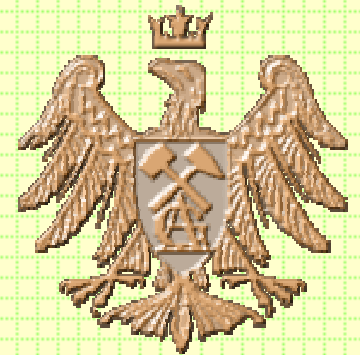


Naprężenia efektywne

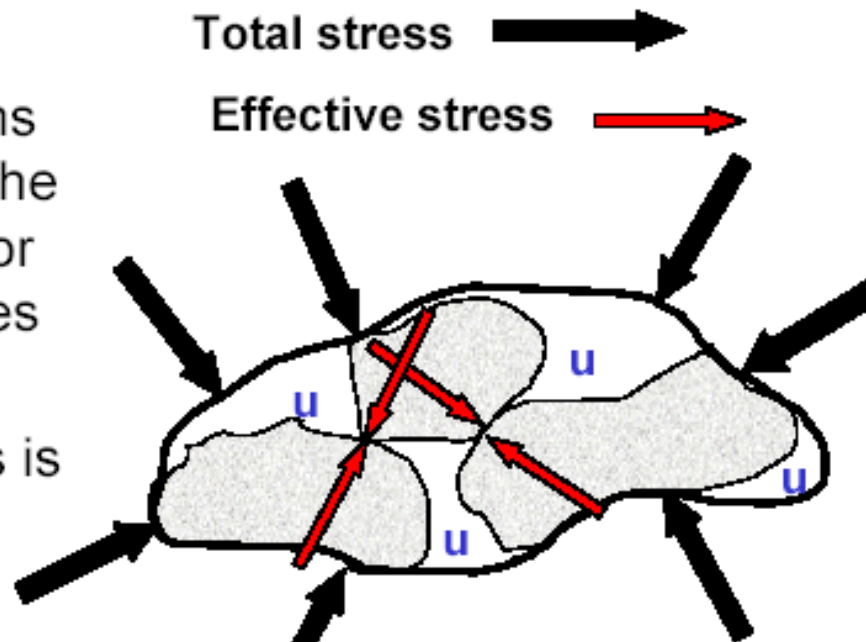
Effective stress



Naprężenia efektywne

Concept of effective stress

- Behavior of particle systems is affected by the inter-granular or contact stresses
- The inter-granular stress is the “Effective stress”

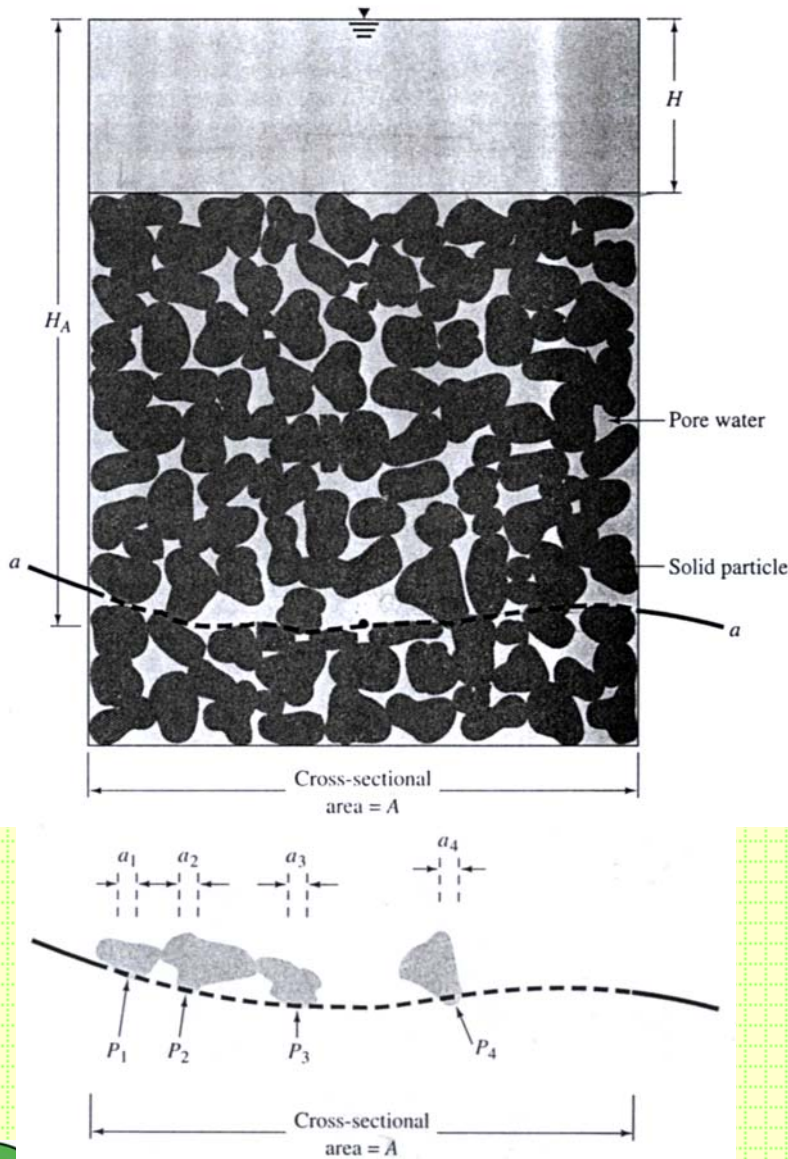


To satisfy equilibrium, the sum of the internal stresses (effective stress and pore pressures) acting on some plane, must equal the external stresses

Naprężenia efektywne

Na szkielet gruntowy znajdujący się poniżej zwierciadła wody działa **wypór wody** zgodnie z prawem Archimedesesa, powodując wywieranie mniejszego nacisku na warstwę leżącą niżej niż na warstwę powyżej zwierciadła wody gruntowej. Pozorny ciężar objętościowy szkieletu gruntowego o objętości $(1 - n)$ pod wodą gruntową, zgodnie z prawem Archimedesesa wyniesie:

$$\begin{aligned} \gamma' &= (1-n)\rho_s g - (1-n)\rho_w g = \\ &= (1-n) \cdot (\rho_s - \rho_w) g = \\ &= (1-n)(\gamma_s - \gamma_w) = \gamma_{sr} - \gamma_w \\ \gamma' &= \gamma_{sr} - \gamma_w \end{aligned}$$



