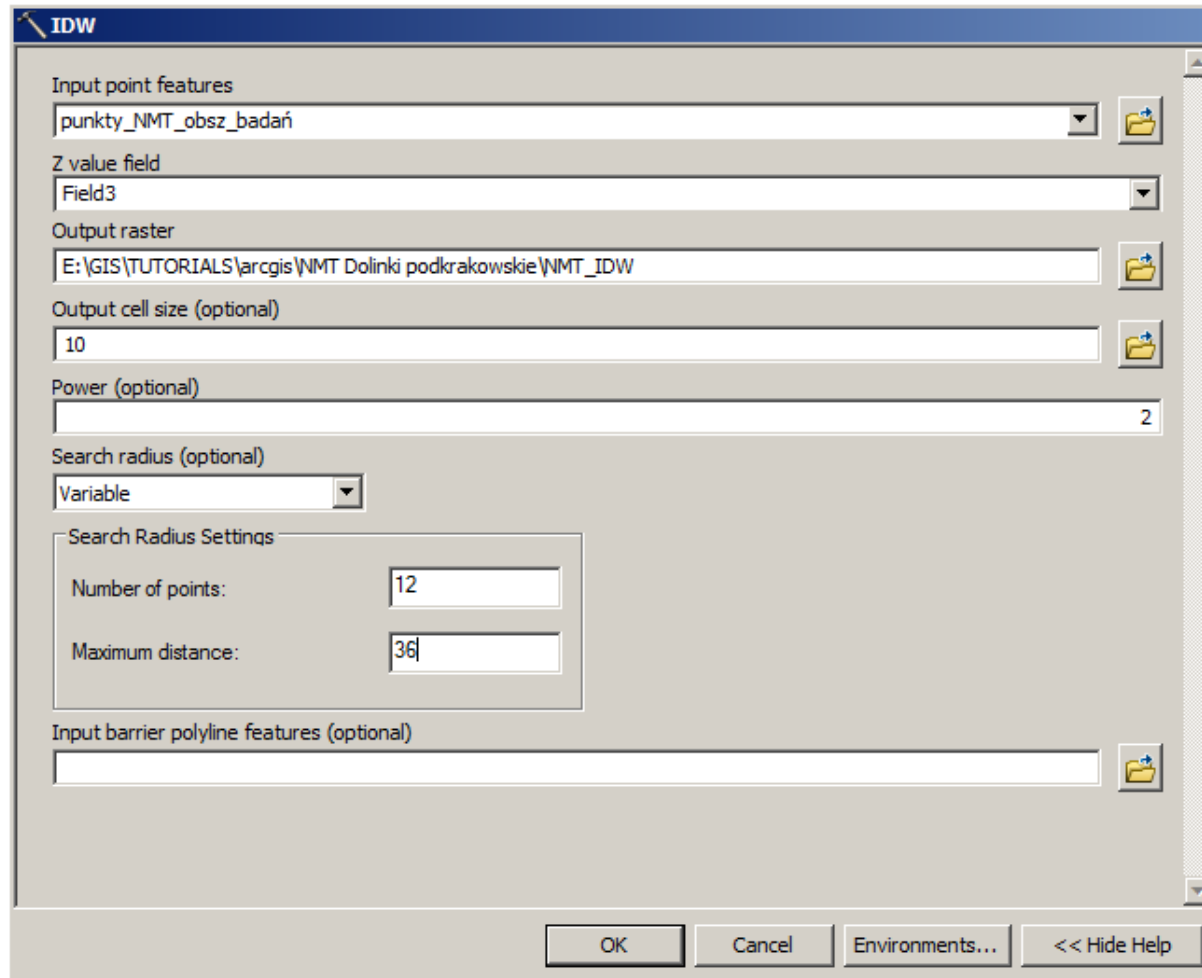
## IDW - właściwości

- Metoda IDW pozostawia niezmiennione, oryginalne wartości danych wejściowych w punktach bazowych.
- Analiza posiada jedną poważną wadę polegającą na tym, że wygenerowana powierzchnia ma charakter spłaszczony.
- Żaden z wyinterpolowanych punktów nie może posiadać wartości wyższej od najwyższej wartości ani niższej od najniższej wartości spośród punktów bazowych biorących udział w obliczeniach.

