

***Slope stability***  
***Stateczność zboczy***  
***Limit Equilibrium Methods***  
***Metody Równowagi Granicznej***



# ***Slope Stability – przyczyny utraty stateczności***

- Analiza stateczności skarp i zboczy, zarówno naturalnych jak i powstałych w wyniku działalności człowieka, jest jednym z najważniejszych zadań geomechaniki i geotechniki. Problematyka ta szczególnie istotna jest w górnictwie odkrywkowym, gdzie wykonuje się wykopy o olbrzymich, gdzie indziej nie spotykanych głębokościach i nasypy (zwały) o olbrzymich wysokościach.
- Zagadnienie stateczności od dawna stanowi przedmiot zainteresowań wielu badaczy. Pierwsze naukowe prace z tej dziedziny pojawiły się w XVIII wieku, a ich autorem był Coulomb (1777). Gwałtowny rozwój metod analizy stateczności obserwuje się na początku XX wieku, kiedy to opracowano fundamentalne i do dziś stosowane metody analizy (Pettersen 1916, Fellenius 1927, Terzaghi 1925) oraz w latach 50-tych i 60-tych (Masłowski 1949, Taylor Bishop 1954, Janbu 1956, Nonveiller 1965, Morgenstern i Price 1963, Spencer 1967). Pomimo tak licznych badań do chwili dzisiejszej nie udało się stworzyć teorii w sposób pełny i jednoznaczny rozwiązującej problematykę stateczności. Przyczyną takiego stanu rzeczy jest duża liczba czynników wpływających na warunki stateczności oraz trudności w określaniu stanu naprężenia, odkształcenia i przemieszczenia dla skarpy





# ***Slope Stability – przyczyny utraty stateczności***

➤ Przyczyny powodujące utratę stateczności skarp i zboczy są bardzo skomplikowane. Najogólniej mówiąc, są nimi siły ciężkości wywołane przyciąganiem ziemskim i innych ciał niebieskich, oraz wywołane nimi naprężenia. Na rozkład naprężeń w masywie gruntowym wpływ ma szereg dodatkowych czynników, których nawet dokładne określenie jest niemożliwe. Najważniejsze z tych czynników to:

- kształt i wymiary skarpy
- budowa geologiczna, a szczególnie istnienie nieciągłości w postaci powierzchni kontaktowych i powierzchni zaburzeń tektonicznych
- woda, powodująca obniżenie wytrzymałości gruntów oraz przejawiająca się działaniem ciśnienia hydrostatycznego i sphywowego
- obciążenia dynamiczne, wywołane ruchem pojazdów i pracą maszyn, robotami strzałowymi, trzęsieniami Ziemi i t.p.,
- warunki atmosferyczne
- wpływy chemiczne i biologiczne

# ***Slope Stability – metody analizy stateczności***

- Metody, których celem jest określenie geometrii (kształtu profilu) skarpy statecznej, jeżeli znana jest jej budowa geologiczna i własności gruntów. Do tej grupy zaliczyć można metody bazujące na teorii stanów granicznych (metoda Sokołowskiego, metoda Sokołowskiego-Senkowa) oraz metody empiryczne (metoda Masłowa Fp).
- Metody, których zadaniem jest ocena, czy skarpa (zbocze) o zadanej budowie geologicznej i geometrii jest stateczna. Metody tej grupy noszą również nazwę metod równowagi granicznej. Zakłada się w nich znajomość kształtu i położenia powierzchni poślizgu, wzdłuż której spełnione są warunki stanu granicznego Coulomba-Mohra. Miarą stateczności jest wskaźnik stateczności, definiowany jako stosunek sił utrzymujących równowagę do sił zmierzających do destrukcji. Metody te najczęściej stosują podział potencjalnej bryły osuwiskowej na paski (bloki) o ściankach pionowych, na których przyłożone są siły styczne i normalne. Ze względu na statyczną niewyznaczalność zadania, poszczególne metody tej grupy przyjmują różne założenia, dotyczące rozkładu sił pomiędzy paskami, oraz warunków równowagi gwarantujących stateczność.

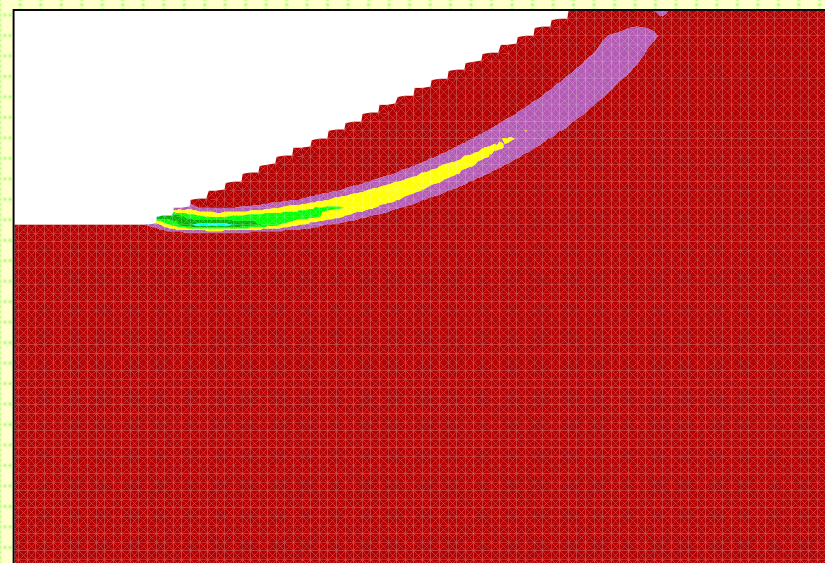
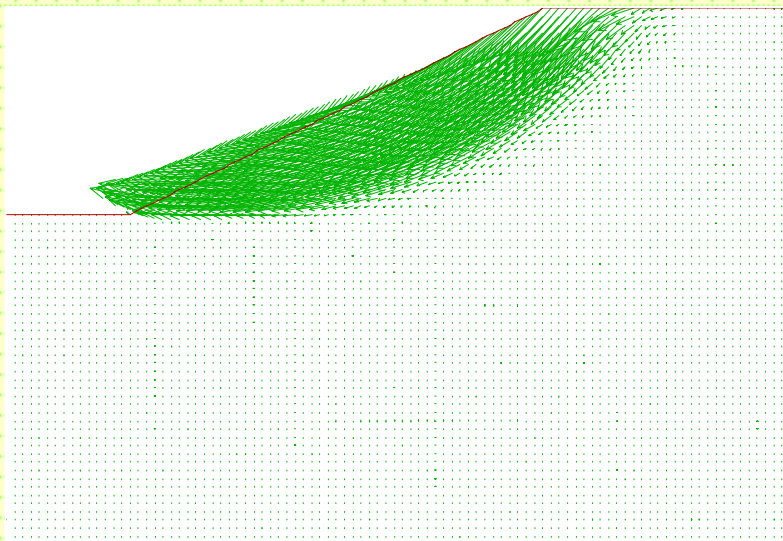




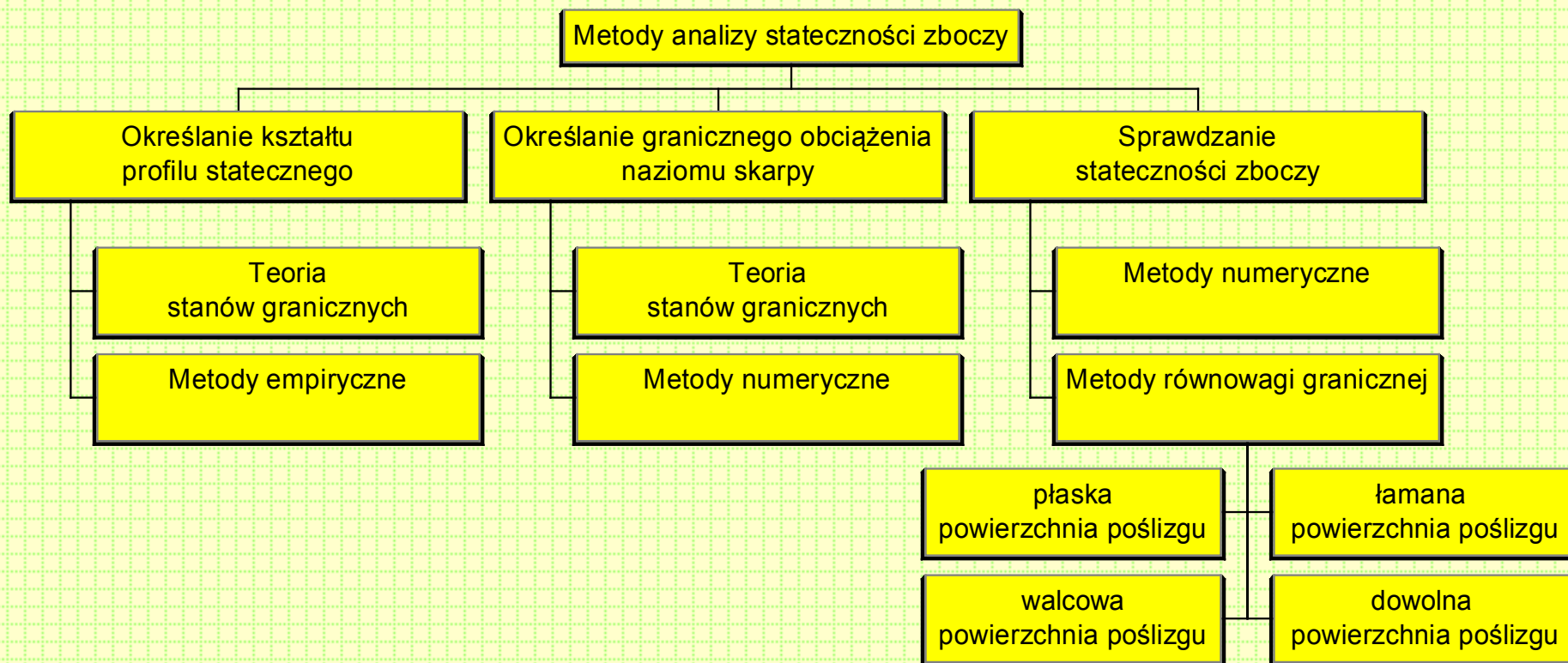
# Slope Stability – metody analizy stateczności

## ➤ Metody numeryczne:

- Metoda Różnic Skończonych (FLAC,FLAC3D)
- Metoda Elementów Skończonych (NASTRAN, ABAQUS, COSMOS/M, Z\_SOIL)
- Metoda Elementów Brzegowych (BEASY)
- Metody mieszane - hybrydowe



# Slope Stability – metody analizy stateczności





# **Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego**

- **Metoda Masłowa Fp**, zwana również metodą *jednakowej stateczności* służy do wyznaczania kształtu profilu zboczy statecznych. Została ona opracowana w oparciu o wyniki obserwacji procesów osuwiskowych zachodzących głównie na zboczach rzeki Wołgi. Obserwacje te wykazały, że:
  - w wyniku naturalnych procesów osuwiskowych w gruntach spoistych tworzy się krzywoliniowy profil zbocza, który gwarantuje zachowanie stanu równowagi,
  - generalne nachylenie tego profilu jest ściśle związane z wytrzymałością gruntów na ścinanie,
  - że krzywizna profilu jest największa w górnych partiach skarpy i maleje prawie do zera w miarę oddalania się od naziomu, gdzie profil staje się prostoliniowy, nachylony do poziomu pod kątem tarcia wewnętrznego gruntu.

Na tej podstawie Masłow sformułował hipotezę, zgodnie z którą ***nachylenie zbocza w stanie równowagi granicznej, w punkcie odległym od naziomu o z równe jest kątowi oporu ścinania gruntu na tej samej głębokości***. Hipoteza ta budzi szereg wątpliwości natury teoretycznej i dlatego też należy ją traktować jako metodę empiryczną, przydatną do inżynierskiej analizy stateczności skarp i zboczy.



# Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego

Wartość **kąta oporu ścinania** określić można w oparciu o wyteżeniową hipotezę Coulomba-Mohra na podstawie wzoru:

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{\tau_f}{\sigma} = \operatorname{tg}\varphi + \frac{c}{\sigma}$$

$\psi$  - kąt oporu ścinania,

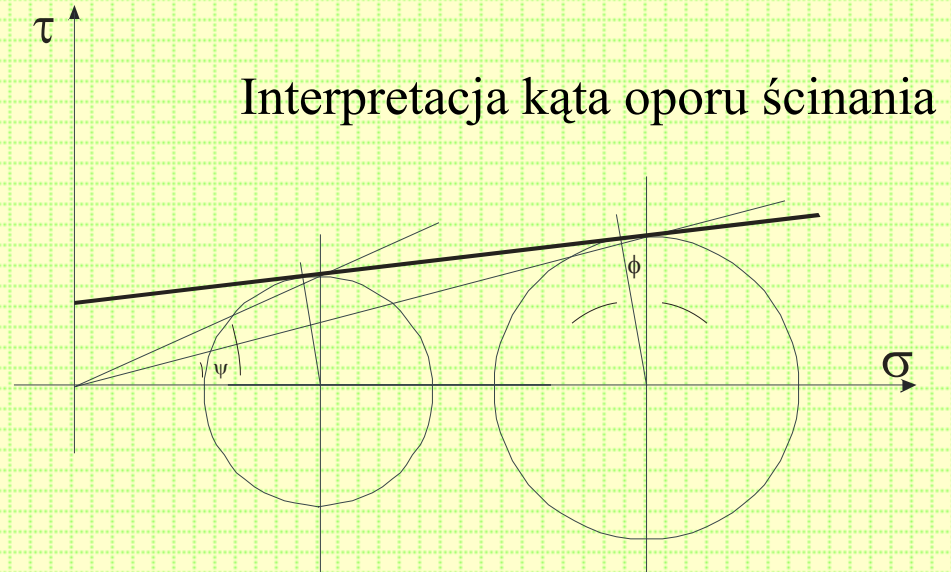
$\varphi$  - kąt tarcia wewnętrznego,

$c$  - spójność,

$\tau$  - opór ścinania (naprężenie styczne w płaszczyźnie ścięcia),

$\sigma$  - naprężenie normalne do płaszczyzny ścięcia.