Naprężenia efektywne

gdzie:

$\gamma_{sr} = (1-n)\gamma_s + n\gamma_w$ - ciężar objętościowy gruntu, przy $S_r=1$

n - porowatość gruntu

ρ_s - gęstość właściwa szkieletu gruntowego

ρ_w - gęstość właściwa wody

g - przyspieszenie ziemskie, 9.81 m/s^2

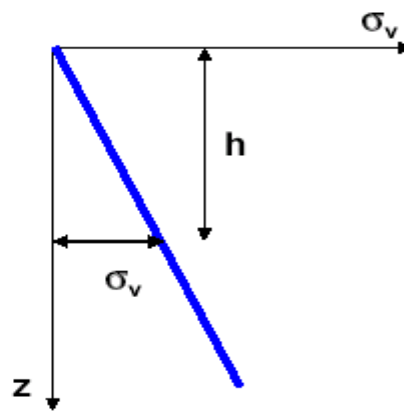
γ_w - ciężar właściwy wody

γ_s - ciężar właściwy szkieletu gruntowego, kN/m^3

Vertical stress in soil

- Vertical stress, σ_v in assembly of particles

$$\sigma_v = \rho_{soil} gh = \gamma_{soil} h$$



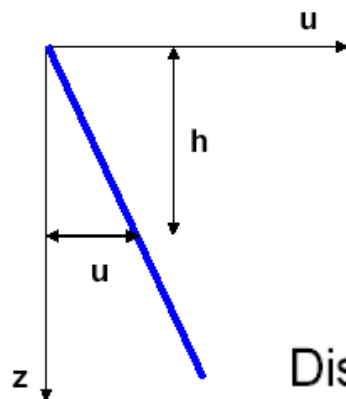
Effective stresses must be calculated as the difference between total stress and pore pressure

