

Stan naprężenia pod pozostawionym filarem lub resztką pokładu.

1. Wstęp

Z praktyki i prowadzonych obliczeń analitycznych i numerycznych wiadomo, że w pozostawionej resztkce pokładu lub filarze powstaje koncentracja naprężeń. Naprężenia te z kolei przenoszone są na górotwór znajdujący się poniżej powodując niejednokrotnie nadmierny wzrost naprężeń. Wpływ ten często obejmuje znaczne części pokładów niżej zalegających i powoduje trudności podczas ich eksploatacji oraz wzrost zagrożenia tąpnięciami. W roku 1955 Sałustowicz w swojej klasycznej książce *Mechanika Górotworu* podał analityczną metodę wyznaczania wielkości i rozkładu naprężeń w górotworze pod pozostawionym filarem (lub resztką pokładu). W metodzie tej część górotworu leżącą poniżej pozostawionego filaru traktowano jako półpłaszczyznę obciążoną równomiernym obciążeniem p .

Dla uproszczenia przyjął on, że górotwór jest izotropowy jednorodny i sprężysty. Rozwiązaniem tego zagadnienia był rozkład naprężeń głównych pod pozostawionym filarem. Najczęściej otrzymane wyniki przedstawia się w postaci szeregu kół symetrycznych względem filaru, których cięciwą jest szerokość filaru. Koła te mają taką własność, że wielkość naprężeń głównych w punktach położonych na obwodzie tego samego koła jest jednakowa i określają ją wzory:

$$\sigma_1 = -p \frac{\alpha + \sin \alpha}{\pi} ; \quad \sigma_2 = -p \frac{\alpha - \sin \alpha}{\pi} \quad (1)$$

gdzie:

σ_1, σ_2 - odpowiednio mniejsze i większe naprężenie główne,
 α - kąt, którego ramiona są wyznaczone przez punkt leżący na rozpatrywanym okręgu oraz punktami na początku i końcu filaru,

p – średnie obciążenie rozłożone równomiernie pochodzące od filaru,

Dla praktyki górniczej niezwykle istotne znaczenie ma odpowiedź na pytanie:
jaki jest zasięg wpływu pozostawionego filaru na warstwy skalne niżej zalegające ?

Sałustowicz założył, że maksymalny zasięg wpływu pozostawionego filaru znajduje się w odległości w której naprężenie spada do wartości równej naprężeniu pierwotnemu p_z . Odległość tę można wyliczyć z prostego wzoru:

$$z_{\max} = \frac{4p \cdot l}{\pi \cdot p_z} \quad (2)$$

gdzie:

z_{\max} - maksymalny zasięg wpływu filaru,

l – połowa szerokości filaru.

Jeżeli przyjmiemy dla przykładu, że $p = 2p_z$ (naprężenia w filarze są dwukrotnie wyższe od pierwotnego naprężenia) oraz filar ma szerokość 300 m, wówczas maksymalny zasięg wpływu filaru na warstwy skalne niżej leżące będzie wynosił 382m.

We wzorze tym nie uwzględniono faktu, że wraz z oddalaniem się od filaru pierwotne naprężenie pionowe maleje liniowo. Jeżeli uwzględnimy wpływ głębokości to otrzymamy wzór w postaci:

$$z = \frac{p_z}{2\gamma} \left(\sqrt{1 + 16 \frac{\gamma p}{\pi p_z}} - 1 \right) \quad (3)$$

gdzie:

p_z - pierwotne naprężenie pionowe na głębokości resztki pokładu,

γ - średni ciężar objętościowy górotworu

Przyjmując te same dane jak powyżej otrzymamy że maksymalny zasięg wpływu filaru na warstwy skalne niżej zalegające będzie wynosił 242m.

W praktyce kopalnianej obserwuje się często, że w pewnych warunkach górnico-geologicznych wpływ pozostawionego filaru lub resztki pokładu na warstwy niżej leżące szybko zmniejsza się. wraz z odległością. Występują również warunki, w których nawet na znacznych odległościach odczuwalny jest istotny wpływ od pozostawionego filaru na warstwy skalne. Spróbujmy poszukać odpowiedzi na tak postawiony problem. Wydaje się, że rozwiązania tego problemu należy poszukiwać we właściwościach skał budujących warstwy górotworu leżącego poniżej pozostawionego filaru bądź resztki. Najczęściej przy określaniu wpływu pozostawionego filaru (lub resztki) na warstwy niżej leżące przyjmuje się założenie, że warstwy te są izotropowe, jednorodne, sprężyste podobnie jak w przytoczonych

powyżej rozważaniach A. Sałustowicza. Odbiega to niestety znacznie od warunków rzeczywistych.

2. Model górotworu transwersalnie izotropowego

Ośrodek skalny jest nazywany izotropowym, jeżeli jego własności fizyczne są niezależne od kierunku badania. W przypadku, gdy ośrodek skalny ma różne własności w różnych kierunkach wtedy nazywamy go anizotropowym. Cecha anizotropii może charakteryzować wszystkie własności ośrodka skalnego lub też tylko niektóre np. moduł sprężystości, wytrzymałość na ściskanie itp.