# IDW - obliczenia



# IDW - obliczenia



The image shows the IDW (Inverse Distance Weighted) interpolation dialog box in a GIS software. The dialog box has a title bar with the text "IDW". It contains several input fields and buttons. The "Input point features" field is set to "punkty\_NMT\_obsz\_badań". The "Z value field" is set to "Field3". The "Output raster" field is set to "E:\GIS\TUTORIALS\arcgis\NMT Dolinki podkrakowskie\NMT\_IDW". The "Output cell size (optional)" field is set to "10". The "Power (optional)" field is set to "2". The "Search radius (optional)" field is set to "Variable". The "Search Radius Settings" section contains two sub-fields: "Number of points" set to "12" and "Maximum distance" set to "36". The "Input barrier polyline features (optional)" field is empty. At the bottom of the dialog box, there are four buttons: "OK", "Cancel", "Environments...", and "<< Hide Help".

**IDW**

Input point features  
punkty\_NMT\_obsz\_badań

Z value field  
Field3

Output raster  
E:\GIS\TUTORIALS\arcgis\NMT Dolinki podkrakowskie\NMT\_IDW

Output cell size (optional)  
10

Power (optional)  
2

Search radius (optional)  
Variable

Search Radius Settings

Number of points: 12

Maximum distance: 36

Input barrier polyline features (optional)

OK Cancel Environments... << Hide Help

## Wielkość piksela (Hengl, 2006)

$$k = 0.5 \sqrt{\frac{A}{N}}$$

gdzie:

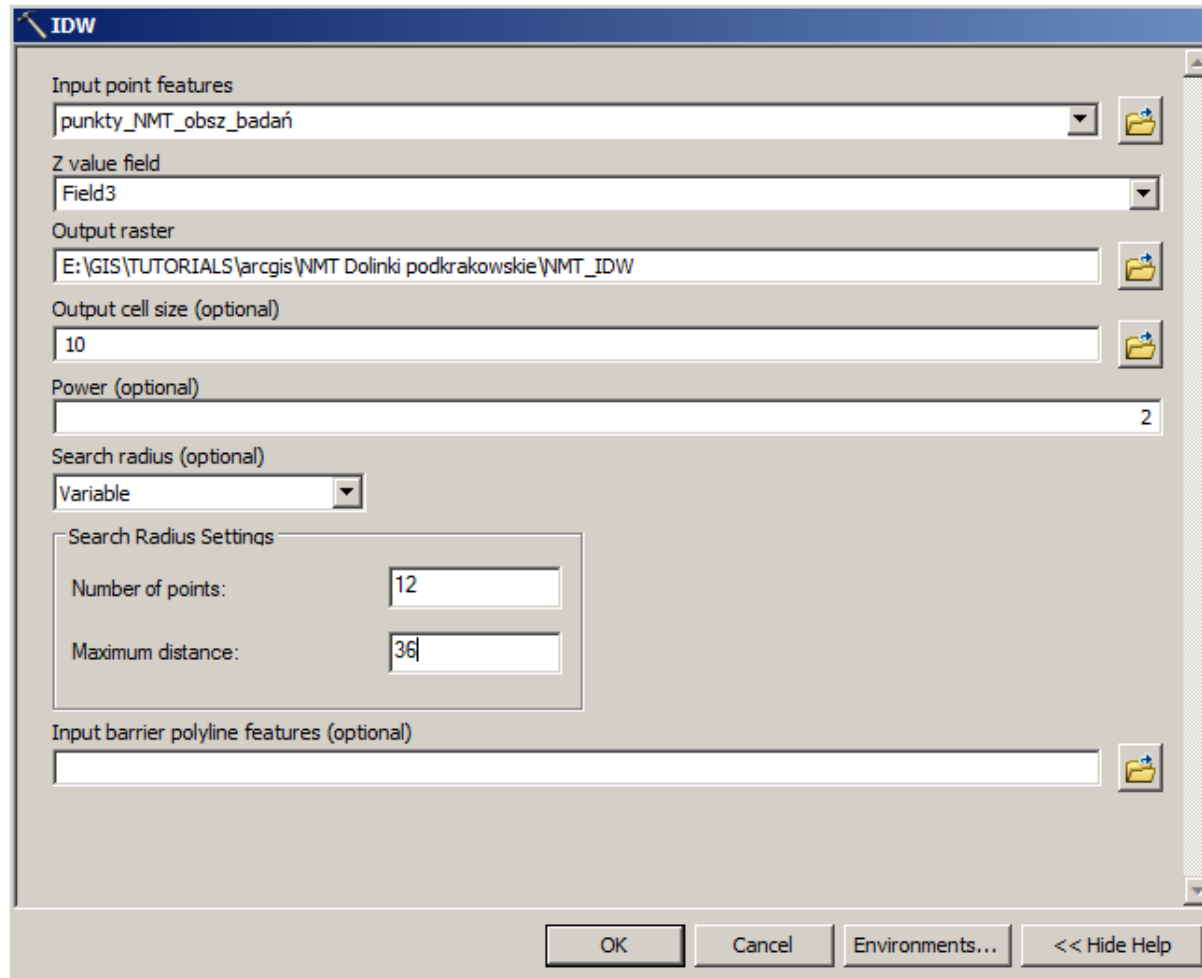
$k$  – rekomendowana rozdzielczość siatki interpolacyjnej (wielkość komórki podstawowej – piksela),