Naprężenia efektywne

- Water pressure

$$u = \rho_w g h = \gamma_w h$$

– Pressure, u , is equal in all directions

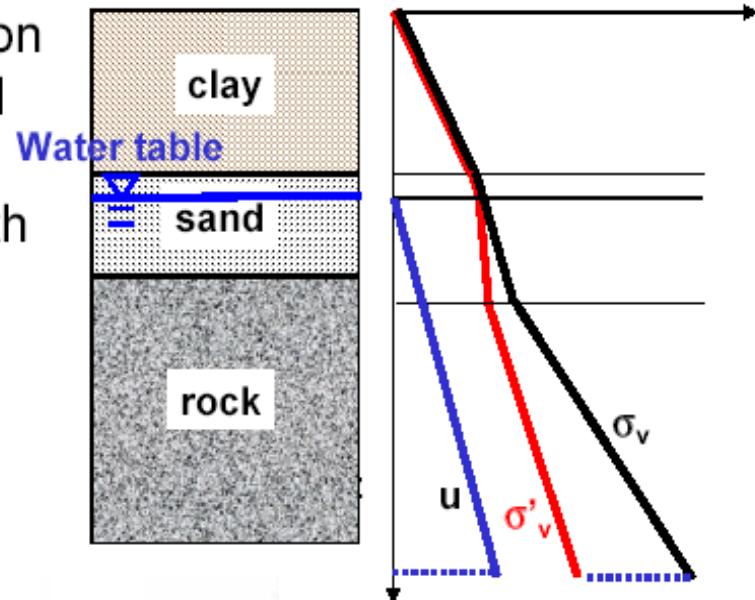


$$\sigma' = \sigma - u$$

$$\sigma'_v = \sigma_v - u$$

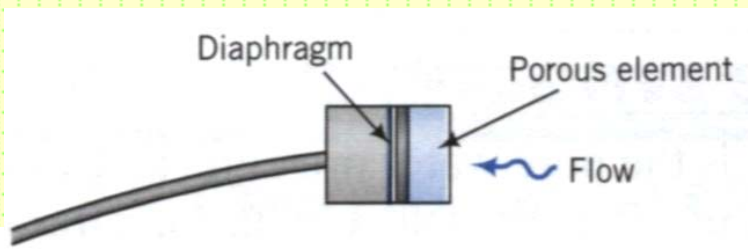
Vertical Effective stress

Distribution of vertical effective stress with depth



Measurement of pore water pressure

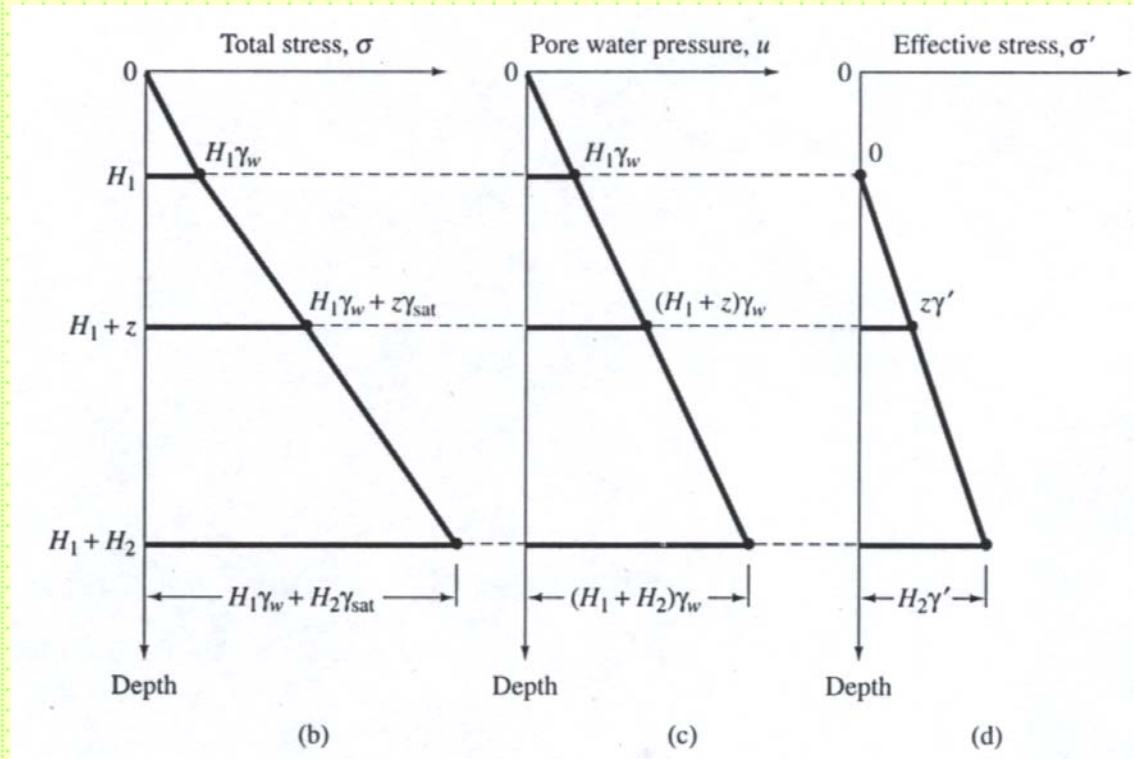
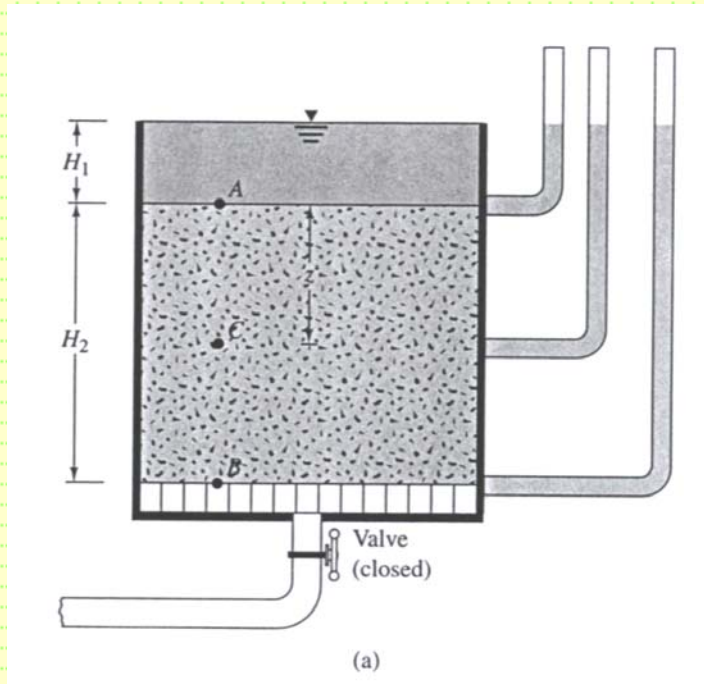
Pore water pressure transducer



Piezometers

Naprężenia efektywne

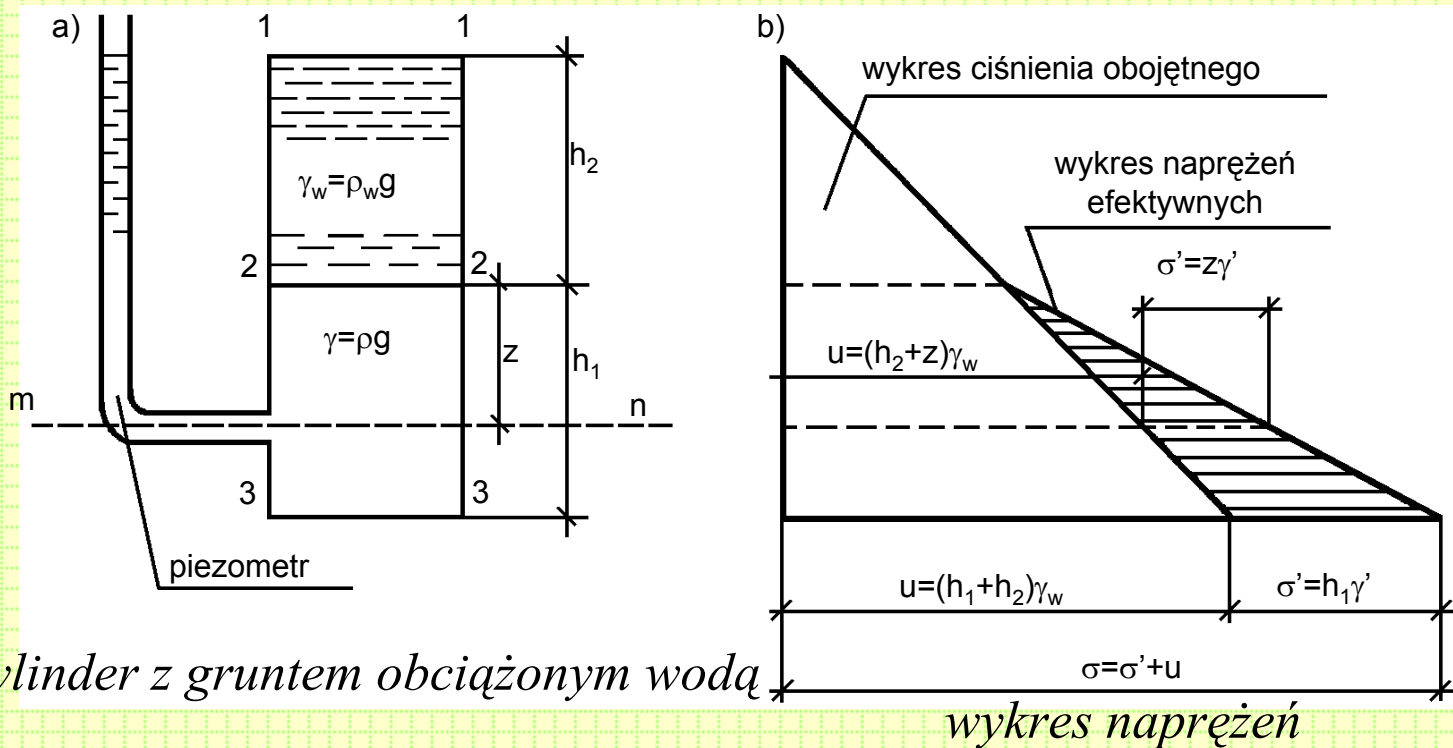
Layer of soil in a tank where there is no seepage (a); variation of total stress (b), pore water pressure (c) and effective stress (d) with depth in a submerged soil layer without seepage