W uwarstwionych skałach osadowych t.j. łupkach ilastych, piaszczystych czy też piaskowcach spotyka się szczególny rodzaj anizotropii. Jest to tak zwany ośrodek transwersalnie izotropowy. W ośrodku tym skały zbudowane są z połączonych spoiwem drobnych cząstek, ziaren układających się w charakterystyczne cienkie, płaskie warstewki równoległe względem siebie. Układ tych warstewek sklejonych spoiwem tworzy skałę osadową. Skała w płaszczyznach równoległych do warstewek ma własności izotropowe stąd płaszczyzny te noszą nazwę płaszczyzn izotropii, natomiast w kierunku prostopadłym do płaszczyzn izotropii ma inne własności. Sprężysty ośrodek transwersalnie izotropowy można opisać przy pomocy pięciu stałych (rys.1):

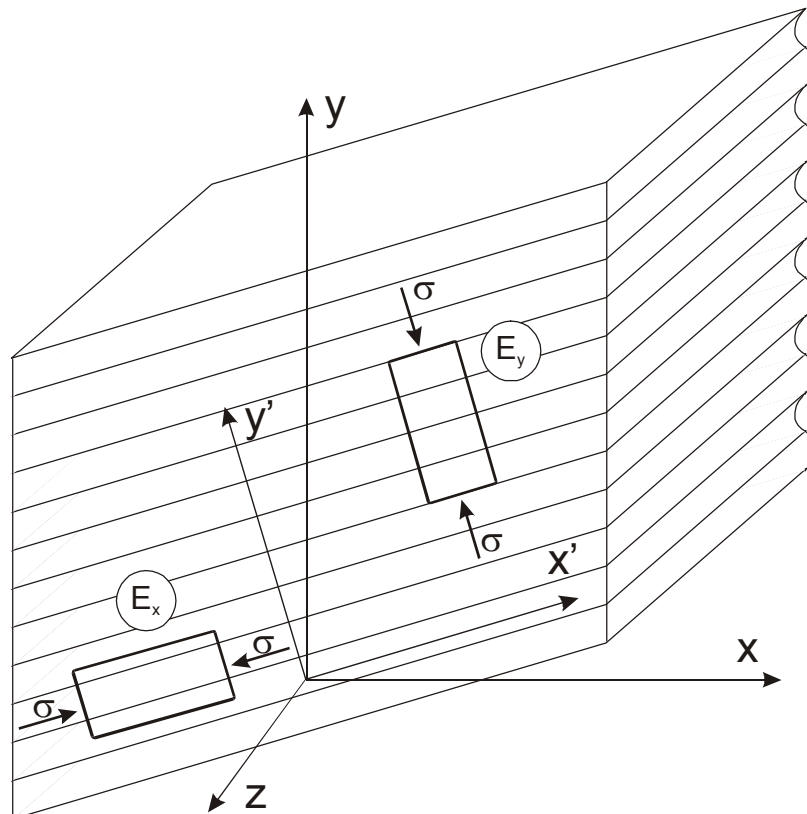
E_x - moduł sprężystości w płaszczyźnie izotropii,

E_y - moduł sprężystości prostopadły do płaszczyzny izotropii,

ν_{yx} - współczynnik Poissona będący stosunkiem odkształceń w kierunku osi x (oś x leży w płaszczyźnie izotropii) do odkształceń w kierunku y (oś y biegnie prostopadle do płaszczyzny izotropii); odkształcenia te spowodowane są przez jednoosiowe ściskanie w kierunku osi y,

ν_{zx} - współczynnik Poissona będący stosunkiem odkształceń w kierunku osi x do odkształceń w kierunku z (obie osie leżą w płaszczyźnie izotropii); odkształcenia te spowodowane są przez jednoosiowe ściskanie w kierunku osi y,

G_{xy} - moduł odkształcenia postaciowego pomiędzy płaszczyzną izotropii a płaszczyzną do niej prostopadłą.



Rys.1. Ośrodek transwersalnie izotropowy

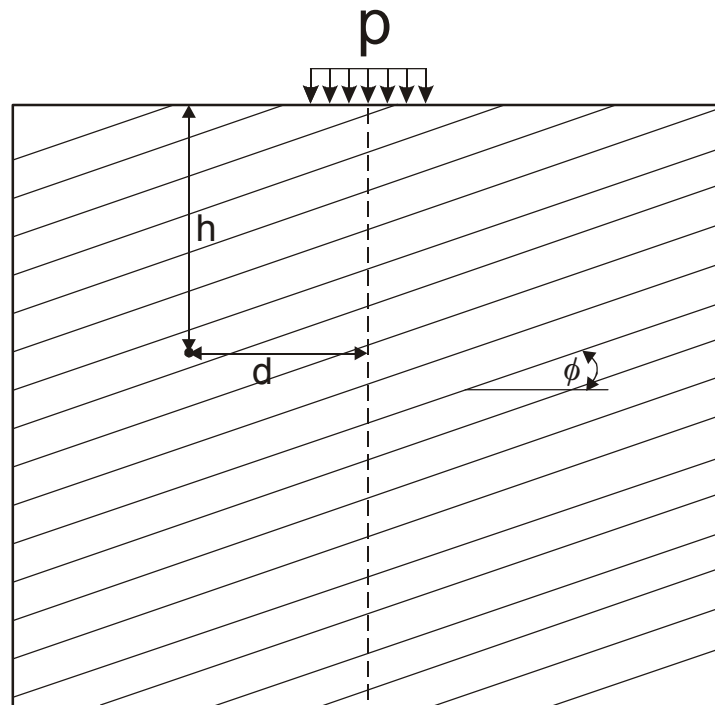
W poniższej pracy model transwersalnie izotropowy wykorzystano dla określenia stanu naprężenia pod pozostawionym filarem. Rozwiązania dokonano wykorzystując program FLAC (FLAC 2000a,b) w którym płaszczyzny izotropii mogą występować pod dowolnym kątem ϕ do poziomemu. Analizowano wpływ nachylenia tych płaszczyzn oraz własności sprężystych ośrodka na zasięg oddziaływania filaru na niżej leżące części górotworu.