Interpretację geometryczną kąta oporu ścinania (kąta wytrzymałości na ścinanie) przedstawiono na rysunku.





# Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego

- Zgodnie z **hipotezą Masłowa**, kąt nachylenia skarpy w stanie granicznym, w danym punkcie jej profilu, określić można ze wzoru:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \varphi + \frac{c}{\sigma}$$

- Masłow przyjął, że wartość naprężeń normalnych  $\sigma$  równa jest **pierwotnym naprężeniom pionowym**, jakie panują w górotworze na głębokości równej odległości rozpatrywanego punktu od naziomu, powiększonej o wartość równomiernego obciążenia naziomu skarpy:

$$\sigma = \gamma z + p_0$$

$\gamma$  - ciężar objętościowy gruntu,

$z$  - odległość rozpatrywanego punktu od naziomu,

$p_0$  - obciążenie naziomu.

# Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego

➤ W związku z tym **wzór Masłowa** przyjmie postać:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \varphi + \frac{c}{\gamma z + p_0}$$

Wyznaczanie profilu statecznego zgodnie z metodą Masłowa polega na określaniu wartości kąta  $\alpha_i$  z powyższego wzoru dla różnych wartości  $z_i$ . Na tej podstawie wykreślić można kształt profilu skarpy statecznej. W górotworze uwarstwionym każdą warstwę  $i$  należy podzielić na  $j$  warstewek o jednakowej grubości w obrębie warstwy. Kąt nachylenia skarpy w warstewce  $i, j$  można obliczyć ze wzoru:

$$\operatorname{tg} \alpha_{ij} = \operatorname{tg} \psi_{ij} = \operatorname{tg} \varphi_i + \frac{c_i}{\gamma_i z_{ij} + p_0}$$

$\alpha_{ij}$  - kąt nachylenia skarpy w warstewce  $j$  w warstwie  $i$ ,

$\psi_{ij}$  - kąt oporu ścinania na poziomie spagu warstewki  $j$  w warstwie  $i$ ,

$\varphi_i, c_i$  - parametry oporu ścinania w warstwie  $i$ ,

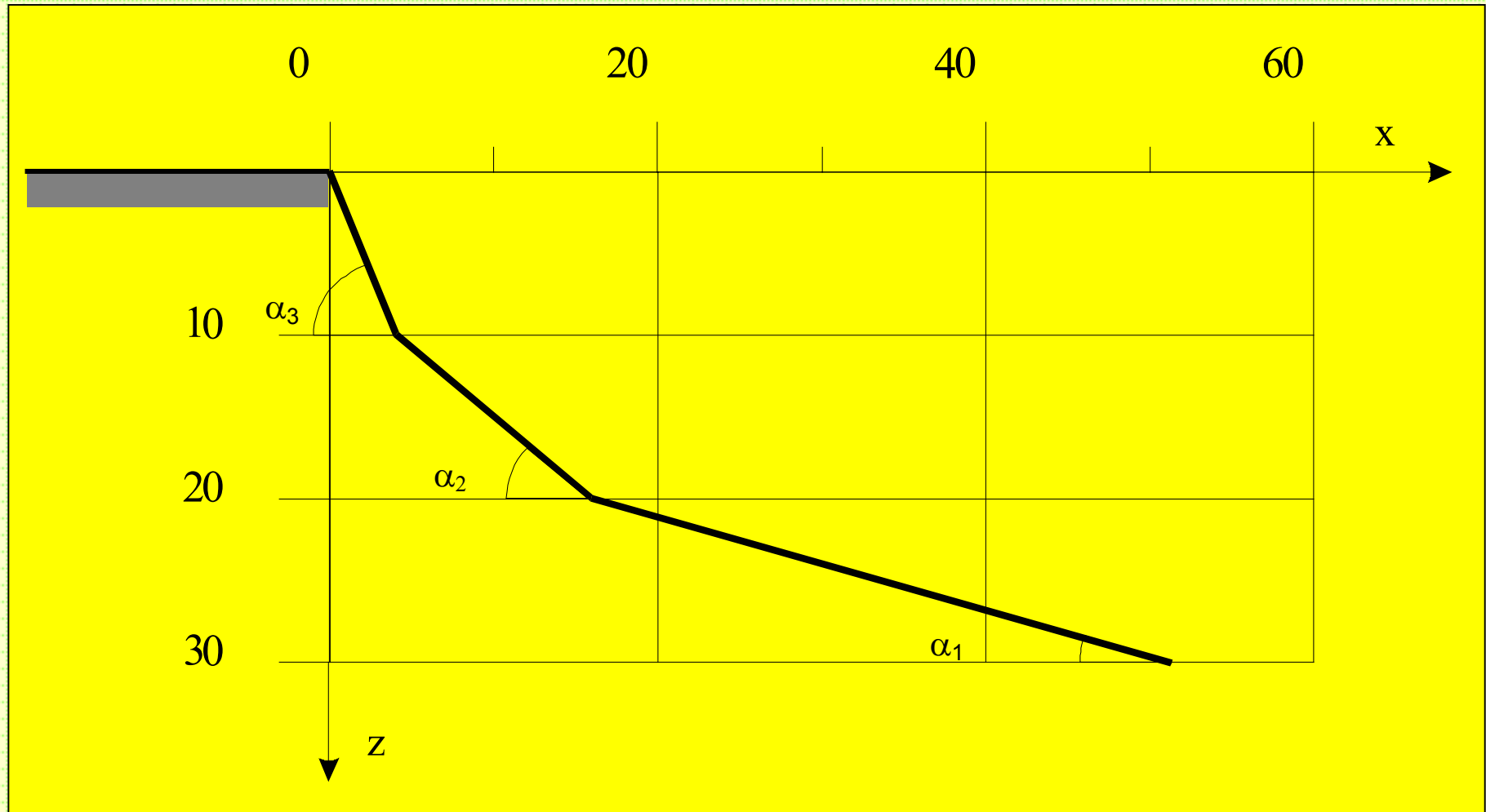
$\gamma_i$  - średni ciężar objętościowy warstwy,

$z_{ij}$  - odległość spagu warstewki  $j$  w warstwie  $i$  od naziomu.



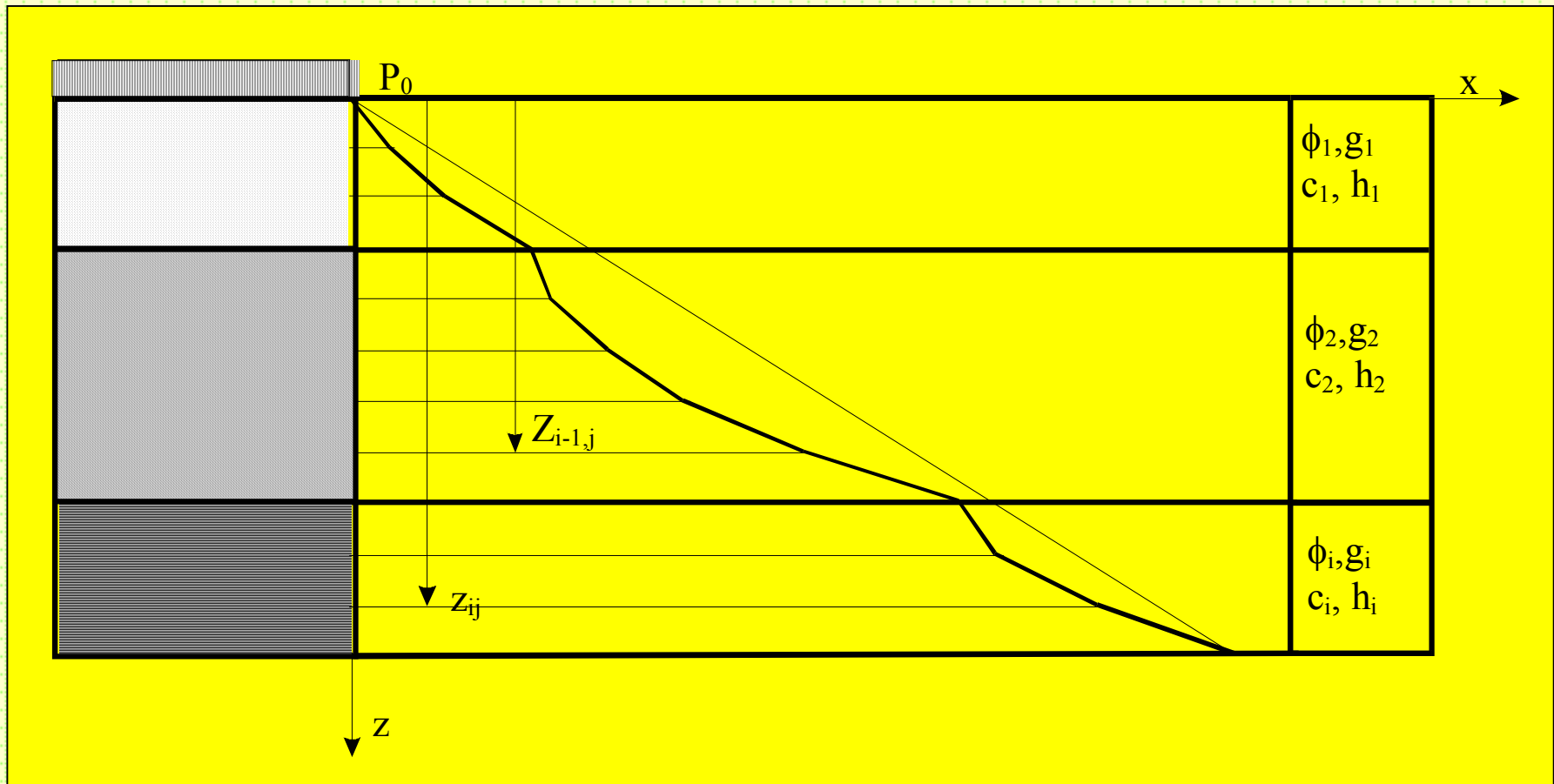
# Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego

Wyznaczanie kształtu profilu skarpy w ośrodku jednorodnym



# Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego

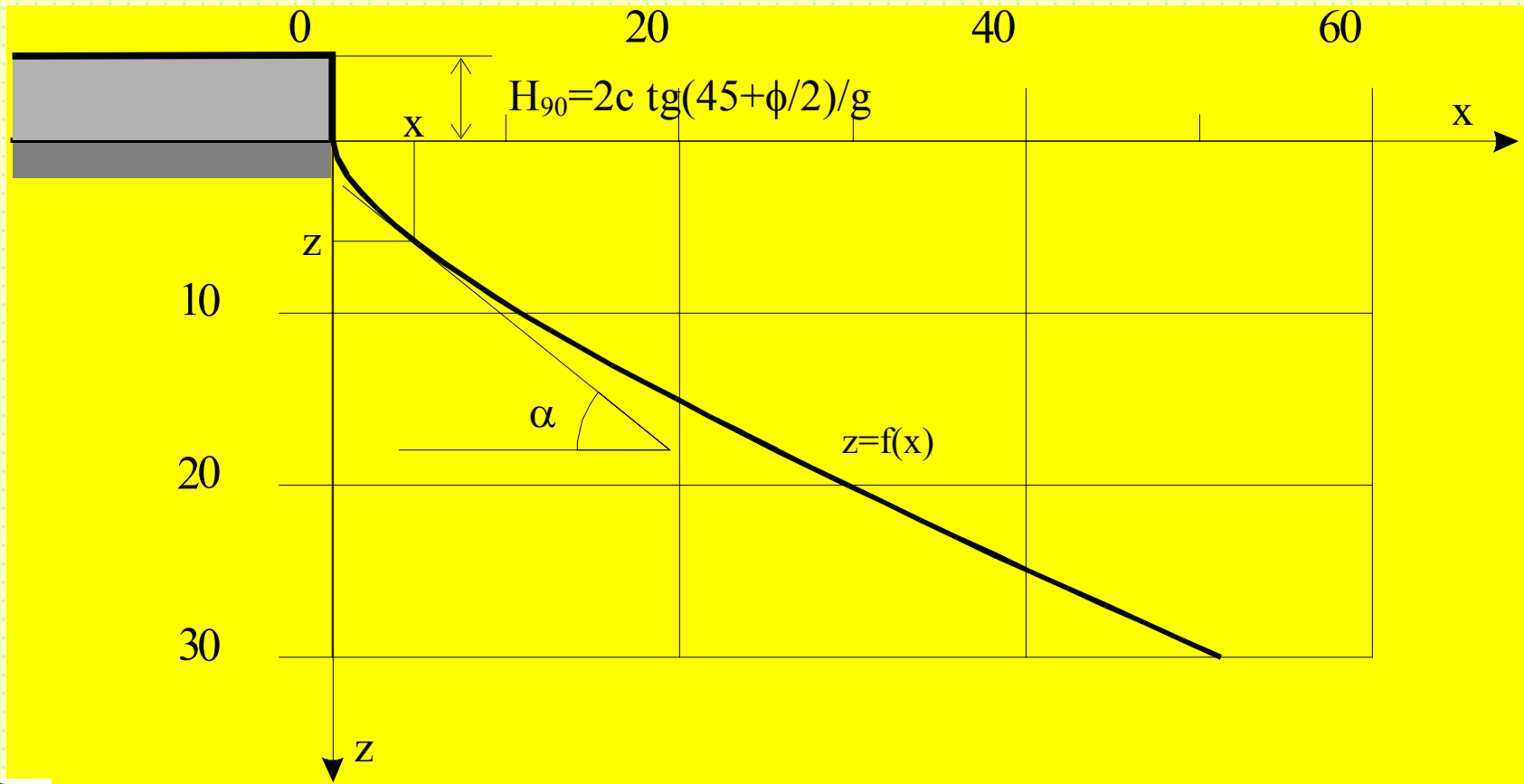
Wyznaczanie kształtu profilu skarpy w ośrodku niejednorodnym





# Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego

Dla górotworu jednorodnego, możliwe jest uzyskanie wzoru analitycznego, określającego równanie profilu skarpy. W tym celu przyjmuje się układ współrzędnych w taki sposób, aby jego początek pokrywał się z górną krawędzią skarpy.



# Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego

Równanie Masłowa można przedstawić w postaci:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dz(x)}{dx} = \operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \varphi + \frac{c}{\gamma z + p_0}$$

W celu rozwiązania równania różniczkowego rozdzielamy zmienne i w wyniku tego działania otrzymujemy:

$$\frac{(\gamma z + p_0)}{\operatorname{tg} \varphi (\gamma z + p_0) + c} dz = dx$$

Po scałkowaniu wyrażenia otrzymuje się:

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} \left[ z - \frac{c}{\gamma \operatorname{tg} \varphi} \ln \left[ \operatorname{tg} \varphi (\gamma z + p_0) + c \right] \right] = x + D$$

Stałą całkowania  $D$  znajdujemy z warunków granicznych: dla  $z = 0 \Rightarrow x = 0$ ,

$$D = -\frac{c}{\gamma \operatorname{tg}^2 \varphi} \ln(p_0 \operatorname{tg} \varphi + c)$$





# Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego

Po podstawieniu stałej otrzymuje się ostateczną postać wzoru na określanie kształtu profilu skarpy:

$$x = \frac{1}{\gamma g^2 \varphi} \left\{ \gamma z \operatorname{tg} \varphi + c \ln(p_0 \operatorname{tg} \varphi + c) - c \ln[(\gamma z + p_0) \operatorname{tg} \varphi + c] \right\}$$

W przypadku, gdy naziom jest nieobciążony ( $p_0 = 0$ ), wzór określający kształt profilu skarpy ma postać:

$$x = \frac{1}{\gamma g^2 \varphi} \left\{ \gamma z \operatorname{tg} \varphi + c \ln c - c \ln[\gamma z \operatorname{tg} \varphi + c] \right\}$$

Dla gruntów idealnie sypkich ( $c=0$ ):

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi$$

Wynika stąd, że nieobciążona skarpa wykonana z gruntów sypkich nachylona jest pod stałym kątem, równym kątowi tarcia wewnętrznego. Jest to zgodne z obserwacjami i innymi rozważaniami teoretycznymi. Dla gruntów idealnie spoistych ( $\varphi = 0$ ), różniczkowe równanie kształtu profilu ma postać:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dz}{dx} = \frac{c}{\gamma z + p}$$

# Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego

Całkując powyższe równanie różniczkowe, oraz uwzględniając warunki brzegowe: dla  $z = 0, x = 0 \Rightarrow D = 0$ , otrzymujemy następujący wzór na kształt profilu skarpy statecznej:

$$x = \frac{\gamma z^2}{2c} + \frac{p_0}{c} z$$

a dla naziomu nieobciążonego:

$$x = \frac{\gamma z^2}{2c}$$

Z równań tych wynika, że dla górotworu zbudowanego z gruntów idealnie spoistych, stateczna skarpa ma kształt paraboli. Z rozważań teoretycznych oraz obserwacji wynika, że profil skarpy określony na podstawie metody Masłowa dla gruntów spoistych charakteryzuje pewien nadmiar stateczności.

Dlatego też niekiedy postuluje się, aby skarpe zaprojektowaną z zastosowaniem metody Masłowa podwyższyć o odcinek skarpy pionowej o wysokości:

$$H_{90} = \frac{2c}{\gamma} \operatorname{tg}^2 \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right)$$

Pomimo szeregu wątpliwości natury teoretycznej metoda Masłowa  $F_p$  dobrze opisuje geometrię skarp statecznych, szczególnie wówczas, gdy spójność gruntu wynika ze stanu wodno-koloidalnego a nie z cech strukturalnych gruntu.

Skarpy zaprojektowane wg tej metody cechuje z reguły pewien *nadmiar stateczności*, w związku z tym jej stosowanie jest dość bezpieczne. Wadą metody Masłowa jest niemożliwość uwzględnienia wpływu powierzchni nieciągłości (powierzchni kontaktu warstw, nieciągłości tektonicznych i t.p) na warunki stateczności.

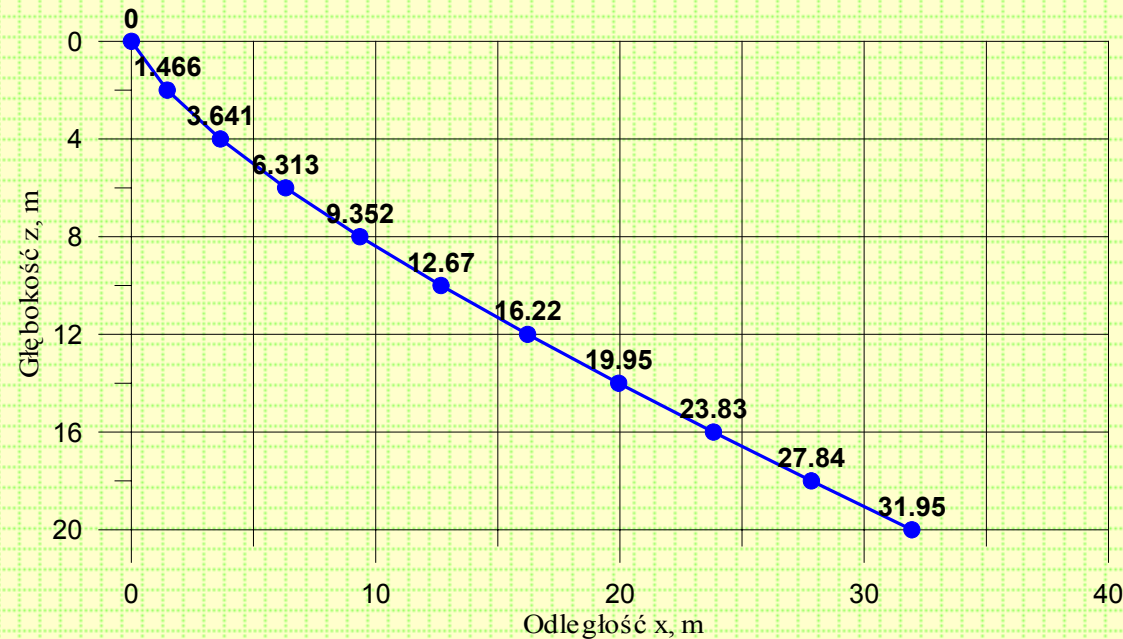


# Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego

Wyznaczyć profil stateczny za pomocą metody Masłowa dla następujących danych: wysokość zbocza 20 m; ciężar objętościowy gruntu 20 kN/m<sup>3</sup>; obciążenie naziomu 10 kN/mb; kąt tarcia wewnętrznego gruntu 20°; kohezja 50 kPa.

z	$\alpha$	x
0	0	0
2	53.75285	1.466308
4	42.59934	3.641342
6	36.818	6.313047
8	33.34843	9.352155
10	31.05069	12.67405
12	29.4217	16.22034
14	28.2084	19.94901
16	27.27044	23.82885
18	26.52403	27.83602
20	25.91611	31.95191

$$H_{90} = \frac{2c}{\gamma} \operatorname{tg}^2 \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right) = 10.198 \text{ m}$$



# Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego

- **Metoda Sokołowskiego** bazuje na rozwiązaniach teorii równowagi granicznej. W teorii tej zakłada się, że w każdym punkcie ośrodka spełnione są równania równowagi wewnętrznej ciała dla zadania płaskiego, w postaci:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= X \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} &= Y \end{aligned} \right\}$$

W równaniach tych występują trzy niewiadome składowe tensora naprężeń w płaskim stanie naprężenia. Dla rozwiązania zadania o rozkładzie naprężeń w ośrodku przy zadanych warunkach brzegowych, konieczne jest sformułowanie trzeciego równania, zwanego równaniem stanu lub równaniem konstytutywnym ośrodka. W teorii stanów granicznych zakłada się, że równaniem tym jest warunek stanu granicznego wyteżeniowej hipotezy Coulomba-Mohra, w postaci:

$$\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}{(\sigma_x + \sigma_y + 2c \cdot \operatorname{ctg} \varphi)^2} = \sin^2 \varphi$$



# **Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego**

- Zakłada się przy tym, że grunt jest ciałem sztywno-plastycznym, jednorodnym i izotropowym, w którym parametry hipotezy Coulomba-Mohra są stałe w rozpatrywanym obszarze i nie zależą od współrzędnych.
- Rozwiązując układ równań dla danych warunków brzegowych można uzyskać szereg rozwiązań praktycznych, głównie z dziedziny nośności podłoża i stateczności skarp. Zastosowaniem teorii stanów granicznych do rozwiązywania problemów stateczności skarp zajmował się Sokołowski (1942), który zastosował metodę charakterystyk całkowania układu.
- W tym celu wprowadził on dwie nowe zmienne wiążące ze sobą składowe tensora naprężeń, a mianowicie:

➤ odległość środka granicznego koła Mohra od punktu przecięcia prostej granicznej hipotezy Coulomba-Mohra z osią naprężeń normalnych:

$$p = c \cdot ctg \varphi + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$$

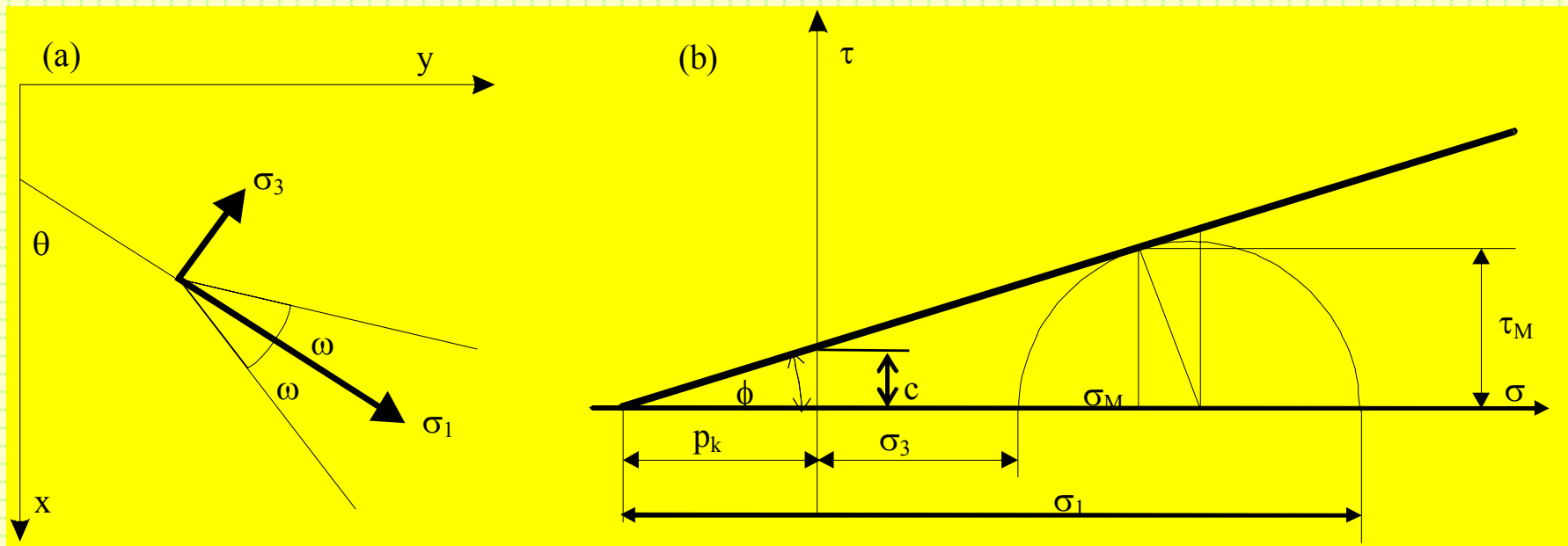
$$p \sin \varphi = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$$

➤ kąt utworzony przez maksymalne naprężenie główne z osią pionową.

# Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego

Zgodnie z hipotezą Coulomba-Mohra powierzchnie poślizgu tworzą z kierunkiem maksymalnego naprężenia głównego kąt:

$$\omega = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$$



*Ilustracja graficzna założeń teorii stanów granicznych*

a - kierunki naprężeń głównych oraz linii poślizgu, b - konstrukcja koła Mohra



# Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego

W związku z tym kąty utworzone przez powierzchnie poślizgu z osią pionową wynosić będą:

$$\theta - \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} = \theta - \varpi \quad \text{oraz:} \quad \theta + \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} = \theta + \varpi$$

Wykorzystując związki pomiędzy naprężeniami głównymi a składowymi tensora naprężeń w postaci:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\theta \\ \sigma_y &= \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\theta \\ \tau_{xy} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\theta \end{aligned} \right\}$$

otrzymuje się:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= p(1 + \sin \varphi \cos 2\theta) - p_k \\ \sigma_y &= p(1 - \sin \varphi \cos 2\theta) - p_k \\ \tau_{xy} &= p \sin \varphi \sin \theta \end{aligned} \right\}$$

# Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego

Różniczkując te równania i podstawiając uzyskane związki do równań równowagi wewnętrznej otrzymuje się następujący układ równań różniczkowych:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} + 2p \operatorname{tg} \varphi \frac{\partial \theta}{\partial x} + \operatorname{tg}(\theta + \varpi) \frac{\partial p}{\partial y} + 2p \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg}(\theta + \varpi) \frac{\partial \theta}{\partial y} = \\ = \frac{-X \sin(\theta - \varpi) - Y \cos(\theta - \varpi)}{\cos \varphi \cos(\theta - \varpi)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} - 2p \operatorname{tg} \varphi \frac{\partial \theta}{\partial x} + \operatorname{tg}(\theta - \varpi) \frac{\partial p}{\partial y} - 2p \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg}(\theta - \varpi) \frac{\partial \theta}{\partial y} = \\ = \frac{X \sin(\theta + \varpi) - Y \cos(\theta + \varpi)}{\cos \varphi \cos(\theta - \varpi)} \end{aligned}$$

Powyższy układ równań, w którym niewiadomymi są wielkości  $p$  i  $\theta$ , stanowi układ cząstkowych równań różniczkowych qasi-liniowych, typu hiperbolicznego.



# Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego

Sokołowski rozpatrywał on dwa podstawowe zagadnienia. Pierwsze z nich dotyczyło określenia maksymalnego, granicznego obciążenia naziomu skarpy o danym kącie nachylenia, a drugie określenia geometrii skarpy, gwarantującej zachowanie stateczności. Zgodnie z rozwiązaniem Sokołowskiego, graniczną wartość obciążenia naziomu skarpy w punkcie A pokrywającym się z jej górną krawędzią obliczyć można ze wzoru:

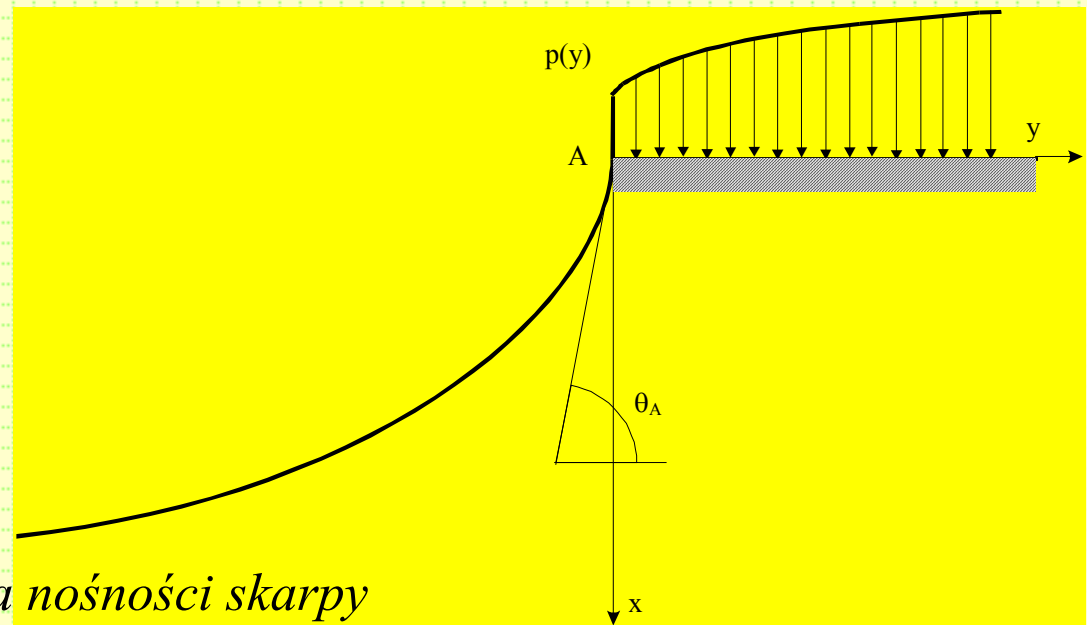
$$p_{\max} = c \cdot \operatorname{ctg} \varphi \left\{ \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \exp[(\pi - 2\theta_A) \operatorname{tg} \varphi] - 1 \right\}$$

gdzie:

$p_{\max}$  - maksymalne obciążenie skarpy w rejonie górnej krawędzi,

$c, \varphi$  - parametry oporu ścinania gruntów,

$\theta_A$  - kąt nachylenia skarpy w punkcie A.



*Schemat wyznaczania nośności skarpy*

# **Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego**

Rozwiązanie zadania dotyczącego określania kształtu profilu skarpy statecznej jest znacznie trudniejsze z matematycznego punktu widzenia. Do chwili obecnej udało się rozwiązać to zadanie jedynie dla gruntów idealnie spoistych ( $\varphi = 0$ ).

Wzór na kształt profilu skarpy statecznej ma wówczas postać:

$$y = \frac{2c}{\gamma} \ln \frac{\cos\left(\frac{p_0}{2c} - 1\right)}{\cos\left(\frac{p_0}{2c} - 1 - \frac{\gamma}{2c} z\right)}$$

gdzie:

$p_0$  - obciążenie górnej krawędzi skarpy obliczane ze wzoru:

$$p_0 = \frac{2c}{\gamma}$$

Kształt profilu skarpy dla przypadku gdy  $\varphi$  jest różne od zera można określać z nomogramów sporządzonych przez Muchina i Sargowiczową, na podstawie całkowania numerycznego równań teorii stanów granicznych, przeprowadzonego zgodnie z metodą zaproponowaną przez Sokołowskiego.





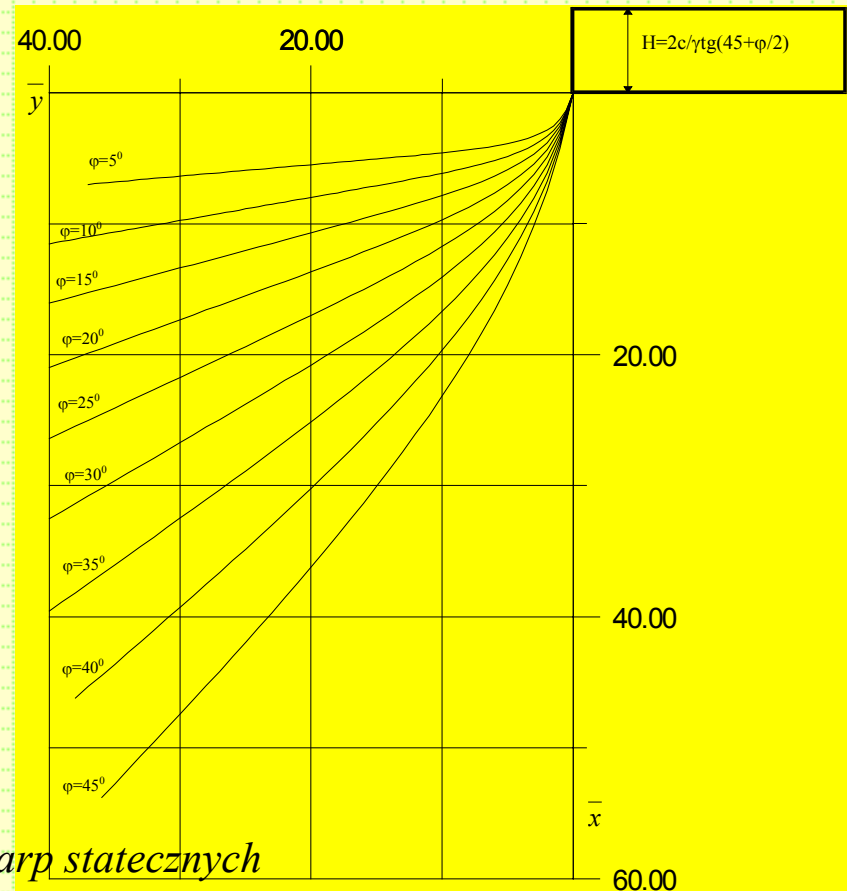
# Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego

Krzywe, dla różnych wartości kąta tarcia wewnętrznego, zostały sporządzone w układzie współrzędnych bezwymiarowych, przy założeniu, że  $c=1$  i  $\gamma=1$ . Dla określenia współrzędnych rzeczywistych statecznego profilu skarpy, wartości określone z nomogramu należy pomnożyć przez iloraz spójności i ciężaru objętościowego zgodnie z poniższymi wzorami:

$$x = \bar{x} \frac{c}{\gamma}$$

$$y = \bar{y} \frac{c}{\gamma}$$

$\bar{x}, \bar{y}$  - odczytane z wykresu  
współrzędne skarpy statecznej w  
układzie współrzędnych  
bezwymiarowych,  
 $x, y$  - współrzędne rzeczywiste  
profilu statecznego



Nomogram do określania kształtu profilu skarpy statecznych

# Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego

Zaprojektowane wg podanej metody zbocze można obciążyć do wartości:

$$p_0 = 2c \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi} = 2c \cdot \operatorname{tg} \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right)$$

lub usypać na nim warstwę gruntu o wysokości wzoru:

$$h = \frac{p_0}{\gamma} = \frac{2c}{\gamma} \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi} = \frac{2c}{\gamma} \cdot \operatorname{tg} \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right)$$

Analizując kształt zboczy statecznych, uzyskanych z zastosowania teorii równowagi granicznej Sokołowskiego, Senkow (1950) udowodnił, że można je opisać zależnością funkcyjną. Dlatego też opisana niżej metoda nosi nazwę metody Sokołowskiego-Senkowa. Zgodnie z metodą tą kształt profilu statecznego opisuje równanie:

$$z = -\alpha \left\{ \frac{\pi}{2} - \left[ \exp(-m) + \frac{1 \cdot \exp(-3m)}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \exp(-5m)}{2 \cdot 4 \cdot 6} + \dots \right] \right\} - y \operatorname{tg} \varphi$$

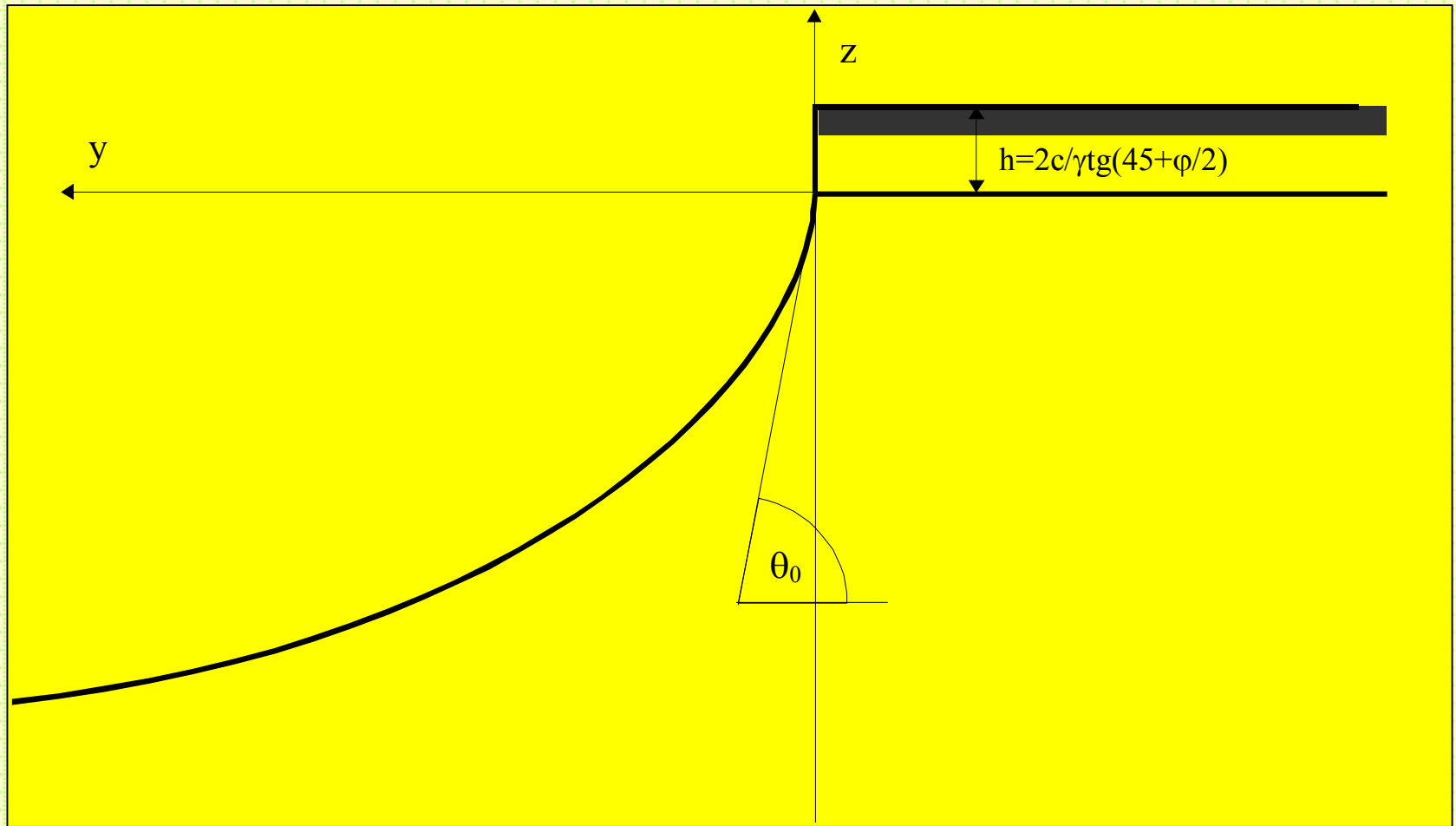
$\alpha$  - współczynnik zależny od własności gruntów, określany z wzoru:

$$\alpha = \frac{2c}{\gamma} \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$$





# Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego



*Schemat obliczeniowy do metody Sokółowskiego-Senkowa*

# Slope Stability, określanie kształtu profilu statecznego

$m$  - współczynnik określany ze wzoru:  $m = \frac{y}{\alpha}$

Analiza wzoru wykazuje, że wyrazy sumy bardzo szybko maleją do zera, w miarę wzrostu współrzędnej  $y$ . Dlatego też, z wystarczającą do celów praktycznych dokładnością można stosować wzór uproszczony, w którym uwzględnia się jedynie pierwszy składnik sumy:

$$z = -\alpha \left[ \frac{\pi}{2} - \frac{1}{\exp(m)} \right] - y \operatorname{tg} \varphi$$

Zaprojektowane wg podanej metody zbocze znajdujące się w stanie równowagi granicznej będzie mogło wytrzymać obciążenie naziomu o wartości:

$$p_0 = 2c \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi} = 2c \cdot \operatorname{tg} \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right)$$