Naprężenia efektywne

Rozkład ciśnień wody w porach gruntu i naprężeń w szkielecie gruntowym oraz naprężenia całkowite wywołane siłami zewnętrznymi, działającymi na grunt, są ściśle ze sobą związane.

Rozkład naprężeń w gruncie



Naprężenia efektywne

Ciśnienie wody w porach gruntu na głębokości z będzie miało wartość:

$$u = (h_2 + z)\rho_w g = (h_2 + z)\gamma_w$$

Przy stałej wartości **obciążenia zewnętrznego P** całkowite **naprężenie normalne** ma stałą wartość σ . Zmienia się natomiast wartość ciśnienia przekazywanego na szkielet gruntowy, określanego mianem **naprężenia efektywnego σ'** , oraz **ciśnienie wody w porach gruntu u** . Z warunków równowagi wynika, że:

$$\sigma = \sigma' + u$$

Fizyczne znaczenie naprężenia efektywnego i całkowitego wyjaśniono na schemacie próbki gruntu częściowo nasyconego wodą ($S_r < 1$).

Naprężenia efektywne

Schemat wyjaśniający pojęcie naprężenia efektywnego:

- 1 – cząstka gruntu,
- 2 – woda,
- 3 – pęcherzyk powietrza.

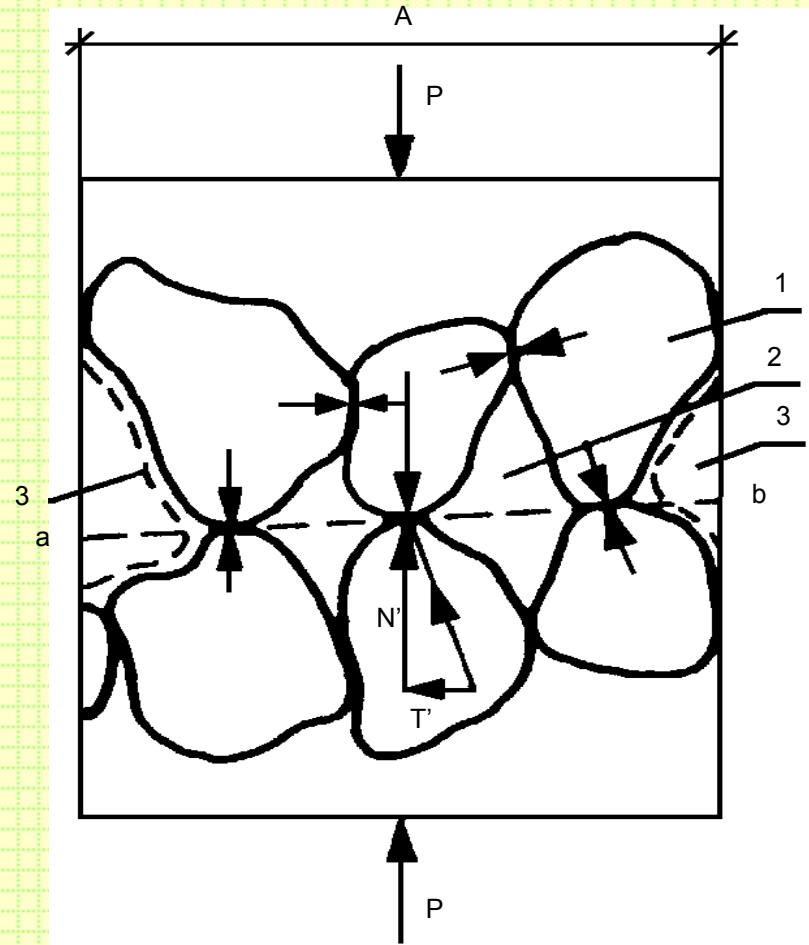
Równowagę układu opisuje się równaniem:

$$P = \sum N' + u_w A_w + u_a A_a$$

Po podzieleniu równania przez A :

$$\sigma = \sigma' + u_w \frac{A_w}{A} + u_a \frac{A_a}{A}$$

Ponieważ powierzchnia styku ziaren jest bardzo mała (np. dla piasku wynosi ok. 1 ÷ 3 % całej powierzchni A), to $A \approx A_w + A_a$ to wtedy:



Naprężenia efektywne

$$\sigma = \sigma' + u_w \frac{A_w}{A} + u_a \left(\frac{A - A_a}{A} \right)$$

Jeżeli przyjąć $A_w/A = \kappa$, to po przekształceniu otrzymuje się wzór definiujący naprężenie efektywne w gruntach częściowo nasyconych wodą:

$$\sigma' = \sigma - u_a + \kappa(u_a - u_w)$$

gdzie:

σ' - naprężenie efektywne,

σ - naprężenie całkowite,

u_a - ciśnienie gazu w porach,

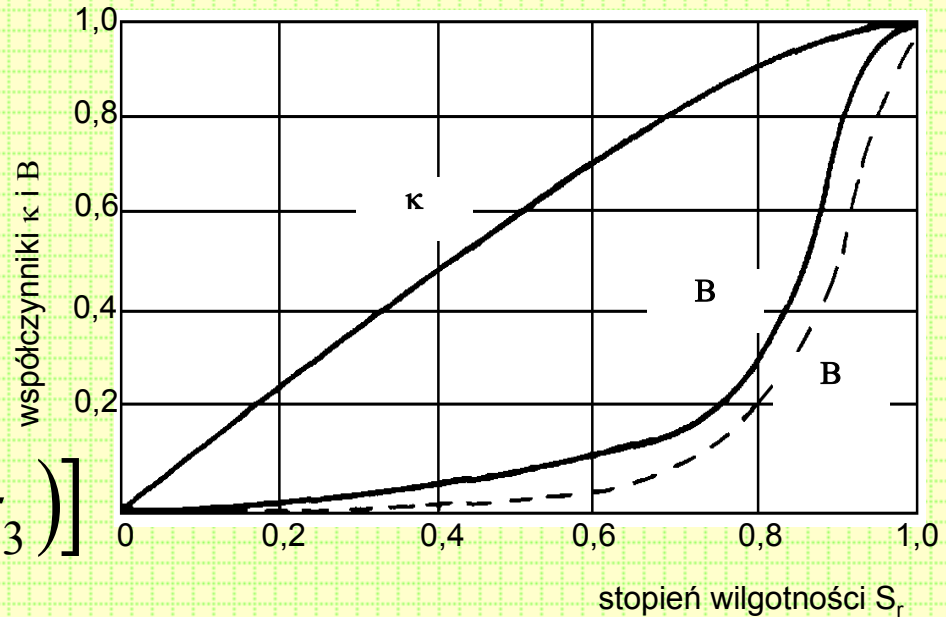
u_w - ciśnienie wody w porach,

κ - współczynnik zależny od stopnia wilgotności.

Naprężenia efektywne

Przyrost ciśnienia wody w porach (Δu) przy wzroście naprężenia w gruncie można oszacować na podstawie wzoru Skemptona:

$$\Delta u = B[\Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)]$$



gdzie:

σ_3 i σ_1 - przyrost naprężeń głównych,

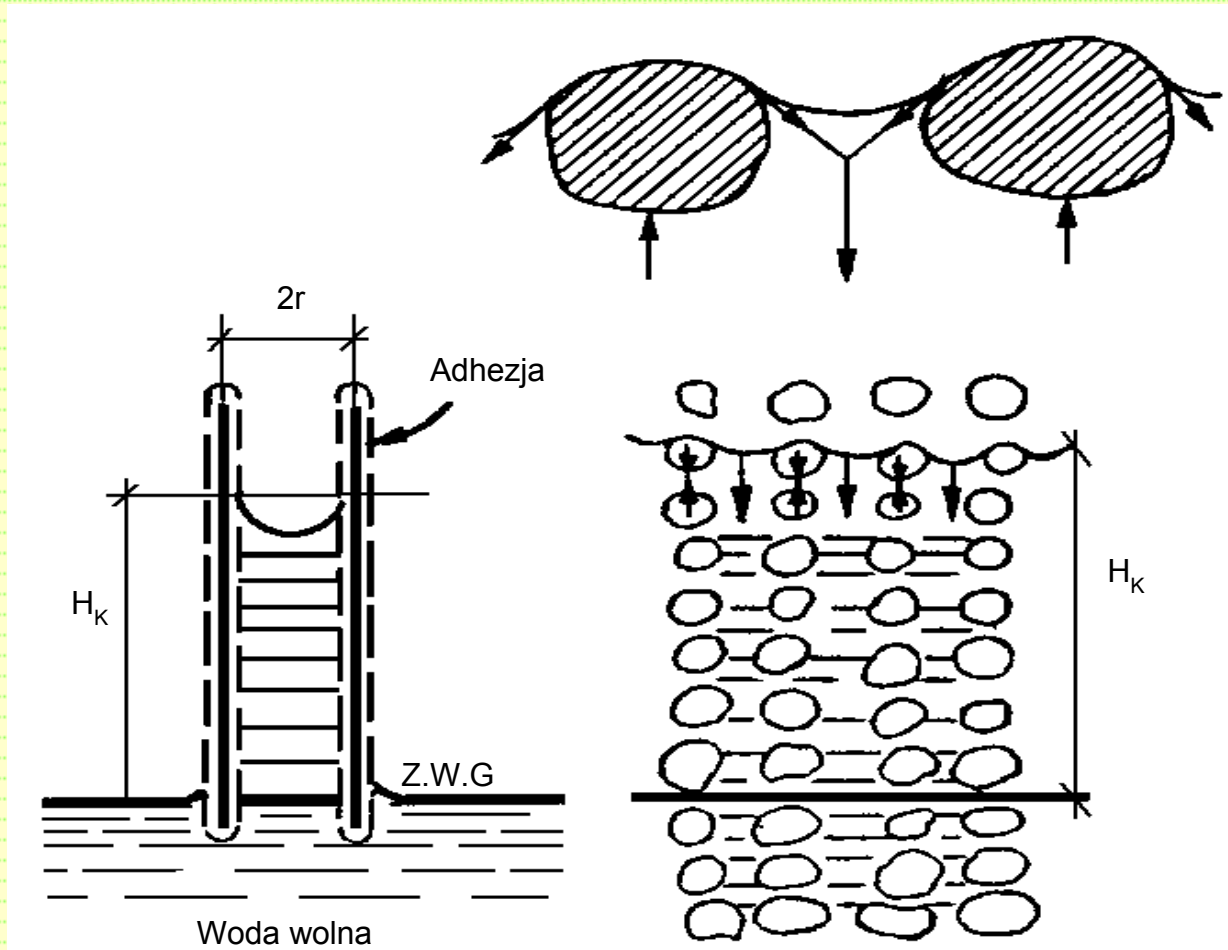
A i B - współczynniki ciśnienia wody w porach określone w badaniach laboratoryjnych przy czym

$$A = \frac{\Delta u}{\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3} \quad B = \frac{\Delta u}{\Delta\sigma_3}$$

Naprężenia efektywne

Kapilarność jest wynikiem działania dwu zjawisk:

- przyczepności (adhezji) wody do ścianek rurki
- napięcia powierzchniowego wody



Naprężenia efektywne

Wysokość kapilarnego podciągania H_k wody ponad swobodne jej zwierciadło można wyznaczyć z zależności pomiędzy ciężarem wody i siłami napięcia powierzchniowego.