3. Wpływ pozostawionego filaru na warstwy niżej leżące

Dla realizacji sprecyzowanego powyżej celu wykonano serię obliczeń dla dwóch modeli numerycznych.

W modelu pierwszym uproszczonym (rys.2) przyjęto, że zachowanie warstw skalnych leżących poniżej filaru opisuje półpłaszczyzna o własnościach transwersalnie izotropowych. Wpływ filaru na tę półpłaszczyznę zastąpiono działaniem równomiernie rozłożonego obciążenia p . Model ten jest podobny do modelu zaproponowanego przez Sałustowicza, różni się tylko zachowaniem się skał leżących poniżej filaru. Sałustowicz przyjął izotropowe zachowanie się skał,

natomiast tutaj przyjęto bliższe rzeczywistości transwersalnie izotropowe zachowanie się skał, których położenie płaszczyzn izotropii zmienia się od 0° – 90° .



Rys.2. Uproszczony schemat modelu pierwszego

W modelu drugim dokładniejszym zamodelowano fizycznie filar wraz z otaczającym górotworem i zrobami powstałymi na skutek przeprowadzonej wcześniej eksploatacji.

Dla **modelu pierwszego** przyjęto następujące dane liczbowe:

- filar o szerokości 160m znajduje się na głębokości 420m. Pierwotne naprężenia pionowe w tym przypadku wynoszą $p_z = 10.5$ MPa,
- model stanowi tarcza wycięta z górotworu o długości 1700m i wysokości 1000m,
- na dolnej krawędzi tej tarczy przemieszczenia pionowe są równe zero, natomiast do górnej krawędzi tarczy na odcinku odpowiadającym szerokości filaru przyłożono obciążenie o wartości $p = 2p_z = 21$ MPa. Pozostałe krawędzie są nieobciążone,
- materiał tarczy tworzy skała o własnościach transwersalnie izotropowych, których parametry dla poszczególnych *variantów* zamieszczono w tabeli 1. Własności skał dobierano w taki sposób, aby otrzymać odpowiedź na pytanie: jaki jest możliwy zasięg pionowy wpływu pozostawionego filaru lub resztki w mocnych skałach osadowych jakimi są niektóre piaskowce i łupki piaszczyste?. Dla

porównania wyników w *wariacie 1.1 modelu pierwszego* rozpatrywano górotwór o własnościach sprężystych.

Interesujące także było jak wpływa kąt uwarstwienia warstw skalnych na rozkład naprężenia. Dlatego też w każdym rozpatrywanym w **modelu 1 wariacie** wykonano obliczenia przyjmując różne kąty nachylenia płaszczyzny izotropii do poziomu ($\phi = 0^0$, $\phi = 15^0$, $\phi = 30^0$, $\phi = 45^0$, $\phi = 60^0$, $\phi = 75^0$, $\phi = 90^0$).

Tabela 1. Własności sprężyste górotworu przyjęte do obliczeń w kolejnych *wariantach modelu pierwszego*

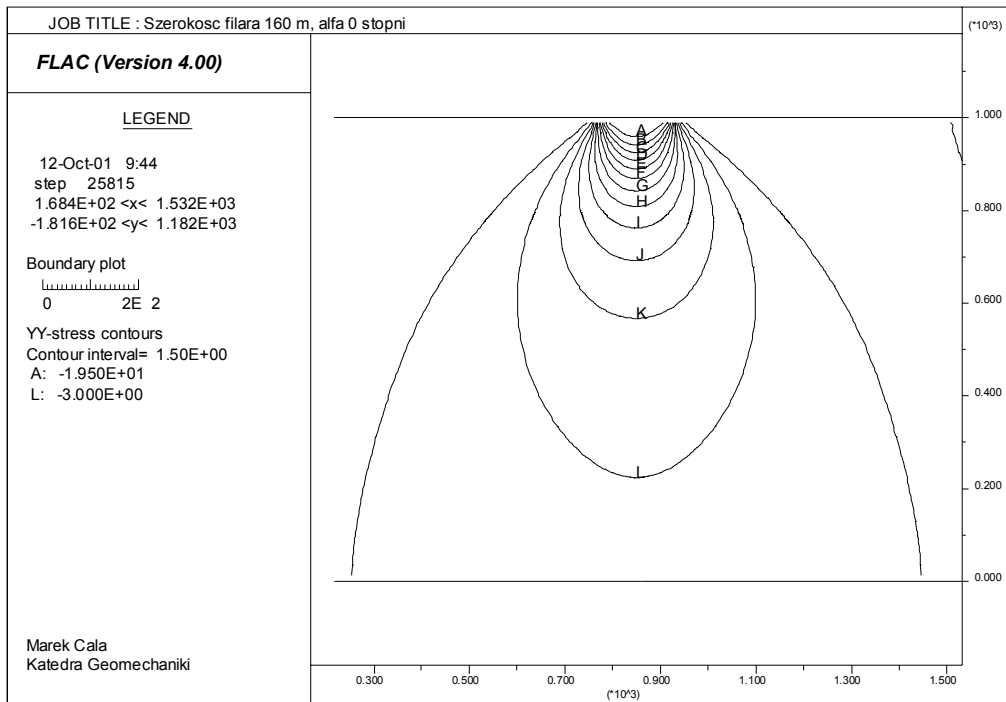
Parametry górotworu	<i>wariant 1.1</i>	<i>wariant 1.2</i>	<i>wariant 1.3</i>	<i>wariant 1.4</i>
E_x [GPa]	10	20	10	10
E_y [GPa]	10	10	20	50
ν_{yx} [-]	0.25	0.25	0.25	0.25
ν_{zx} [-]	0.25	0.25	0.25	0.25
G_{xy} [GPa]	4	5	5.714	7.692