$A$  – powierzchnia obszaru badań [ $\text{m}^2$ ],

$N$  – całkowita liczba punktów bazowych.

$A \text{ [m}^2\text{]}$	148500000
$N \text{ [-]}$	371799
$k$	10

# IDW - obliczenia



The image shows the IDW (Inverse Distance Weighted) interpolation dialog box in a GIS software. The dialog box has a title bar with the text "IDW". It contains several input fields and buttons. The "Input point features" field is set to "punkty\_NMT\_obsz\_badań". The "Z value field" is set to "Field3". The "Output raster" field is set to "E:\GIS\TUTORIALS\arcgis\NMT Dolinki podkrakowskie\NMT\_IDW". The "Output cell size (optional)" field is set to "10". The "Power (optional)" field is set to "2". The "Search radius (optional)" field is set to "Variable". There is a "Search Radius Settings" sub-dialog box with "Number of points" set to "12" and "Maximum distance" set to "36". The "Input barrier polyline features (optional)" field is empty. At the bottom, there are buttons for "OK", "Cancel", "Environments...", and "<< Hide Help".

**IDW**

Input point features  
punkty\_NMT\_obsz\_badań

Z value field  
Field3

Output raster  
E:\GIS\TUTORIALS\arcgis\NMT Dolinki podkrakowskie\NMT\_IDW

Output cell size (optional)  
10

Power (optional)  
2

Search radius (optional)  
Variable

Search Radius Settings

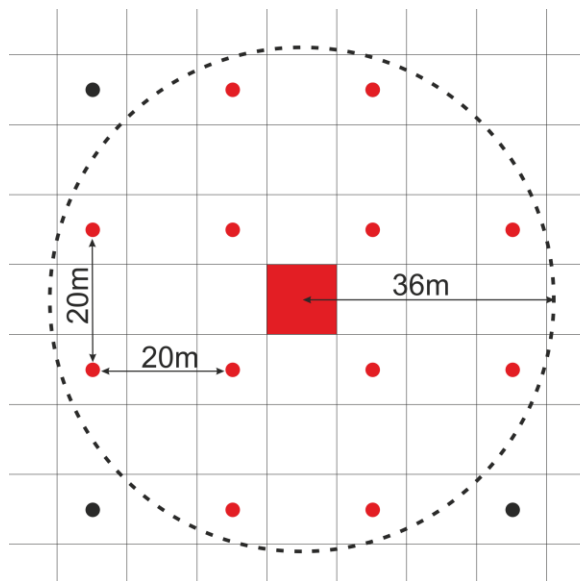
Number of points: 12

Maximum distance: 36

Input barrier polyline features (optional)