Rozpatrując obciążenie jako ciężar warstwy gruntu, jej wysokość można określić ze wzoru:

$$h = \frac{p_0}{\gamma} = \frac{2c}{\gamma} \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi} = \frac{2c}{\gamma} \cdot \operatorname{tg} \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right)$$



# Slope Stability, Limit Equilibrium Methods

Główne założenia tych **Metod Równowagi Granicznej** są następujące:

- **Znany jest kształt i położenie powierzchni poślizgu.** W praktyce przyjmuje się najczęściej, że powierzchnia poślizgu ma kształt linii prostej, wycinka okręgu, spirali logarytmicznej, dowolnej krzywej lub linii łamanej.
- **Wzdłuż powierzchni poślizgu spełnione są warunki stanu granicznego.** Dla określenia stanu granicznego stosuje się najczęściej wyteżeniową hipotezę Coulomba-Mohra.
- **W przypadku różnej od prostoliniowej powierzchni poślizgu potencjalną bryłę osuwiskową dzieli się na bloki (paski) o ściankach pionowych,** zgodnie z metodą zaproponowaną przez Pettersona (1916 r). Na boczne powierzchnie pasków działają siły wzajemnego oddziaływania, których charakter jest odmienny w różnych metodach.
- **Miarą stateczności zbocza jest wskaźnik stateczności,** który pierwotnie definiowany był jako iloraz sił utrzymujących i zsuwających:

$$FS = \frac{\sum F_u}{\sum F_z}$$



# Slope Stability, Limit Equilibrium Methods

gdzie:

$FS$  - wskaźnik stateczności,

$F_u$  - siły utrzymujące równowagę,

$F_z$  - siły zsuwające,

**Wskaźnik stateczności** można również wyrazić jako iloraz zmobilizowanych naprężeń stycznych związanych z wytrzymałością na ścinanie ośrodka oraz naprężeń ścinających wywołanych przez siły ciężkości oraz inne oddziaływania występujące w masywie:

$$FS = \frac{\tau_f}{\tau_d} = \frac{c + \sigma \tan \varphi}{\tau_d}$$

gdzie:

$\tau_f$  - maksymalny opór ścinania gruntów, określany w oparciu o hipotezę Coulomba-Mohra,

$\tau_d$  - naprężenie ścinające,

$c$  - spójność,

$\varphi$  - kąt tarcia wewnętrznego,

$\sigma$  - naprężenie normalne wzdłuż powierzchni poślizgu





# Slope Stability, Limit Equilibrium Methods

Przy takim zdefiniowaniu wskaźnika stateczności, spełniony jest związek:

$$\tau_d = \frac{\sigma \tan \varphi}{FS} + \frac{c}{FS}$$

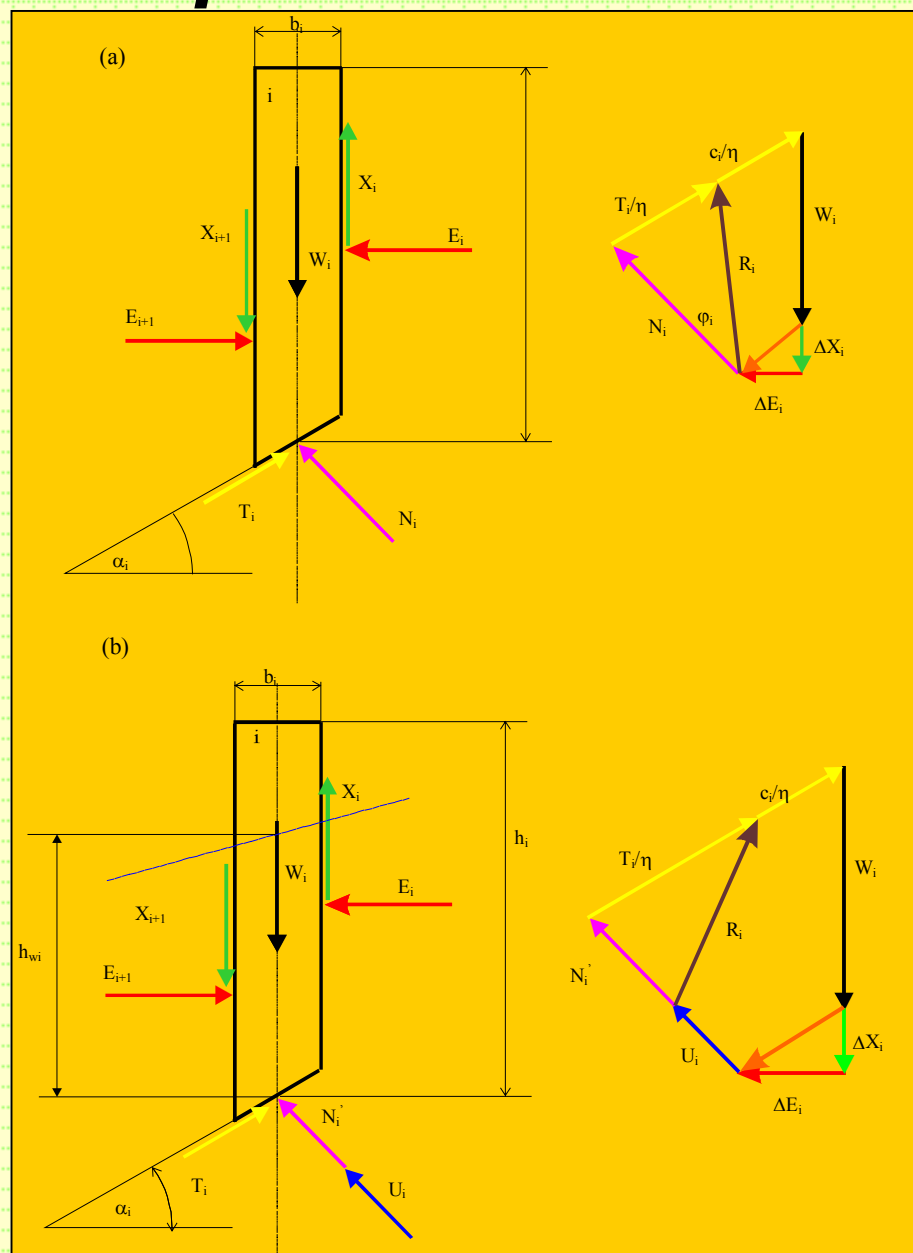
Wzór ten określa różnicę pomiędzy naprężeniami istniejącymi w masywie a jego wytrzymałością. Przyjmowana najczęściej jednakowa wartość wskaźnika stateczności dla spójności i kąta tarcia wewnętrznego budzi poważne wątpliwości. Niekiedy postuluje się, aby przyjmować różne, określane na podstawie statystycznej analizy wyników badań wytrzymałościowych, wartości  $FS$  dla spójności i kąta tarcia wewnętrznego.



# Slope Stability, Limit Equilibrium Methods

## Rozkład sił działających na bloki w metodach równowagi granicznej

- w naprężeniach całkowitych,
- w naprężeniach efektywnych (z uwzględnieniem filtracji)





# ***Slope Stability, Limit Equilibrium Methods***

Zgodnie z powyższymi założeniami na pojedynczy blok wyodrębniony z masywu działa układ sił, których rozkład ilustruje rysunek. Przyjęto na nim następujące oznaczenia:

$b_i$  - szerokość bloku  $i$ ,

$h_i$  - wysokość bloku  $i$ ,

$\alpha_i$  - kąt nachylenia do poziomu bloku  $i$ ,

$L_i$  - długość podstawy bloku  $i$ ,

$W_i$  - ciężar bloku  $i$ ,

$N_i$  - wartość reakcji normalnej w podstawie bloku  $i$ ,

$E_i, E_{i+1}$  - składowe poziome sił oddziaływania pomiędzy blokami,

$X_i, X_{i+1}$  - składowe pionowe sił oddziaływania pomiędzy blokami,

$T_i$  - zmobilizowana siła oporu ścinania w podstawie bloku  $i$ ,

$U_i$  - siła parcia wody na podstawę bloku,



# Slope Stability, Limit Equilibrium Methods

Przyjmując, że potencjalna bryła została podzielona na  $n$  bloków, liczba niewiadomych, które należy określić dla sprawdzenia jej stateczności jest następująca:

- liczba reakcji normalnych  $N$  w podstawie bloków -  $n$ ,
- liczba punktów przyłożenia sił normalnych do podstawy bloków -  $n$ ,
- liczba sił normalnych  $E$  na bokach pasków -  $n-1$ ,
- liczba punktów przyłożenia tych sił -  $n-1$ ,
- liczba sił stycznych do bocznych powierzchni bloków -  $n-1$ ,
- liczba sił stycznych w podstawie bloków -  $n$ ,
- wskaźnik stateczności  $FS$  - 1.

Sumując powyższe wartości można więc stwierdzić, że **całkowita liczba niewiadomych wynosi  $6n-2$ .**





# Slope Stability, Limit Equilibrium Methods

Do rozwiązania zadania dysponujemy następującą liczbę równań:

- suma sił na kierunku poziomy -  $n$ ,
- suma sił na kierunku pionowy -  $n$ ,
- suma momentów -  $n$ ,
- warunek stanu granicznego -  $n$ .

Całkowita liczba równań jest więc równa  $4n$ . Można więc stwierdzić, że zadanie jest wielokrotnie statycznie niewyznaczalne (liczba niewiadomych o  $2n-2$  przekracza liczbę równań równowagi).

Z tego względu konieczne jest przyjmowanie dodatkowych założeń, dotyczących głównie rozkładu sił pomiędzy blokami oraz warunków równowagi, których spełnienie gwarantuje zachowanie stateczności.



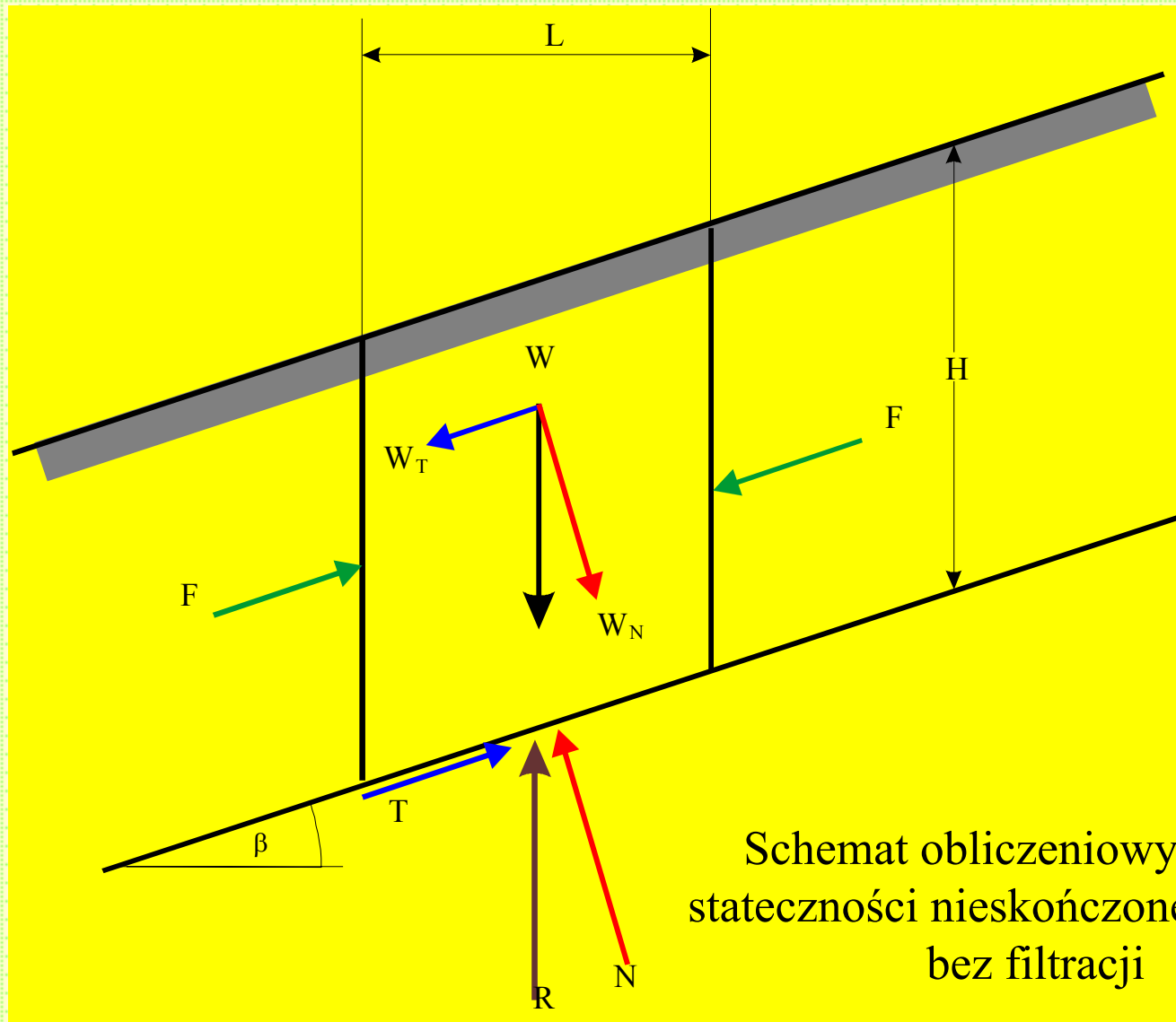
# Slope Stability, Limit Equilibrium Methods

## Stateczność zbocza o nieskończonej długości bez filtracji

- Z analizą stateczności zboczy o nieskończonej długości mamy do czynienia najczęściej wówczas, gdy na mocniejszym podłożu o niewielkim nachyleniu zalega warstwa materiału o niższych wartościach parametrów wytrzymałościowych.
- Z dużą dozą prawdopodobieństwa można wówczas przyjąć, że poślizg nastąpi po powierzchni kontaktu gruntów słabych i mocniejszego podłoża.
- W górnictwie podobna sytuacja występuje przy powiększaniu starych, skonsolidowanych zwałów, podczas sypania na stok.
- **Analiza stateczności w takim przypadku ogranicza się do paska o ograniczonej szerokości, na który działają siły jak na rysunku.**



# Slope Stability, Limit Equilibrium Methods



# Slope Stability, Limit Equilibrium Methods

Na rysunku przyjęto następujące oznaczenia:

W - ciężar bloku:  $W = \gamma LH$

$W_N$  - składowa normalna siły ciężkości:

$$W_N = W \cos \beta = \gamma LH \cos \beta$$

$W_T$  - składowa styczna siły ciężkości, która jest siłą zsuwającą (zmierzającą do naruszenia stanu równowagi): :

$$W_T = W \sin \beta = \gamma LH \sin \beta$$

F - siły oddziaływania pomiędzy blokami. Zakłada się, że siły te są równoległe do powierzchni skarpy i są sobie równe. Założenie takie jest usprawiedliwione, ponieważ ruch mas osuwiskowych jest ruchem postępowym.