Po wykonaniu obliczeń wybrane najbardziej interesujące wyniki przedstawiono w postaci tabel oraz wybranych rysunków.

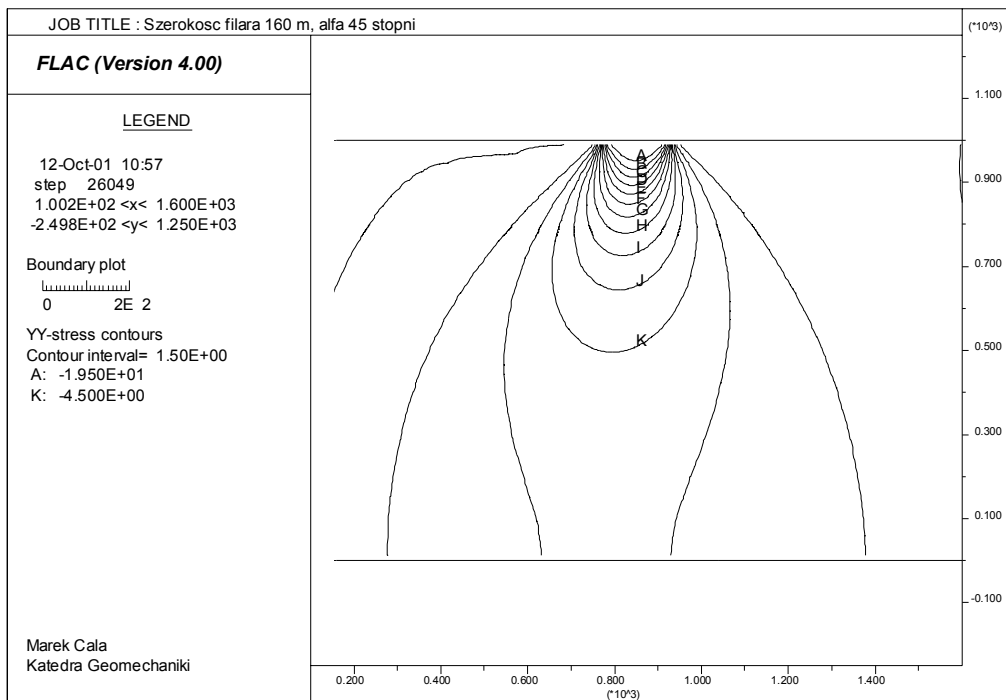
W tabeli 2 przedstawiono zbiorczo wyniki dla *wariantu 1.2*. Nawet pobieżna analiza tej tabeli pozwala stwierdzić, że wraz ze zmianą kąta zalegania płaszczyzn uwarstwienia (izotropii) zarówno zwiększa się zasięg oddziaływania filaru (w pionie głębokość „h” od filaru) na warstwy niżej leżące jak również rozkład naprężeń staje się niesymetryczny. Maksymalne naprężenia pionowe występują nie w osi symetrii filaru lecz poza nią (w poziomej odległości „d” od osi filaru). Ilustrują to także rys. 3 (dla kąta uwarstwienia $\phi = 0^0$), rys.4 (dla kąta uwarstwienia $\phi = 45^0$) oraz rys.5 (dla kąta uwarstwienia $\phi = 90^0$).