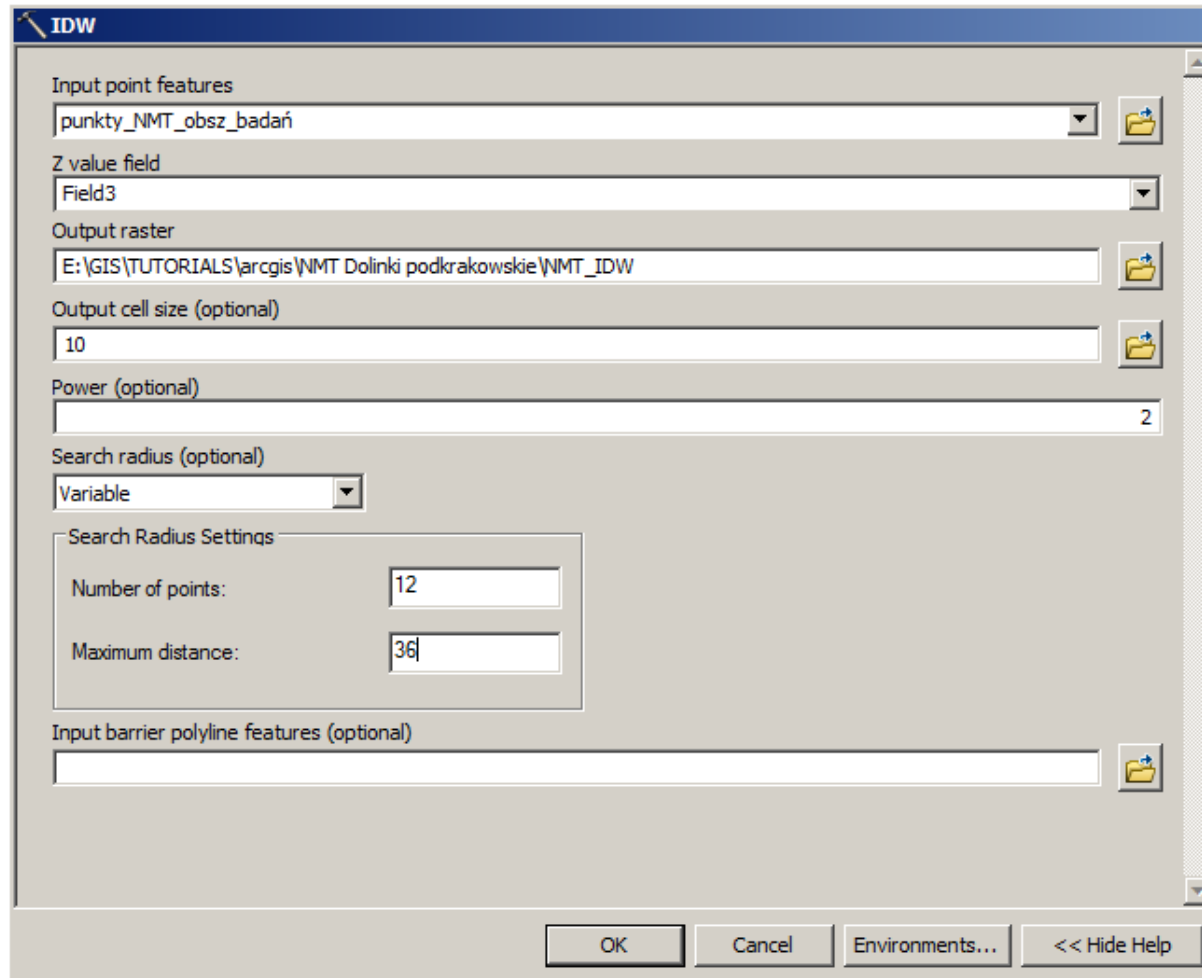
OK Cancel Environments... << Hide Help

# IDW - obliczenia



• punkty bazowe biorące udział w interpolacji  
 ■ piksel o nieznanej wartości cechy  
 • punkty bazowe

# IDW - obliczenia



The image shows the IDW (Inverse Distance Weighted) interpolation dialog box in a GIS software. The dialog box has a title bar with the text "IDW". It contains several input fields and buttons. The "Input point features" field is set to "punkty\_NMT\_obsz\_badań". The "Z value field" is set to "Field3". The "Output raster" field is set to "E:\GIS\TUTORIALS\arcgis\NMT Dolinki podkrakowskie\NMT\_IDW". The "Output cell size (optional)" field is set to "10". The "Power (optional)" field is set to "2". The "Search radius (optional)" field is set to "Variable". There is a "Search Radius Settings" sub-dialog box with "Number of points" set to "12" and "Maximum distance" set to "36". The "Input barrier polyline features (optional)" field is empty. At the bottom, there are buttons for "OK", "Cancel", "Environments...", and "<< Hide Help".