Ciężar słupa wody w rurce wynosi:

$$G = H_k \pi r^2 \gamma_w$$

gdzie:

H_k - wysokość kapilarnego podciągania wody,

r - promień kapilary,

γ_w - ciężar objętościowy wody,

Siła napięcia powierzchniowego przy kącie zwilżania $\alpha = 0$ (kącie styku menisku wody z powierzchnią ścianki kapilary szklanej, dla czystego szkła $\alpha = 0$) wynosi:

$$Q_p = 2 \pi r \sigma_{np}$$

gdzie: σ_{np} - napięcie powierzchniowe wody.

Naprężenia efektywne

Porównując prawe strony obu równań otrzymujemy:

$$H_k = \frac{2\sigma_{np}}{r\gamma_w}$$

Biorąc pod uwagę, że napięcie powierzchniowe wody w temperaturze 10 °C równa się 0.073 N/m oraz przyjmując ciężar objętościowy wody równy 9.81 kN/m³, otrzymuje się uproszczony wzór na wyznaczanie wysokości kapilarnego podciągania wody do góry w postaci:

$$H_k = \frac{0.15}{r}$$

Zarówno H_k jak i r wyrażone są w centymetrach.

Podstawiając do tego wzoru $r = 0.01$ cm otrzymuje się $H_k = 15$ cm. I tyle istotnie wynosi wysokość kapilarnego podciągania wody w piasku o uziarnieniu 0.2-0.5 mm. W przypadku gruntów iłowych średnice porów wynoszą 0.1 μm i mniej. Wysokość H_k obliczeniowo równałaby się więc 15000 cm = 150 m. Wysokości obserwowane w naturze nie przekraczają jednak 3 do 4 m.



Naprężenia efektywne

Należy to tłumaczyć tym, że w bardzo cienkich kapilarach cały przekrój rurki jest wypełniony wodą błonkową silnie przyciśniętą do ścianek kapilary, co przeciwdziała podciąganiu wody do góry.

Kapilarnością czynną nazywamy zjawisko podnoszenia się wody w kapilarze do góry w stosunku do zwierciadła wody wolnej. **Kapilarnością bierną** nazywamy obniżenie się poziomu zwierciadła wody w stosunku do poziomu wody w kapilarach. **Kapilarną wysokością bierną H_{kb}** nazywamy maksymalną możliwą do uzyskania różnicę poziomów menisków wody kapilarnej i zwierciadła wody

Zjawisko podnoszenia się wody lub jej utrzymywania się ponad swobodnym zwierciadłem wskazuje na to, że w wodzie kapilarnej występuje rozciąganie (podciśnienie), a w szkielecie gruntowym ściskanie. Naprężenia ściskające w szkielecie gruntowym można obliczyć wg wzoru:

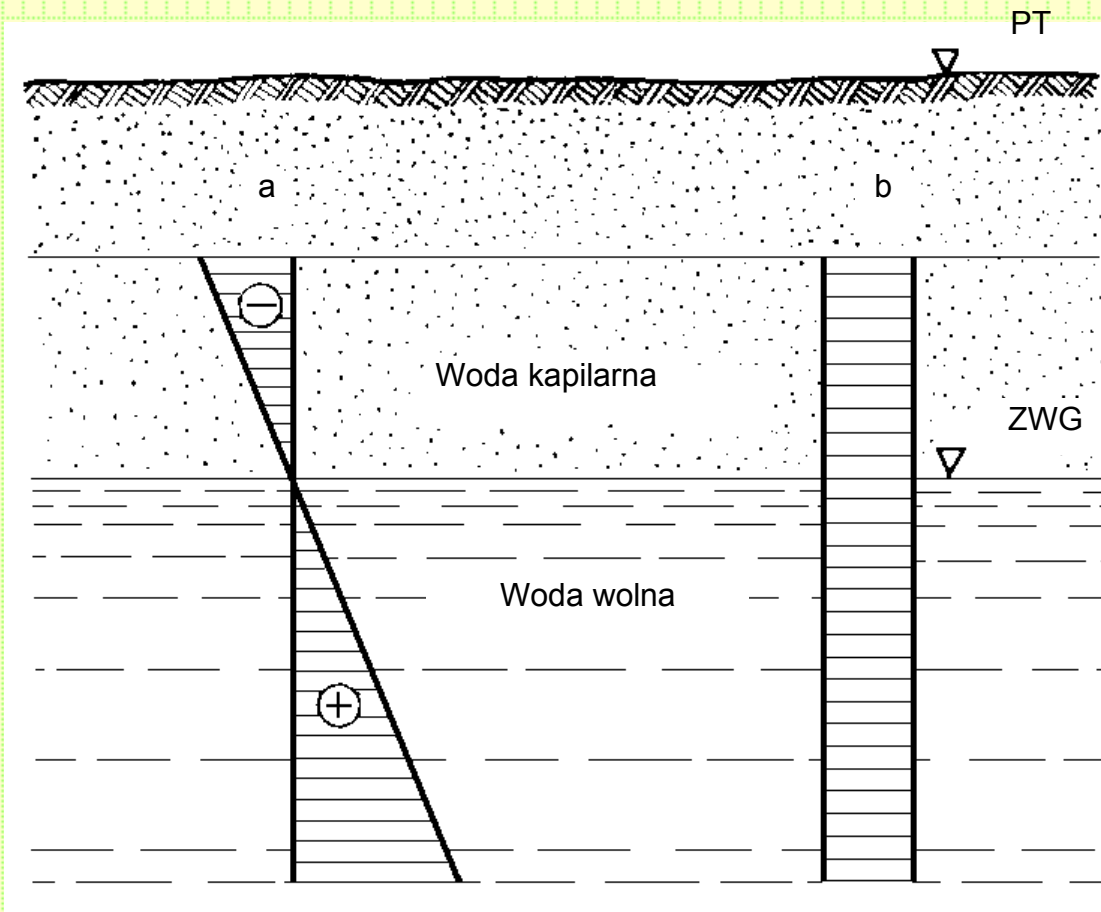
$$\sigma_{sk} = H_{wk} \cdot \gamma_w$$

Zaznaczyć należy, że naprężenia ściskające wywołane w szkielecie siłami kapilarności występują równomiernie nie tylko w strefie kapilarnego zawilgocenia gruntu, lecz i poniżej zwierciadła wody