Tabela 2. Określenia zasięgu pionowego i poziomego wpływu filaru

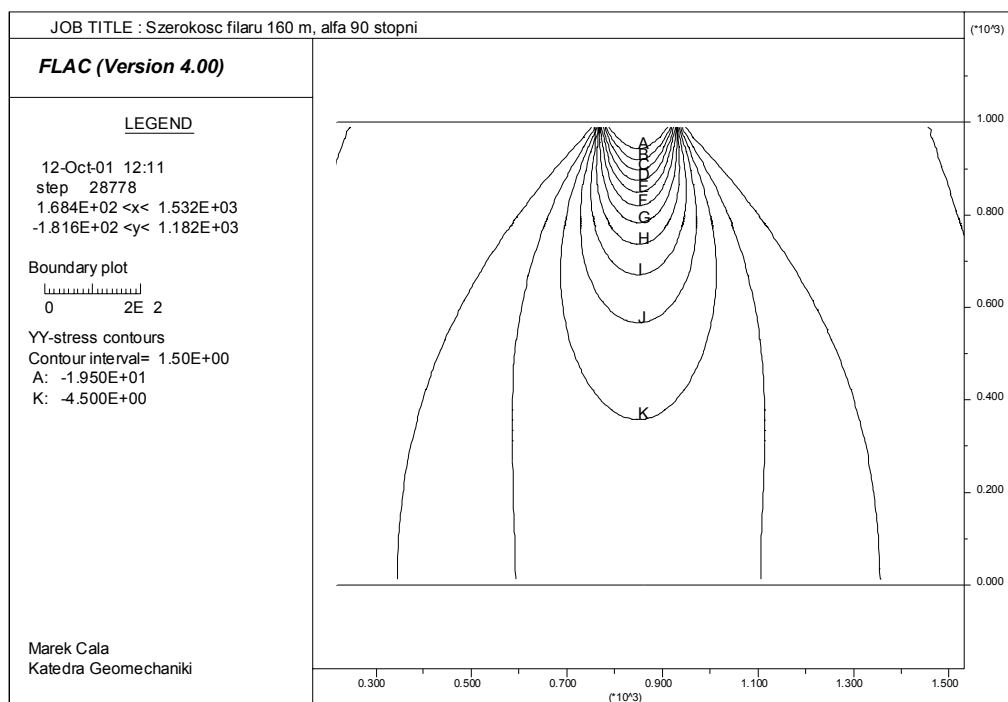
$\frac{\sigma_z^{\max}}{p_z}$	$\phi = 0^0$		$\phi = 15^0$		$\phi = 30^0$		$\phi = 45^0$		$\phi = 60^0$		$\phi = 75^0$		$\phi = 90^0$	
	h[m]	d[m]	h[m]	d[m]	h[m]	d[m]	h[m]	d[m]	h[m]	d[m]	h[m]	d[m]	h[m]	d[m]
1.6	72	0	74	3	78	7	85	6	92	5	97	5	99	0
1.2	124	0	125	8	132	14	143	15	155	15	165	6	168	0
1.0	158	0	161	10	169	16	183	21	199	21	212	15	217	0
0.8	208	0	212	11	223	23	240	26	262	27	280	16	288	0



Rys.3. Rozkład naprężeń pionowych pod filarem ($\phi = 0^0$)



Rys.4. Rozkład naprężeń pionowych pod filarem $\phi = 45^0$



Rys.5. Rozkład naprężeń pionowych pod filarem ($\phi = 90^0$)

Można zauważyć, że gdy uwarstwienie skał osadowych jest poziome wówczas maksymalne naprężenia pionowe są równe pierwotnym naprężeniom pionowym na głębokości $h=158\text{m}$ od filaru, natomiast uwarstwienie skał jest pionowe, wtedy te naprężenia osiąga się na głębokości $h=217\text{m}$.

W tabeli 3 pokazano wybrane wyniki obliczeń dla trzech wariantów: 1, 3, 4 przy poziomym zaleganiu uwarstwienia. W wariacie 1 przyjęto izotropowe własności części górotworu leżącej poniżej filaru, natomiast w kolejnych wariantach 3 i 4 coraz wyższe wartości modułu E_y prostopadłego do uwarstwienia (od dwukrotnie większej do pięciokrotnie większej).

Tabela 3. Zasięg pionowego oddziaływania filara

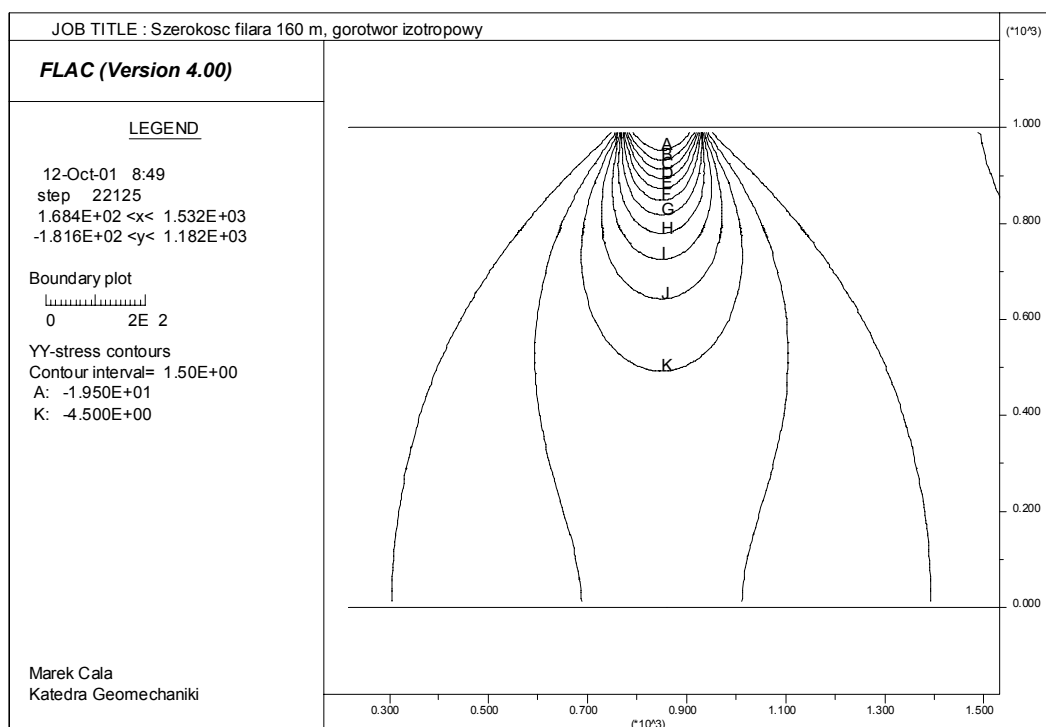
$\frac{\sigma_z^{\max}}{p_z}$	Wariant 1.1 (izotropowy)		Wariant 1.3		Wariant 1.4	
	h [m]	d [m]	H [m]	d [m]	h [m]	d [m]
1.6	84	0	99	0	127	0
1.2	142	0	169	0	223	0
1.0	182	0	219	0	291	0
0.8	240	0	290	0	394	0
0.6	337	0	412	0	586	0

Można zauważyć, że jak rośnie wartość modułu E_y to coraz dalej sięga oddziaływanie filaru na warstwy niżej leżące. Zależność tę przedstawia tabela 4. W tabeli tej podano zasięg oddziaływania filaru lub resztki na warstwy skalne dla maksymalnych naprężeń pionowych pochodzących od filaru równych pierwotnym naprężeniom pionowym.