**IDW**

Input point features  
punkty\_NMT\_obsz\_badań

Z value field  
Field3

Output raster  
E:\GIS\TUTORIALS\arcgis\NMT Dolinki podkrakowskie\NMT\_IDW

Output cell size (optional)  
10

Power (optional)  
2

Search radius (optional)  
Variable

Search Radius Settings

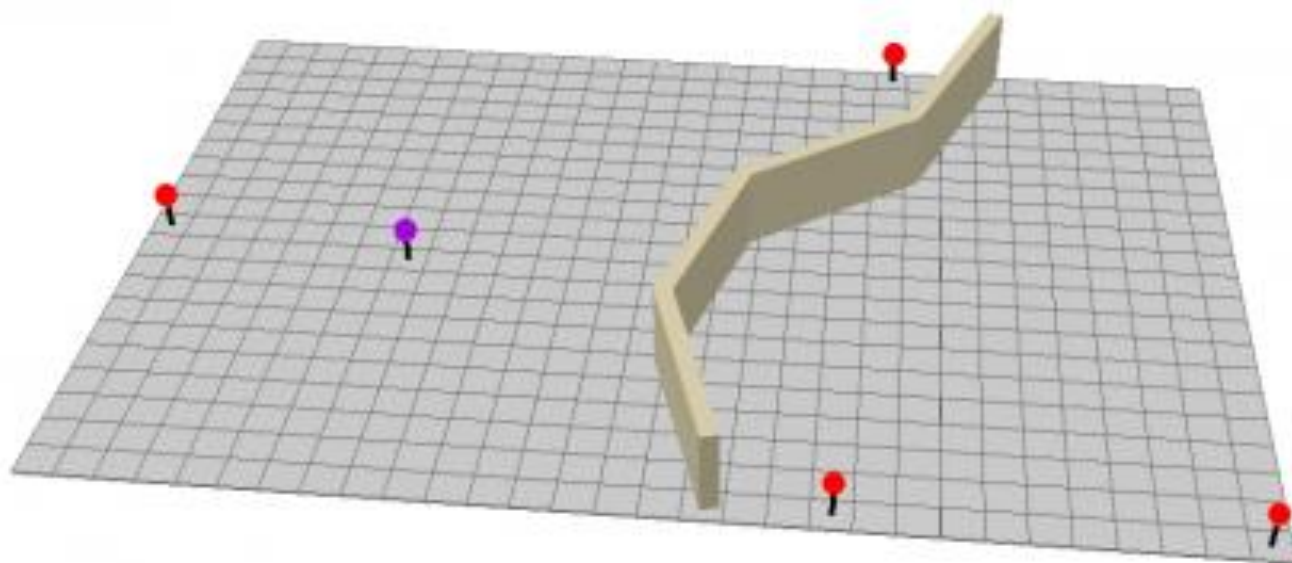
Number of points: 12

Maximum distance: 36

Input barrier polyline features (optional)