N - reakcja normalna. Z warunku rzutów na kierunek normalnej do podstawy otrzymujemy:

$$N = W_N = \gamma LH \cos \beta$$

T - siły oporu ścinania, określane w oparciu o hipotezę wytrzymałościową Coulomba-Mohra:

$$\tau_f = \sigma \tan \varphi + c$$





# Slope Stability, Limit Equilibrium Methods

Po podstawieniu wyżej zdefiniowanych wielkości otrzymuje się:

$$T = \tau_f \frac{L}{\cos \beta} = N \operatorname{tg} \varphi + c \frac{L}{\cos \beta} = \gamma L H \cos \beta \operatorname{tg} \varphi + c \frac{L}{\cos \beta}$$

Z przedstawionej wyżej definicji wskaźnika stateczności wynika, że:

$$FS = \frac{\sum F_u}{\sum F_z} = \frac{T}{W_T} = \frac{\gamma L H \cos^2 \beta \operatorname{tg} \varphi + c L}{\gamma L H \sin \beta \cos \beta} = \frac{\gamma H \cos^2 \beta \operatorname{tg} \varphi + c}{\gamma H \cos^2 \beta \operatorname{tg} \beta} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \beta} + \frac{c}{\gamma H \cos^2 \beta \operatorname{tg} \beta}$$

Ostatecznie wzór na wartość wskaźnika stateczności zbocza o nieskończonej długości bez uwzględnienia filtracji przyjmie postać:

$$FS = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \beta} + \frac{c}{\gamma H \cos^2 \beta \operatorname{tg} \beta}$$

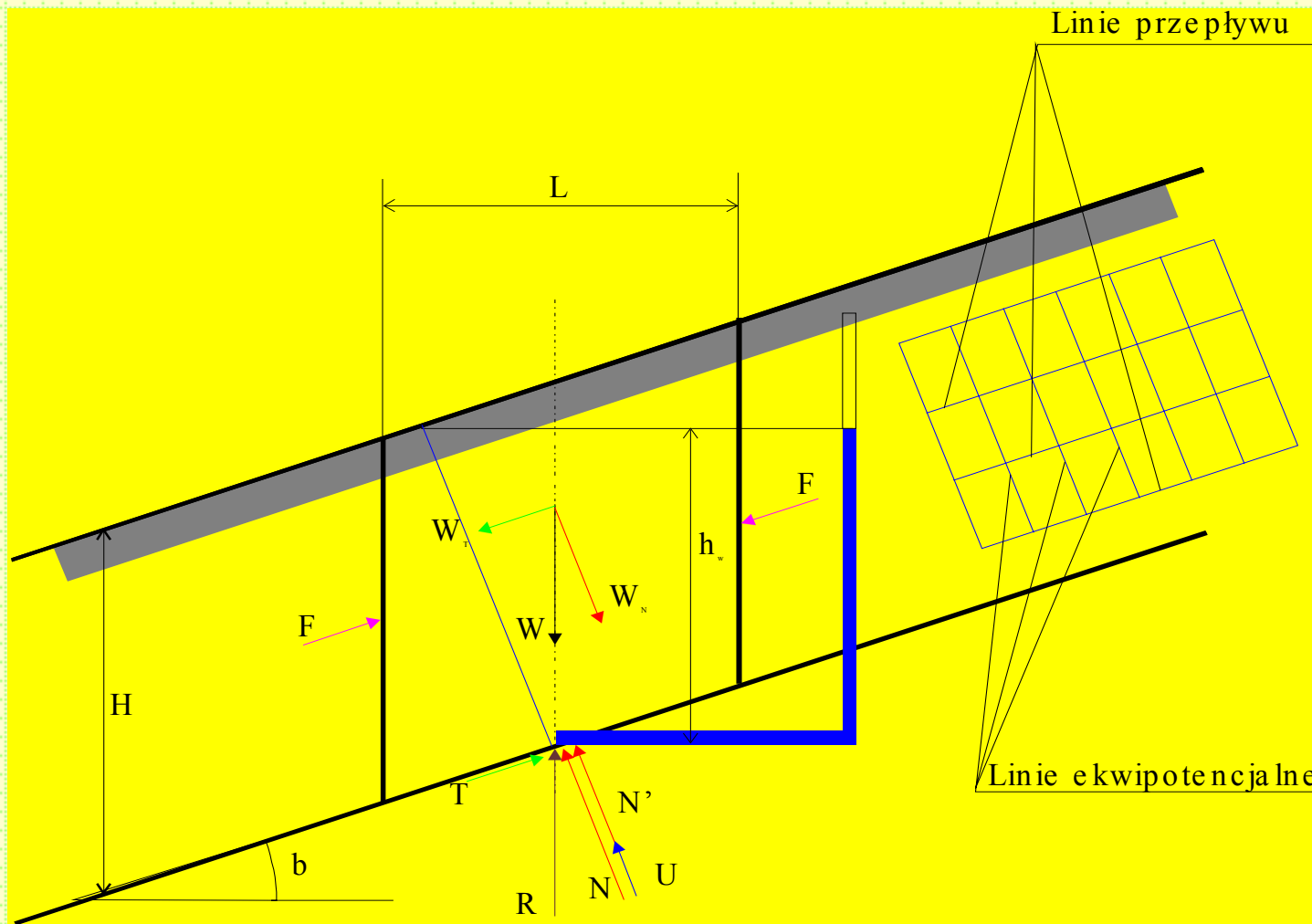
Na podstawie powyższego wzoru obliczyć można graniczną wysokość zsuwającej się warstwy w stanie granicznym. Przyjmując, że  $FS=1.0$  otrzymamy:

$$H = H_{kr} = \frac{c}{\gamma} \cdot \frac{1}{\cos^2 \beta (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \varphi)}$$

Wzór ma sens, jeżeli spełniony jest warunek:  $\beta > \varphi$



# Slope Stability, Limit Equilibrium Methods



Stateczność zbocza o nieskończonej długości z uwzględnieniem filtracji



# ***Slope Stability, Limit Equilibrium Methods***





# Slope Stability, Limit Equilibrium Methods

Przyjęto na nim następujące oznaczenia:

W - ciężar bloku:  $W = \gamma_{sr} LH$

gdzie:

L - szerokość bloku

H - grubość zsuwającej się warstwy,

$\gamma_{sr}$  - ciężar objętościowy gruntu całkowicie nasączonego wodą,

$W_N$  - składowa normalna siły ciężkości:

gdzie:  $W_N = W \cos \beta = \gamma_{sr} LH \cos \beta$

$\beta$  - kąt nachylenia zbocza,

$W_T$  - składowa styczna siły ciężkości, która jest siłą zsuwającą (zmierzającą do naruszenia stanu równowagi):

$$W_T = W \sin \beta = \gamma_{sr} LH \sin \beta$$

F - siły oddziaływania pomiędzy blokami. Zakłada się, że siły te są równoległe do powierzchni skarpy i są sobie równe,

N - reakcja normalna w podstawie bloku:

$$N = W_N = \gamma_{sr} LH \cos \beta$$





# Slope Stability, Limit Equilibrium Methods

T - siły oporu ścinania, określane w oparciu o hipotezę wytrzymałościową

Coulomba-Mohra: 
$$\tau_f = (\sigma - u) \operatorname{tg} \varphi' + c'$$

gdzie:

$u$  - ciśnienie porowe: 
$$u = \gamma_w h_w = \gamma_w H \cos^2 \beta$$

Uwzględniając, że:

$$N' = N - U = \gamma_{sr} LH \cos \beta - u \frac{L}{\cos \beta} = LH \cos \beta (\gamma_{sr} - \gamma_w) = LH \cos \beta \gamma'$$

otrzymujemy:

$$T = \tau_f \frac{L}{\cos \beta} = N' \operatorname{tg} \varphi' + c' \frac{L}{\cos \beta} = \gamma' LH \cos \beta \operatorname{tg} \varphi' + c' \frac{L}{\cos \beta}$$

$$FS = \frac{\sum F_u}{\sum F_z} = \frac{T}{W_T} = \frac{\gamma' LH \cos^2 \beta \operatorname{tg} \varphi' + c' L}{\gamma_{sr} LH \sin \beta \cos \beta} = \frac{\gamma' H \cos^2 \beta \operatorname{tg} \varphi' + c'}{\gamma_{sr} H \cos^2 \beta \operatorname{tg} \beta}$$

$$= \frac{\gamma' \operatorname{tg} \varphi'}{\gamma_{sr} \operatorname{tg} \beta} + \frac{c'}{\gamma_{sr} H \cos^2 \beta \operatorname{tg} \beta}$$



# Slope Stability, Limit Equilibrium Methods

Ostatecznie wzór na wartość wskaźnika stateczności dla zbocza nieskończenie długiego, przy założeniu, że przez całą, potencjalnie zsuwającą się warstwę przepływa woda, przyjmuje postać:

$$FS = \frac{\gamma' \operatorname{tg} \varphi'}{\gamma_{sr} \operatorname{tg} \beta} + \frac{c'}{\gamma_{sr} H \cos^2 \beta \operatorname{tg} \beta}$$

gdzie:

$\gamma'$  - ciężar objętościowy gruntu z uwzględnieniem wyporu wody,

$\varphi', c'$  - efektywne wartości parametrów wytrzymałościowych

Dla gruntów idealnie sypkich ( $c=0$ ) wzór przyjmuje postać:

$$FS = \frac{\gamma'}{\gamma_{sr}} \cdot \frac{\operatorname{tg} \varphi'}{\operatorname{tg} \beta}$$

Na podstawie wzoru na wartość wskaźnika stateczności obliczyć można graniczną wysokość zsuwającej się warstwy. Przyjmując, że  $FS=1.0$  otrzymamy:

$$H = H_{kr} = \frac{c'}{\cos^2 \beta (\gamma_{sr} \operatorname{tg} \beta - \gamma' \operatorname{tg} \varphi')}$$

Wzór ma sens, jeżeli spełniony jest warunek:

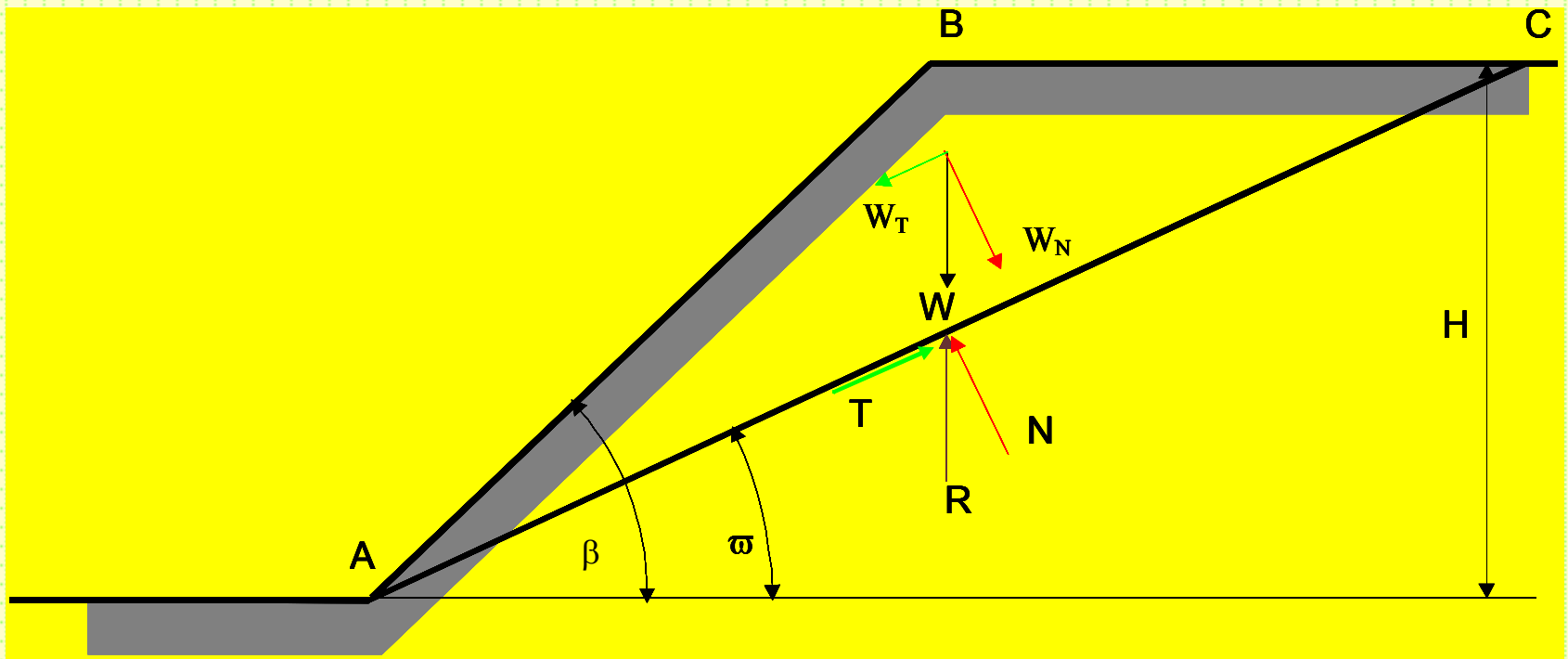
$$\operatorname{tg} \beta > \frac{\gamma'}{\gamma_{sr}} \operatorname{tg} \varphi'$$





# ***Slope Stability, Limit Equilibrium Methods***

**Analiza stateczności przy założeniu płaskiej powierzchni poślizgu (metoda Cullmana 1875 r)**



***Schemat obliczeniowy metody Cullmana***

# Slope Stability, Limit Equilibrium Methods

W metodzie tej zakłada się, że powierzchnia poślizgu ma kształt płaszczyzny przechodzącej przez dolną krawędź skarpy. Może być ona stosowana do analizy stateczności skarp stromych, w których przebieg powierzchni poślizgu uwarunkowany jest naturalnymi defektami strukturalnymi występującymi w górotworze, takimi jak powierzchnie kontaktu warstw, nieciągłości tektoniczne, powierzchnie spękań, zlustrowań i t.p.

$$W - \text{ciężar klina } ABC: W = \gamma H (\overline{BC}) \cdot (1)$$

gdzie:

$\gamma$  - ciężar objętościowy,

H - wysokość skarpy,

$(\overline{BC})$  - długość odcinka BC,

(1) - jednostkowa długość w kierunku prostopadłym do rozpatrywanej płaszczyzny.