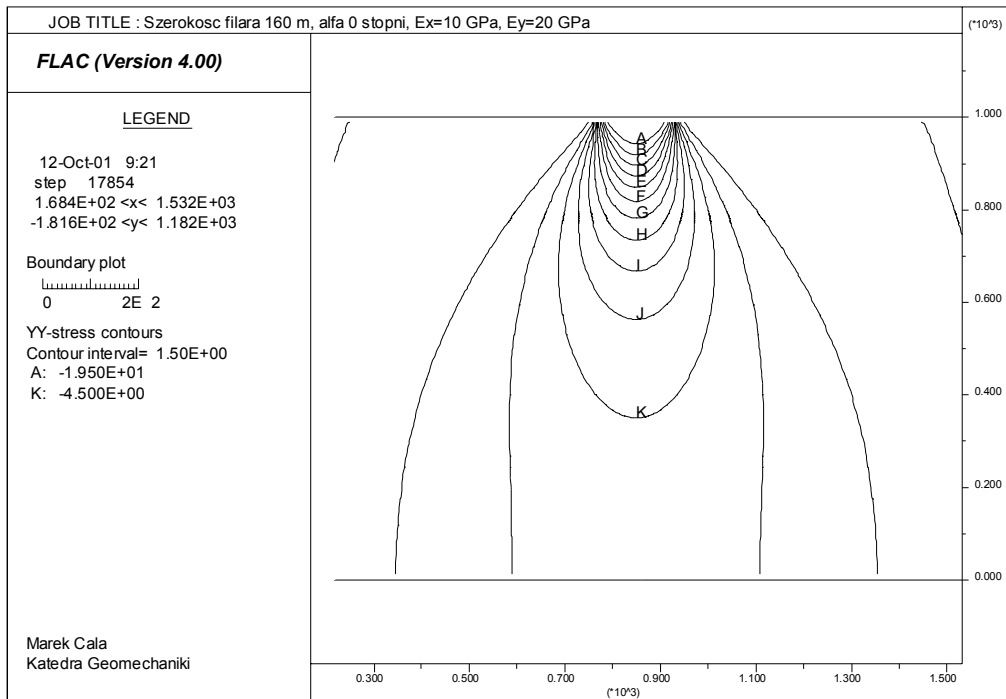
Tabela 4. Zasięg pionowego oddziaływania filara

$\frac{E_y}{E_x}$	H[m]
0.5	158
1.0	182
2.0	219
5.0	291

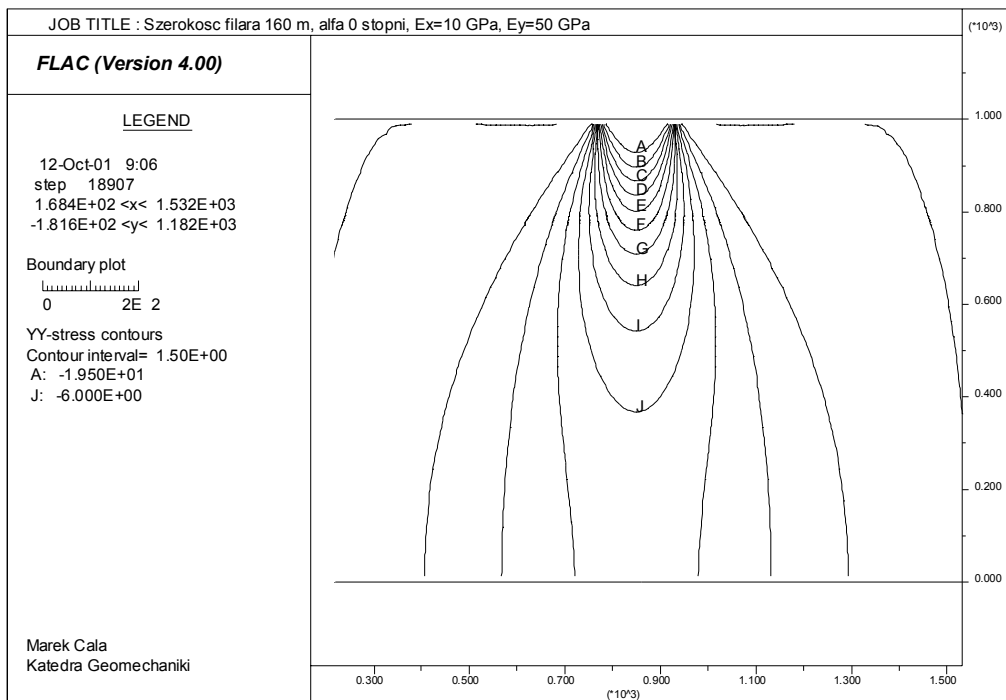
Na rys.6, 7 i 8 pokazano jak przesuwają się w głąb górotworu izolinie równych naprężeń pionowych wraz ze wzrostem wartości modułu E_y (najłatwiej prześledzić jak zwiększa się obszar zakreślony przez jedną wybraną izolinię np. J= -6MPa).