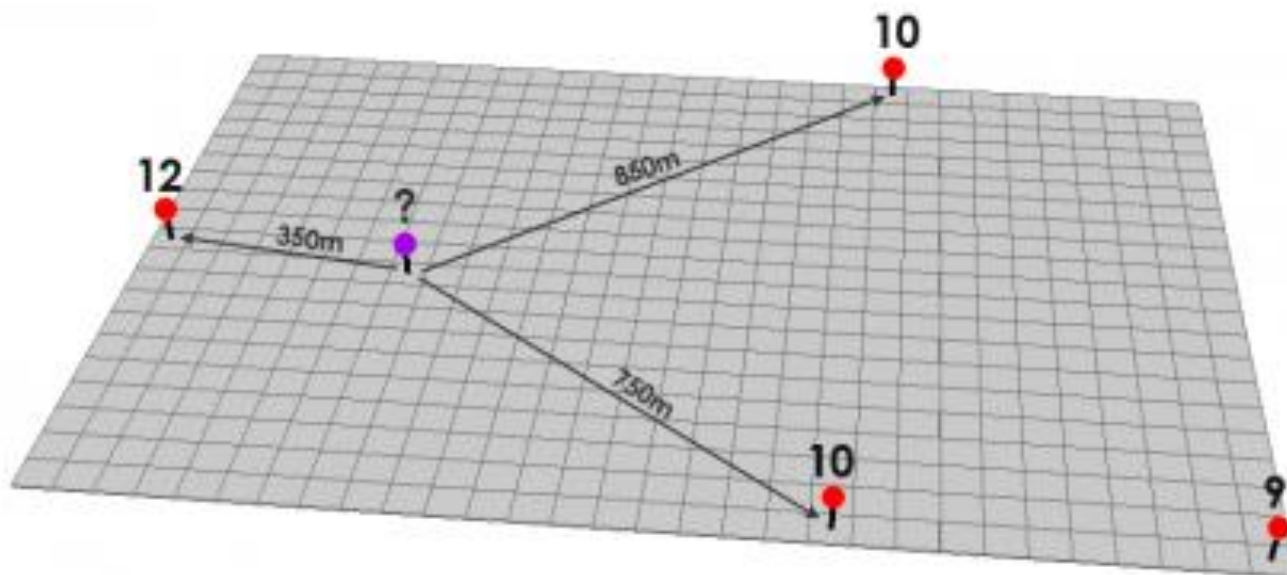
OK Cancel Environments... << Hide Help

## IDW - bariery





# Przykład



Odległość [m]