# Slope Stability, Limit Equilibrium Methods

Uwzględniając, że:

$$\overline{(BC)} = H \operatorname{ctg} \varpi - H \operatorname{ctg} \beta = H \frac{\sin(\beta - \varpi)}{\sin \beta \sin \varpi}$$

ciężar bloku ABC obliczyć można ze wzoru:

$$W = \frac{1}{2} \gamma H^2 \left[ \frac{\sin(\beta - \varpi)}{\sin \beta \sin \varpi} \right]$$

$W_N$  - składowa normalna siły ciężkości:

$$W_N = W \cos \varpi = \frac{1}{2} \gamma H^2 \left[ \frac{\sin(\beta - \varpi)}{\sin \beta \sin \varpi} \right] \cos \varpi$$

$W_T$  - składowa styczna siły ciężkości (siła zsuwająca):

$$W_T = W \sin \varpi = \frac{1}{2} \gamma H^2 \left[ \frac{\sin(\beta - \varpi)}{\sin \beta \sin \varpi} \right] \sin \varpi$$

$N$  - reakcja normalna do powierzchni poślizgu:



# Slope Stability, Limit Equilibrium Methods

$$N = W_N = \frac{1}{2} \gamma H^2 \left[ \frac{\sin(\beta - \varpi)}{\sin \beta \sin \varpi} \right] \cos \varpi$$

T - siły oporu ścinania, określane w oparciu o hipotezę wytrzymałościową Coulomba-Mohra:

$$\tau_f = \sigma \operatorname{tg} \varphi + c$$

$$T = \tau_f \cdot (\overline{AC}) = N \operatorname{tg} \varphi + c (\overline{AC})$$

Uwzględniając, że:

$$(\overline{AC}) = \frac{H}{\sin \varpi} \quad \text{otrzymujemy:}$$

$$T = \frac{1}{2} \gamma H^2 \left[ \frac{\sin(\beta - \varpi)}{\sin \beta \sin \varpi} \right] \cos \varpi \operatorname{tg} \varphi + c \frac{H}{\sin \varpi} =$$

$$= \frac{H}{\sin \varpi} \left\{ \frac{1}{2} \gamma H \left[ \frac{\sin(\beta - \varpi)}{\sin \beta \sin \varpi} \right] \cos \varpi \sin \varpi \operatorname{tg} \varphi + c \right\}$$



# Slope Stability, Limit Equilibrium Methods

Z definicji wskaźnika stateczności wynika, że:

$$FS = \frac{\sum F_u}{\sum F_z} = \frac{T}{W_T} = \frac{tg \varphi}{tg \varpi} + \frac{2c}{\gamma H} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \varpi \sin(\beta - \varpi)}$$

Z przedstawionego wzoru wynika, że wskaźnik stateczności jest funkcją kąta nachylenia powierzchni poślizgu. Jego minimalna wartość występuje, gdy spełniony jest warunek:

$$\frac{\partial FS}{\partial \varpi} = 0 \quad \text{Obliczając pierwszą pochodną i przyrównując ją do zera znajdujemy, że:} \quad \varpi = \varpi_{kr} = \frac{\beta + \varphi}{2}$$

Ostateczny wzór na minimalną wartość wskaźnika stateczności przyjmie postać:

$$FS_{\min} = \frac{tg \varphi [1 + \cos(\beta + \varphi)]}{\sin(\beta + \varphi)} + \frac{2c}{\gamma H} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin[0.5(\beta + \varphi)] \sin[0.5(\beta - \varphi)]}$$

Podstawiając  $FS_{\min} = 1$  obliczyć można krytyczną wysokość zbocza statecznego ze wzoru:

$$H_{kr} = \frac{4c}{\gamma} \left[ \frac{\sin \beta \cos \varphi}{1 - \cos(\beta - \varphi)} \right]$$



# ***Slope Stability, Limit Equilibrium Methods***

Wyznaczyć minimalną wartość wskaźnika stateczności za pomocą metody Cullmana dla następujących danych: wysokość zbocza 20 m; ciężar objętościowy gruntu 20 kN/m<sup>3</sup>; kąt nachylenia zbocza 40° ; kąt tarcia wewnętrznego gruntu 20°; kohezja 20 kPa.

$$FS_{\min} = 1.371 \quad H_{kr} = 40.063 \text{ m}$$

Wyznaczyć minimalną wartość wskaźnika stateczności za pomocą metody Cullmana dla następujących danych: wysokość zbocza 30 m; ciężar objętościowy gruntu 22 kN/m<sup>3</sup>; kąt nachylenia zbocza 50° ; kąt tarcia wewnętrznego gruntu 25°; kohezja 30 kPa.

$$FS_{\min} = 1.136 \quad H_{kr} = 40.419 \text{ m}$$

Wyznaczyć minimalną wartość wskaźnika stateczności za pomocą metody Cullmana dla następujących danych: wysokość zbocza 35 m; ciężar objętościowy gruntu 23 kN/m<sup>3</sup>; kąt nachylenia zbocza 45° ; kąt tarcia wewnętrznego gruntu 27°; kohezja 28 kPa.

$$FS_{\min} = 1.236 \quad H_{kr} = 62.685 \text{ m}$$





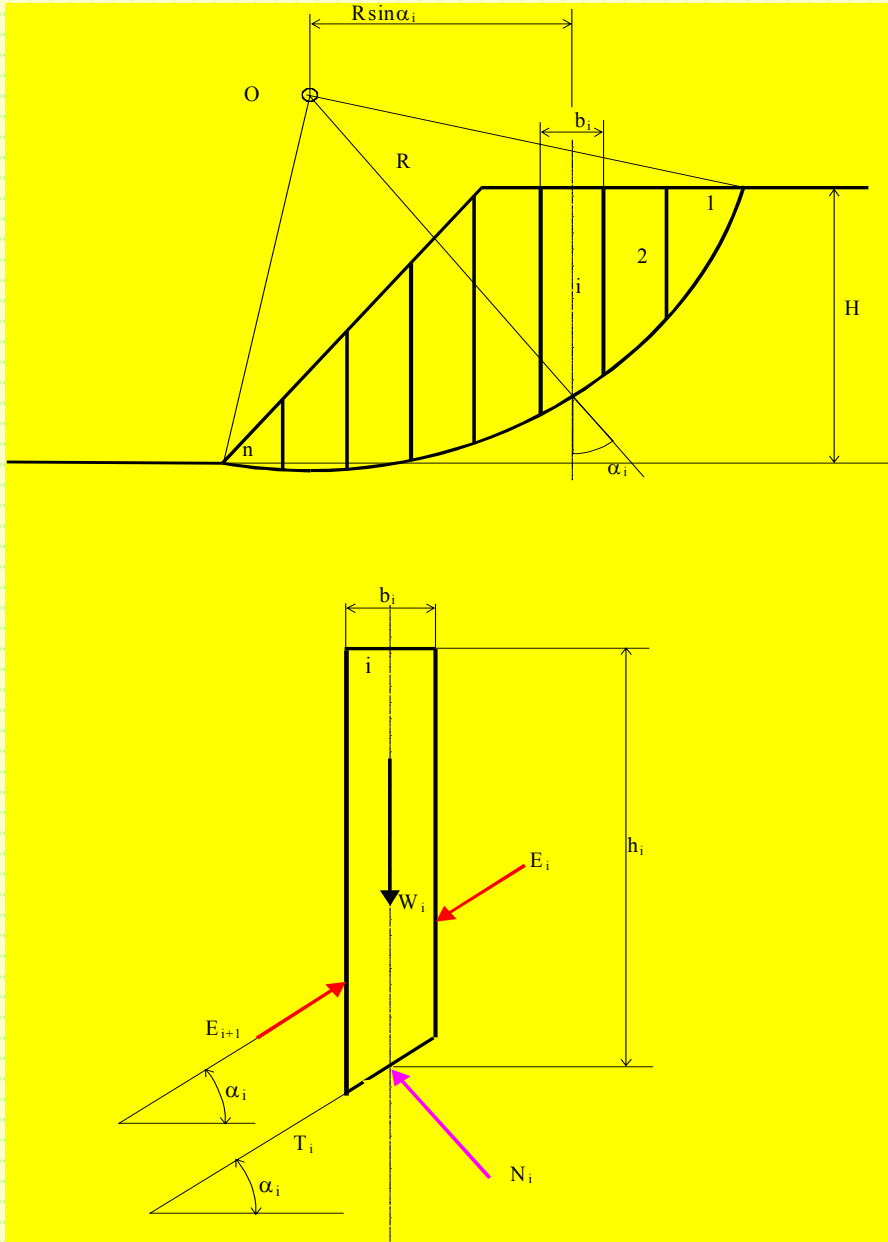
# Slope Stability, LEM – *Metoda Felleniusa*, 1925

**Metoda Felleniusa** jest najstarszą z metod, które umożliwiają przeprowadzenie analizy stateczności dla różnych od prostoliniowej powierzchni poślizgu. Opracowana ona została na podstawie wyników badań Szwedzkiej Komisji Geotechnicznej, której prace prowadzone były w latach 1916-1925. Metoda ta wykorzystuje podział potencjalnej bryły osuwiskowej na bloki (paski) pionowe. Z powyższych względów metoda ta znana jest również pod nazwą metody Pettersona-Felleniusa lub metody szwedzkiej. W metodzie Felleniusa przyjęto następujące założenia:

- **powierzchnia poślizgu ma kształt walca cylindrycznego,**
- **siły oddziaływania pomiędzy blokami są równoległe do podstawy bloku** i nie wpływają na wartość reakcji normalnej do podstawy bloku oraz wartość sił oporu ścinania,
- **wskaźnik stateczności definiowany jest jako stosunek momentów sił biernych (utrzymujących równowagę) i sił czynnych (zsuwających).**



# Slope Stability, LEM – *Metoda Felleniusa*, 1925



Wypadkowa sił oddziaływania pomiędzy blokami wywołuje wprawdzie moment przy analizie pojedynczego bloku, ale ze względu na wewnętrzny charakter tych sił wywołany przez nie moment dla całej bryły względem dowolnego punktu powinien być równy zero.

*Założenia metody Felleniusa*



# Slope Stability, LEM – *Metoda Felleniusa*, 1925

Założenia metody Felleniusa ilustruje rysunek, na którym przyjęto następujące oznaczenia:

$b_i$  - szerokość bloku  $i$ ,

$h_i$  - wysokość bloku  $i$ ,

$R$  - promień powierzchni poślizgu,

$\alpha_i$  - kąt nachylenia do poziomu bloku  $i$ ,

$L_i$  - długość podstawy bloku  $i$ ,

$W_i$  - ciężar bloku  $i$ ,

$N_i$  - wartość reakcji normalnej w podstawie bloku  $i$ ,

$$N_i = W_i \cos \alpha_i$$

$T_i$  - zmobilizowana siła oporu ścinania w podstawie bloku  $i$ , określana z warunku stanu granicznego Coulomba-Mohra. Wartość zmobilizowanych sił oporu ścinania określić można ze wzoru:

$$\tau = \frac{\tau_f}{FS} = \frac{1}{FS} (\sigma \tan \varphi + c)$$



# Slope Stability, LEM – *Metoda Felleniusa*, 1925

Mnożąc to wyrażenie przez powierzchnię podstawy bloku ( $1 \cdot L_i$ ) otrzymujemy:

$$T_i = \frac{1}{FS} (N_i \operatorname{tg} \varphi_i + c_i L_i) = \frac{1}{FS} (W_i \cos \alpha_i \operatorname{tg} \varphi_i + c_i L_i)$$

Równanie równowagi momentów względem środka potencjalnej powierzchni poślizgu przyjmuje postać:

$$\sum M_{io} = \sum T_i R - \sum W_i R \sin \alpha_i = 0 \quad \text{skąd:}$$

$$\sum \frac{1}{FS} (W_i \cos \alpha_i \operatorname{tg} \varphi_i + c_i L_i) = \sum W_i \sin \alpha_i$$

przyjmując, że:  $FS = \text{const.}$

dla wszystkich bloków, otrzymamy po przekształceniach podstawową postać wzoru na wartość wskaźnika stateczności:

$$FS = \frac{\sum (W_i \cos \alpha_i \operatorname{tg} \varphi_i + c_i L_i)}{\sum W_i \sin \alpha_i}$$





# Slope Stability, LEM – Metoda Felleniusa, 1925

Dla ośrodka zawodnionego, gdzie w podstawie bloku działają siły wyporu o wartości:

$$N'_i = N_i - u_i L_i = (W_i \cos \alpha_i - u_i L_i)$$

wzór na wartość wskaźnika stateczności ma postać:

$$FS = \frac{\sum [(W_i \cos \alpha_i - u_i L_i) \operatorname{tg} \varphi'_i + c'_i L_i]}{\sum W_i \sin \alpha_i}$$

gdzie:

$u_i$  - ciśnienie wody w podstawie bloku  $i$ ,

$\varphi'_i, c'_i$  - efektywne parametry oporu ścinania.