Naprężenia efektywne

Rozkład ciśnień w wodzie kapilarnej i dodatkowych naprężeń kapilarnych w szkielecie gruntowym.



a) znak minus – ciśnienie w wodzie kapilarnej jest niższe niż atmosferyczne, znak plus – ciśnienie w wodzie wolnej jest wyższe niż atmosferyczne;

b) naprężenia w szkielecie gruntowym wskutek ciężaru zawieszanej wody kapilarnej;

*PT – powierzchnia terenu,
ZWG – zwierciadło wody gruntowej.*

Naprężenia efektywne

Kapilarność ma duże znaczenie w częściowo zawilgoconych gruntach, gdzie istnieją siły dociskające oddzielne cząstki poprzez meniski w punktach kontaktu. Siła ciśnienia powierzchniowego wody w menisku kontaktowym dociska cząstki do siebie. Wartość tej siły w przybliżeniu jest równa:

$$Q_s = 2\sigma_{np}\pi r$$

Wynika stąd, że siła docisku nie zależy od średnicy menisku i dla danej średnicy ziarna można ją uważać za stałą. Naprężenie ściskające w równoziarnistym szkielecie gruntowym można obliczyć ze wzoru:

$$\sigma_{sk} \approx \frac{Q_s}{2r^2} = \frac{\sigma_{np}\pi}{2r}$$

Przyjmując $r = 0.1$ mm (jak dla piasku średniego) lub $r = 0.1$ μm (jak dla iltu) odpowiednio otrzymujemy:

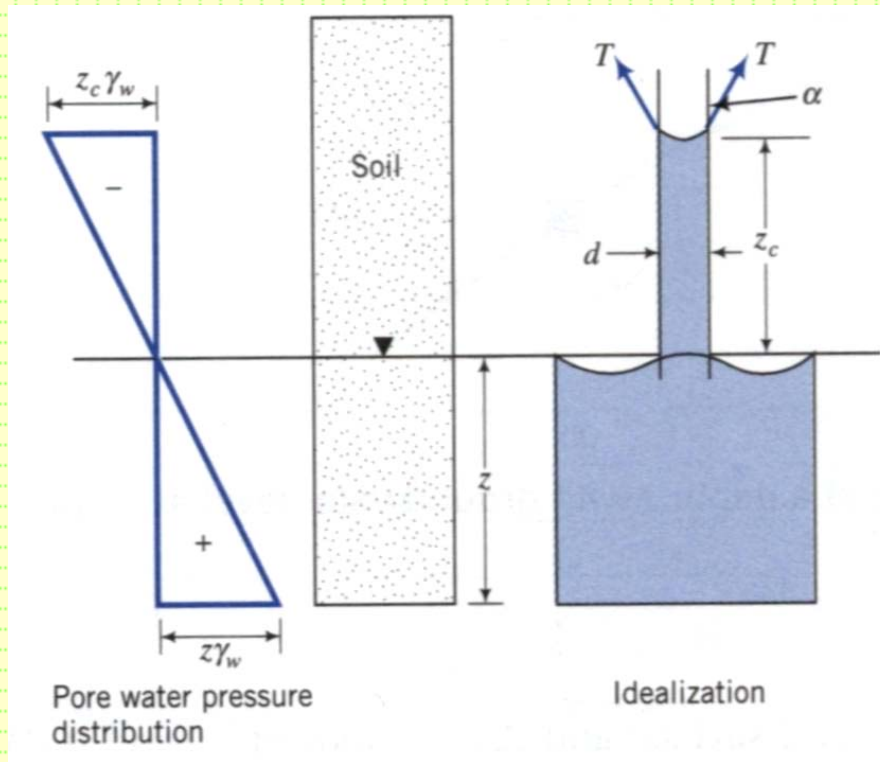
$$\sigma_{sk} \approx 1.2 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{sk} \approx 1.2 \text{ MPa}$$

Widać wyraźnie, że im mniejszy jest promień cząstek, tym większy jest ich wzajemny docisk do siebie.



Naprężenia efektywne



$$z_c = \frac{4T \cos \alpha}{d \gamma_w}$$

T - surface tension (force per unit length), the surface tension of water is 0.073 N/m,