Rys.6. Rozkład naprężeń pionowych pod filarem, górotwór izotropowy



Rys.7. Rozkład naprężeń pionowych pod filarem, *wariant 1.3.*



Rys.8. Rozkład naprężeń pionowych pod filarem, *wariant 1.4.*

Analiza wyników obliczeń wskazuje, że wzrost zasięgu oddziaływania filara jest nieliniowy. Przyjrzyjmy się wspomnianej powyżej izolacji $J=6$ MPa. W przypadku górotworu izotropowego jej największy pionowy zasięg jest równy 357 m poniżej filara, dla *wariantu 3* – 434 m, zaś dla *wariantu 4* – 631 m.

W **modelu drugim** zamodelowano fizycznie filar wraz z otaczającym górotworem i zrobami powstałymi na skutek przeprowadzonej wcześniej eksploatacji. Przyjęto następujące dane liczbowe dla tego modelu:

- z górotworu wycięto tarczę ważką (tarcza poddana działaniu sił grawitacji) o długości 1700m i wysokości 1000m, której górna krawędź pokrywa się z powierzchnią terenu,
- wewnątrz tej tarczy na głębokości 500m znajduje się filar o szerokości 300m oraz o grubości 3m. Dokoła filaru znajdują się zrobry. Przyjęto, że zrobry są materiałem sprężystym i izotropowym oraz posiadają moduł Younga 100 MPa, a liczbę Poissona 0.25). Pierwotne naprężenia pionowe w tym przypadku wynoszą $p_z = 12.5$ MPa,
- na dolnej krawędzi tej tarczy przemieszczenia pionowe są równe zero, natomiast na krawędziach bocznych tarczy przemieszczenia poziome są równe zero.
- materiał tarczy tworzy skała o własnościach transwersalnie izotropowych, których parametry dla poszczególnych wariantów zamieszczono w tabeli 1,
- podobnie jak poprzednio w każdym rozpatrywanym **wariacie modelu drugiego** wykonano obliczenia przyjmując różne kąty nachylenia płaszczyzny izotropii do poziomu ($\phi = 0^0, \phi = 15^0, \phi = 30^0, \phi = 45^0, \phi = 60^0, \phi = 75^0, \phi = 90^0$).

Po wykonaniu obliczeń wybrane wyniki przedstawiono w postaci tabel oraz wybranych rysunków. W tabeli 5 przedstawiono zbiorczo wyniki dla *wariantu 2.2* (dane jak dla wariantu 1.2 – tabela 1), natomiast w tabeli 6 dla *wariantu 2.3* (dane jak dla wariantu 1.3 – tabela 1).

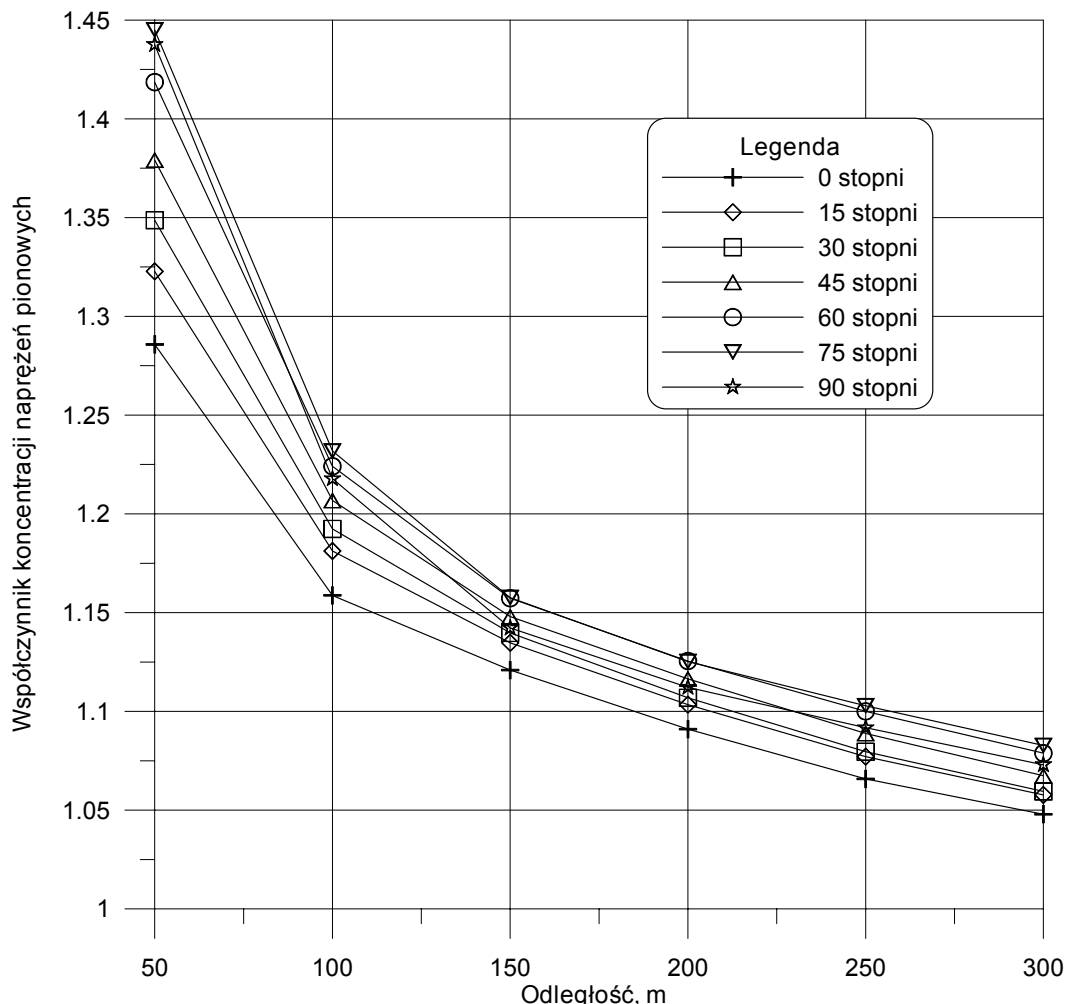
Tabela 5. Zasięg pionowego oddziaływania filara dla *wariantu 2.2*.