350

750

850

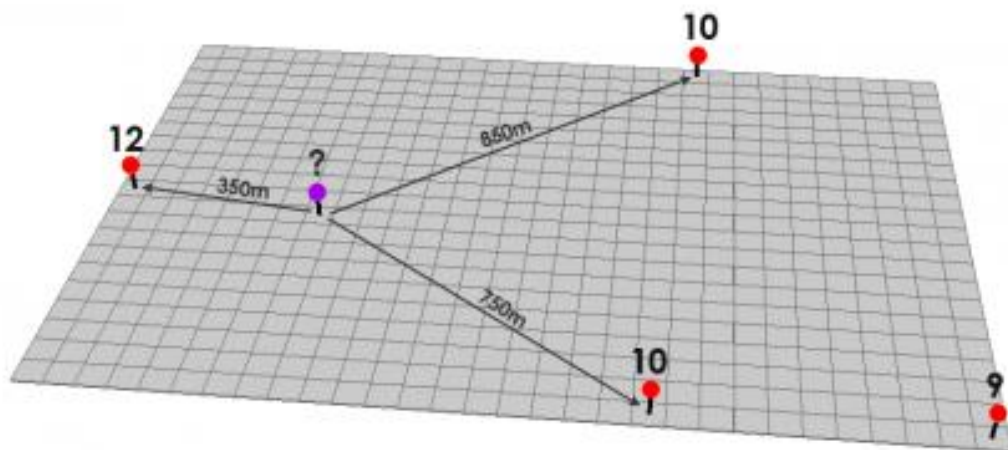
wartość

12

10

10

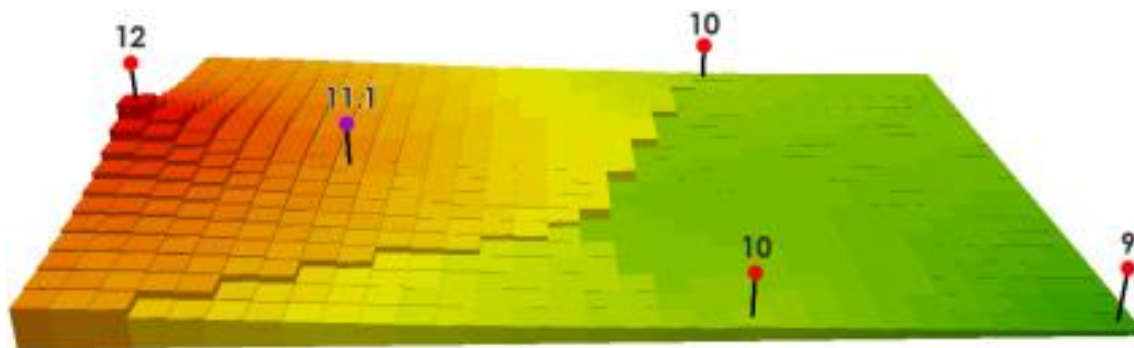
## Przykład IDW



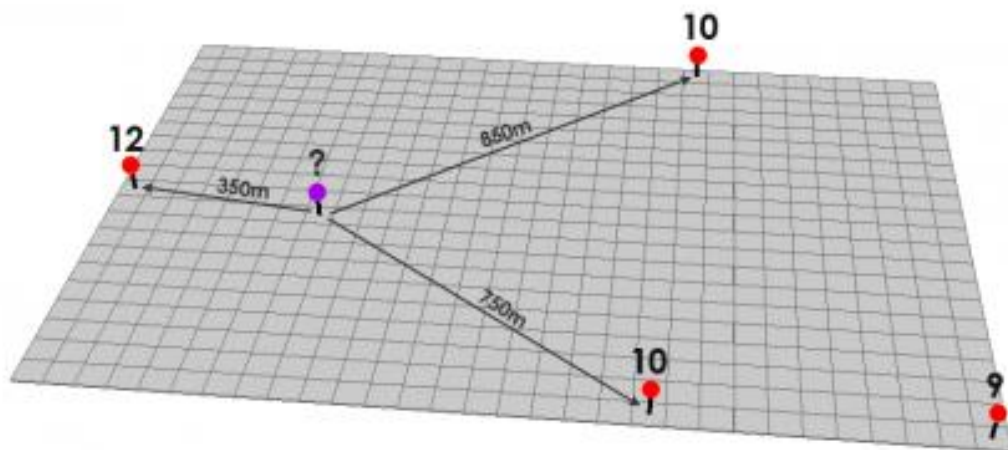
$$z_p = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{z_i}{d_i^p} \right)}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{d_i^p} \right)}$$

Dla IDW ( $P = 1$ )

$$z_p = ((12/350) + (10/750) + (10/850)) / ((1/350) + (1/750) + (1/850)) = 11,1$$



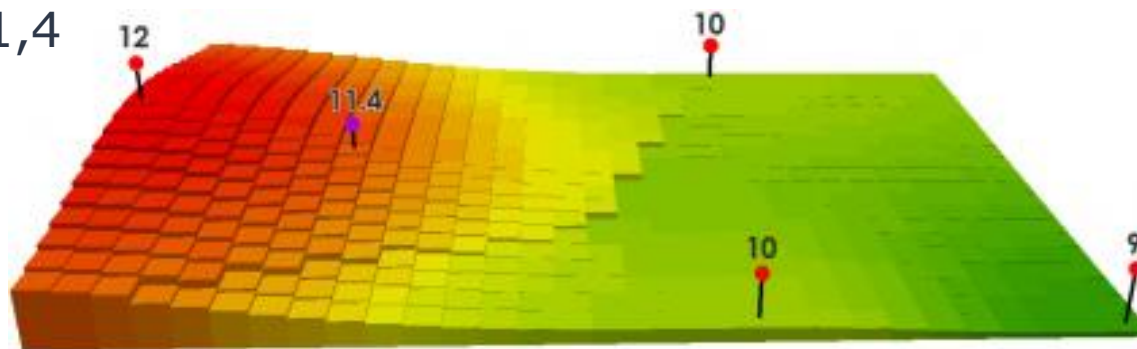
## Przykład I<sup>2</sup>DW



$$z_p = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{z_i}{d_i^p} \right)}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{d_i^p} \right)}$$

Dla I<sup>2</sup>DW (P = 2)

$$z_p = ((12/350^2) + (10/750^2) + (10/850^2)) / ((1/350^2) + (1/750^2) + (1/850^2)) = 11,4$$



GISGeography, 2021. Inverse Distance Weighting (IDW) Interpolation. URL:

<https://gisgeography.com/inverse-distance-weighting-idw-interpolation/>

Hengl T., 2006. Finding the right pixel size. *Computers & Geosciences*, 32, 1283–1298.