α - contact angle,

d - diameter of the tube representing the diameter of the void spaces

$$z_c = \frac{0.03}{d}$$

$$z_c \sim \frac{1}{d}$$

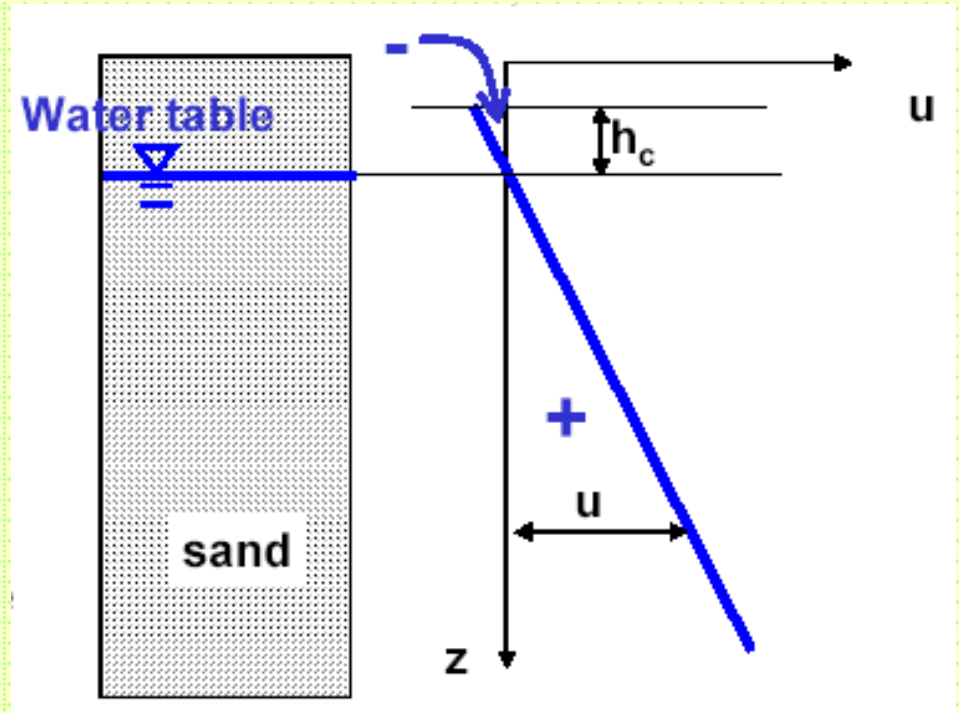
$$z_c = \frac{0.15}{d_{10}}$$

Since T and α are constants for certain types of liquids, the capillary rise is inversely proportional to the tube diameter d .

Naprężenia efektywne

Capillary tension

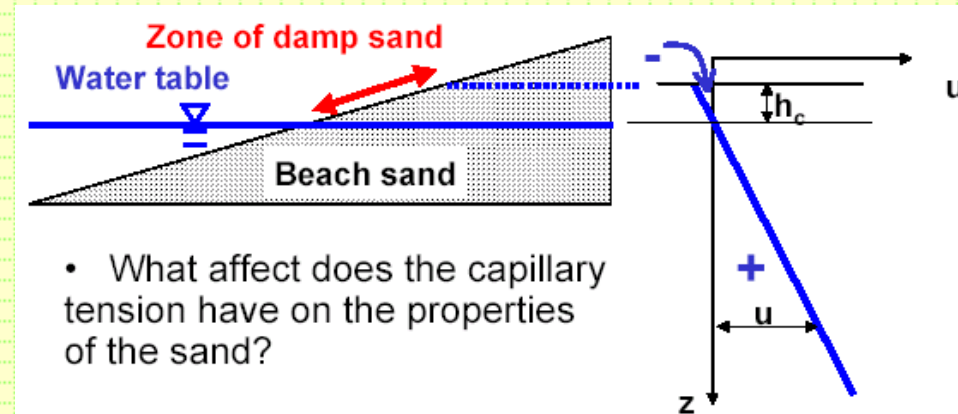
Water rises above water table due to tension between fluid and particles



Tensile pressure = suction = negative pore fluid pressure

Naprężenia efektywne

On which portion of the beach do you built sand castles? Capillary tension in the damp sand above the water table increases the inter-granular or effective stress, which increases the strength and provides “apparent cohesion” or “sticky” behaviour. • What happens when the sand castle dries ?

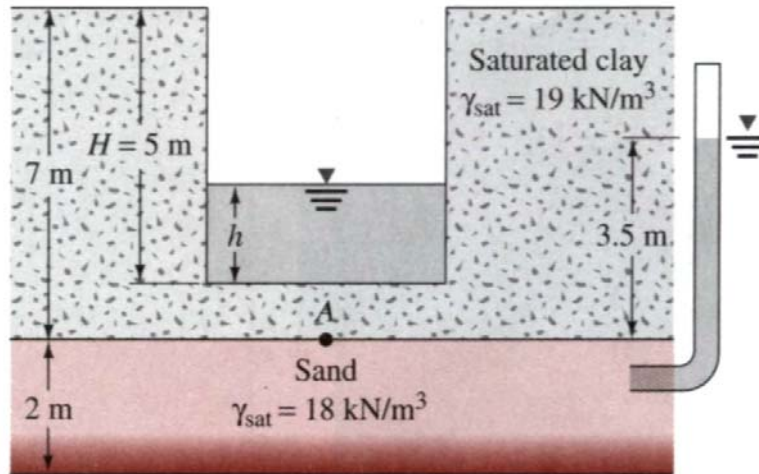


- The effective stress represents the average stress carried by the soil solids and is the difference between the total and the pore water pressure
- The effective stress principle applied only to normal stresses and not to shear stresses. In addition, it is only applicable to the saturated condition
- Deformations (volume change) and shear strength of soils are based on effective not total stress
- Soils, especially silts and fine sands, can be affected by capillary actions
- Capillary action results in negative pore water pressures and increases the effective stresses
- Downward seepage increases the resultant effective stress; upward seepage decreases the resultant effective stress

Naprężenia efektywne

A cut is made in a stiff, saturated clay that is underlain by a layer of sand

What should be the height of the water, h , in the cut so that the stability of the saturated clay is not lost?



▼ Soil diagram

Solution At point A,

$$\sigma_A = (7 - 5)\gamma_{\text{sat}(\text{clay})} + h\gamma_w = (2)(19) + (h)(9.81) = 38 + 9.81h \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

$$u_A = 3.5\gamma_w = (3.5)(9.81) = 34.34 \text{ kN/m}^2$$

For loss of stability, $\sigma' = 0$. So,

$$\sigma_A - u_A = 0$$

$$38 + 9.81h - 34.34 = 0$$

$$h = 0.37 \text{ m}$$

Wrong !!!

Literatura

- Szymański A. – **Wykłady z mechaniki gruntów i budownictwa ziemnego**
- Wiłun Z. – **Zarys geotechniki**
- Lambe T. W. Whitman R.V (1976, 1977) **Mechanika gruntów**, Tom I i II, Arkady, Warszawa
- Verruijt A. 2001. Soil Mechanics
- Coduto D.P. 1999. Geotechnical Engineering.
- Coduto D.P. 2001. Foundation design.
- Jarominiak A. 1999. Lekkie konstrukcje oporowe.
- Myślińska E. 2001. Laboratoryjne badania gruntów.
- Obrycki M., Pisarczyk S. 1999. Zbiór zadań z mechaniki gruntów.