Pionowa odległość od filaru [m]	Wartość $\frac{\sigma_z^{\max}}{p_z}$ dla różnych kątów nachylenia uwarstwienia skał ϕ [0]						
	0	15	30	45	60	75	90
50	1.29	1.32	1.35	1.38	1.42	1.45	1.44
100	1.16	1.18	1.19	1.20	1.22	1.23	1.22
150	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.16	1.14
200	1.09	1.10	1.10	1.12	1.13	1.13	1.11

Tabela 6 Zasięg pionowego oddziaływania filara dla wariantu 2.3.

Pionowa odległość od filaru [m]	Wartość $\frac{\sigma_z^{\max}}{p_z}$ dla różnych kątów nachylenia uwarstwienia skał ϕ [°]						
	0	15	30	45	60	75	90
50	1.43	1.41	1.39	1.37	1.33	1.29	1.27
100	1.21	1.21	1.20	1.20	1.18	1.16	1.15
150	1.14	1.14	1.14	1.14	1.13	1.12	1.11
200	1.11	1.11	1.11	1.11	1.10	1.09	1.08

Dla ilustracji wyników zawartych w tabeli 5 na rys. 9 przedstawiono wartości współczynnika koncentracji naprężeń pionowych ($\frac{\sigma_z^{\max}}{p_z}$) w przekrojach dla różnych pionowych odległości od filara dla wariantu 2.2.



Rys.9. Współczynnik koncentracji naprężeń pionowych w funkcji odległości od filara, wariant 2.2.

Przyjmijmy przykładowo 1.1 jako graniczną wartość współczynnika koncentracji naprężeń. Z rys.9 widać wyraźnie, że dla kąta nachylenia płaszczyzn

izotropii równego 0 stopni wartość współczynnika 1.1 przypada na pionową odległość równą około 185 m, zaś dla kąta 75 stopni jest to już 257 m.

4. Podsumowanie

W górotworze składającym się ze skał osadowych, w których moduł sprężystości prostopadły do uwarstwienia przyjmuje inne wartości niż moduł sprężystości równoległego do uwarstwienia zasięg oddziaływania pozostawionych filarów lub resztek pokładu może być bardzo zróżnicowany. Z rozważań teoretycznych wynika, że w pewnych warunkach, przy założeniu, że $\frac{E_y}{E_x} = 5$ pionowy zasięg oddziaływania filaru może być blisko dwukrotnie większy niż w przypadku górotworu izotropowego.

Kąt nachylenia uwarstwienia skał osadowych zalegających poniżej filaru lub resztki w odniesieniu do poziomu może mieć także istotny wpływ zarówno na zasięg oddziaływania jak również na asymetrię rozkładu naprężeń. Z tego powodu czasami oddziaływanie pozostawionej resztki pokładu lub filaru może być przesunięte względem ich osi o nawet kilkadziesiąt metrów.

Te wyniki teoretyczne potwierdzają obserwacje przeprowadzone w niektórych kopalniach (Tajduś et al. 2001), gdzie na znacznych głębokościach od resztki lub filaru zaznacza się istotny ich wpływ. Z tego względu przy ocenie pokładów zagrożonych tapaniami nie powinno się obligatoryjnie przyjmować, że wpływ mają tylko te resztki, filary i krawędzie które zalegają do 150m powyżej rozpatrywanego pokładu - tak jak wynika z wytycznych bezpiecznego prowadzenia eksploatacji w pokładach zagrożonych tapaniami.

5. Literatura

Sałustowicz A. 1955. *Mechanika Górotworu*. Wydawnictwo Górnictwo-Hutnicze. Stalinogród.

FLAC v. 4.0. 2000a. *Users Manual*. Itasca Consulting Group.

FLAC v. 4.0. 2000b. *Theory and Background*. Itasca Consulting Group.

Tajduś A., Cała M., Flisiak J., Cieślik J. 2001. Opracowanie i analiza stanu naprężeń w górotworze w partii zachodniej pokładu 510 w aspekcie projektowanej eksploatacji w latach 2002-2007 ze szczególnym uwzględnieniem zagrożenia tapaniami i koordynacji robót z eksploatacją w partii środkowej pokładu 620. Opracowanie niepublikowane. Katedra Geomechaniki, Budownictwa i Geotechniki. AGH. Kraków.