Przy założeniu, że szerokość bloków jest niewielka, ich ciężar można obliczyć ze wzoru:

$$W_i = b_i h_i \gamma_i$$



# Slope Stability, LEM – **Metoda Felleniusa**, 1925

Uwzględniając, że:

$$L_i = \frac{b_i}{\cos \alpha_i}$$

wartość wskaźnika stateczności określić można ze wzoru:

$$FS = \frac{\sum \frac{b_i}{\cos \alpha_i} \left[ (h_i \gamma_i \cos^2 \alpha_i - u_i) \operatorname{tg} \varphi'_i + c'_i \right]}{\sum b_i h_i \gamma_i \sin \alpha_i}$$

Ze względu na przyjęte założenia (nie uwzględnianie sił pomiędzy blokami) **metoda Felleniusa** daje z reguły wyniki niższe niż inne metody analizy stateczności. W porównaniu z metodą Bishopa różnice te wynoszą od 5 do 20%, a niekiedy nawet do 60%. Zaniżone wartości wskaźników stateczności stawiają tą metodę w grupie metod bezpiecznych a nawet asekuracyjnych. Pomimo tego metoda ta jest często stosowana w praktyce, szczególnie wówczas, gdy sposób określania parametrów wytrzymałościowych ośrodka jest niezbyt dokładny. Dużą zaletą metody Felleniusa jest jej prostota. Jawna postać wzorów powoduje, że jej praktyczne wykorzystanie nie wymaga stosowania drogich programów obliczeniowych i komputerów.





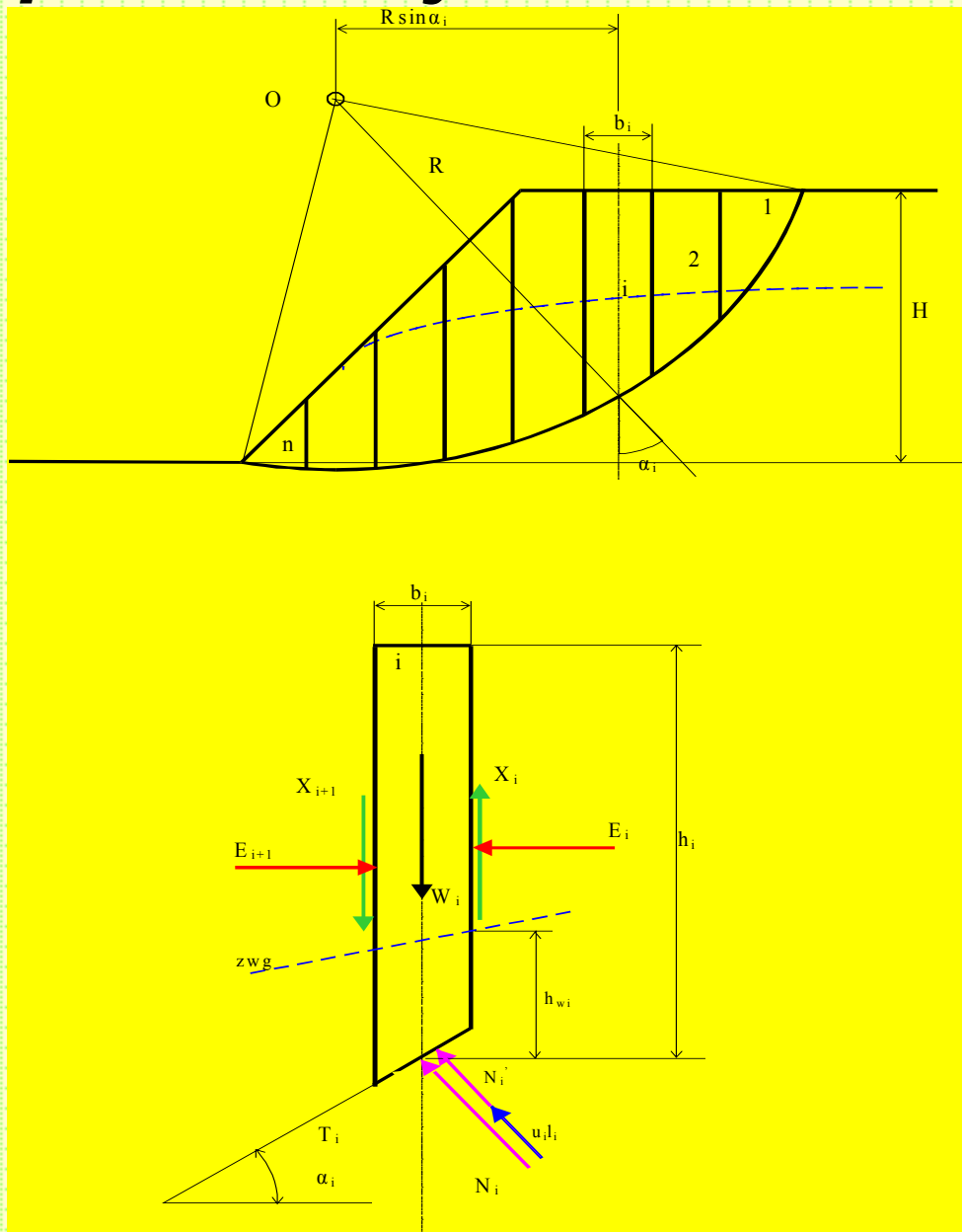
# Slope Stability, LEM - *Metoda Bishopa*, 1955

Podstawowe założenia metody **Bishopa** są podobne jak w metodzie Felleniusa. Podstawowe różnice sprowadzają się do odmiennych założeń odnośnie sił oddziaływania pomiędzy blokami. Założenia metody Bishopa są następujące:

- powierzchnia poślizgu ma kształt walca cylindrycznego,
- siły oddziaływania pomiędzy blokami są nieznane, a ich wartość określa się metodą kolejnych prób przy zastosowaniu ogólnych równań równowagi wewnętrznej.
- wartość reakcji normalnej w podstawie bloku określa się z warunku rzutów sił na kierunek pionowy,
- wskaźnik stateczności określany z równania równowagi momentów sił względem środka potencjalnej powierzchni poślizgu. W równaniu tym **nie uwzględnia się sił oddziaływania pomiędzy blokami**. Wypadkowa sił oddziaływania pomiędzy blokami wywołuje wprawdzie moment przy analizie pojedynczego bloku, ale ze względu na wewnętrzny charakter tych sił wywołany przez nie moment dla całej bryły względem dowolnego punktu powinien być równy zeru.



# Slope Stability, LEM - *Metoda Bishopa*, 1955



*Schemat obliczeniowy metody Bishopa*



# Slope Stability, LEM - Metoda Bishopa, 1955

Oznaczenia:

$b_i$  - szerokość bloku  $i$ ,

$h_i$  - wysokość bloku  $i$ ,

$R$  - promień powierzchni poślizgu,

$\alpha_i$  - kąt nachylenia do poziomu bloku  $i$ ,

$L_i$  - długość podstawy bloku  $i$ ,

$W_i$  - ciężar bloku  $i$ ,

$N_i$  - wartość reakcji normalnej w podstawie bloku  $i$ ,

$E_i, E_{i+1}$  - składowe poziome sił oddziaływania pomiędzy blokami,

$X_i, X_{i+1}$  - składowe pionowe sił oddziaływania pomiędzy blokami,

$T_i$  - zmobilizowana siła oporu ścinania w podstawie bloku  $i$ .

Wartość zmobilizowanych sił oporu ścinania w podstawach pasków określa się z warunku stanu granicznego hipotezy Coulomba-Mohra, ze wzoru:

$$\tau = \frac{\tau_f}{FS} = \frac{1}{FS} (\sigma \operatorname{tg} \varphi + c) \quad \text{skąd:} \quad T_i = \frac{1}{FS} (N_i \operatorname{tg} \varphi_i + c_i L_i)$$



# Slope Stability, LEM - Metoda Bishopa, 1955

Dla ośrodka zawadzonego:

$$N'_i = N_i - u_i L_i \quad \text{skąd:} \quad T'_i = \frac{1}{FS} \left[ (N_i - u_i L_i) \operatorname{tg} \varphi'_i + c'_i L_i \right]$$

Z równania rzutów wszystkich sił na kierunek pionowy otrzymamy:

$$W_i + (X_i - X_{i+1}) - N_i \cos \alpha_i - T_i \sin \alpha_i = 0$$

Przyjmując, że:

$$\Delta X_i = X_i - X_{i+1}$$

otrzymujemy wzór na wartość reakcji normalnej w podstawie paska:

$$N_i = \frac{W_i + \Delta X_i - \frac{c_i}{\eta} L_i \sin \alpha_i}{\cos \alpha_i + \frac{1}{FS} \operatorname{tg} \varphi_i \sin \alpha_i}$$

Podstawiając:

$$\cos \alpha_i + \frac{1}{FS} \operatorname{tg} \varphi_i \sin \alpha_i = \cos \alpha_i \left( 1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha_i \operatorname{tg} \varphi_i}{FS} \right) = m_{\alpha i}$$





# Slope Stability, LEM - Metoda Bishopa, 1955

otrzymujemy, że:

$$N_i = \frac{W_i + \Delta X_i - \frac{c_i L_i \sin \alpha_i}{FS}}{m_{\alpha i}}$$

Równanie momentów dla całego masywu względem środka potencjalnej powierzchni poślizgu ma postać:

$$R \sum W_i \sin \alpha_i = R \sum T_i \quad \text{skąd:} \quad \sum W_i \sin \alpha_i = \sum \frac{1}{FS} (N_i \operatorname{tg} \varphi_i + c_i L_i)$$

Przyjmując, że dla wszystkich pasków wartość wskaźnika stateczności  $FS = \text{const.}$ , otrzymujemy następujący wzór na wartość wskaźnika stateczności:

$$FS = \frac{1}{\sum W_i \sin \alpha_i} \sum \frac{[(W_i + \Delta X_i) \operatorname{tg} \varphi_i + c_i L_i \cos \alpha_i]}{m_{\alpha i}}$$

Dla ośrodka zawodnionego wzór na wartość efektywnej reakcji w podstawie bloku ma postać:

$$N'_i = N_i - u_i L_i = \frac{W_i + \Delta X_i - L_i \left( u_i \cos \alpha_i + \frac{c'_i \sin \alpha_i}{FS} \right)}{m'_{\alpha i}}$$

# Slope Stability, LEM - Metoda Bishopa, 1955

skąd:

$$FS = \frac{1}{\sum W_i \sin \alpha_i} \sum \frac{[(W_i + \Delta X_i - u_i L_i \cos \alpha_i) \operatorname{tg} \varphi'_i + c'_i L_i \cos \alpha_i]}{m'_{\alpha_i}}$$

W powyższych równaniach występują nieznane wartości przyrostów sił stycznych do bocznych powierzchni bloków, a więc równania te nie umożliwiają wyznaczenia wskaźnika stateczności w sposób bezpośredni, tak jak ma to miejsce w metodzie Felleniusa. Wartości sił stycznych na bocznych powierzchniach bloków można określić metodą kolejnych przybliżeń, wykorzystując w tym celu fakt, że siły oddziaływania pomiędzy blokami są siłami wewnętrznymi dla całego masywu, a więc ich suma musi być równa zero. Spełnione muszą więc być równania równowagi wewnętrznej w postaci:

$$\left. \begin{aligned} \sum \Delta X_i &= \sum (X_i - X_{i+1}) = 0 \\ \sum \Delta E_i &= \sum (E_i - E_{i+1}) = 0 \end{aligned} \right\}$$

Dodatkowe równanie wiążące siły styczne i normalne do bocznej powierzchni bloku uzyskać można z równania rzutów wszystkich sił na kierunek stycznej do podstawy, a mianowicie:





# Slope Stability, LEM - *Metoda Bishopa*, 1955

$$E_i - E_{i+1} = \frac{1}{\cos \alpha_i} T_i - (W_i + X_i - X_{i+1}) \operatorname{tg} \alpha_i$$

Po zsumowaniu dla wszystkich pasków i otrzymuje się związek w postaci:

$$E_i - E_{i+1} = \sum \left[ \frac{(W_i + \Delta X_i) \operatorname{tg} \varphi'_i + c_i L_i \cos \alpha_i}{FS m'_{\alpha_i} \cos \alpha_i} - (W_i + X_i - X_{i+1}) \operatorname{tg} \alpha_i \right]$$

Powyższe równania pozwalają na wyznaczenie metodą kolejnych przybliżeń wartości wskaźnika stateczności. Obliczenia rozpoczyna się od najwyższego paska, na który siły wewnętrzne działają tylko z jednej strony a ich wartość równa jest przyrostowi sił na szerokości paska. Ze względu na uwikłany charakter wzorów na określanie wskaźników stateczności (wskaźnik stateczności występuje po lewej i prawej stronie równań, obliczenia te są bardzo pracochłonne). Dlatego też w praktyce najczęściej stosuje się uproszczoną metodę Bishopa, w której zakłada się, że składowe pionowe siły oddziaływania pomiędzy paskami są równe zero, czyli że spełniony jest warunek:

$$X_i - X_{i-1} = 0$$



# Slope Stability, LEM - Metoda Bishopa, 1955

Z założenia tego wynika, że siły oddziaływania pomiędzy paskami są poziome. Wzór uproszczonej metody Bishopa przyjmuje wówczas postać:

$$FS = \frac{1}{\sum W_i \sin \alpha_i} \sum \frac{[(W_i - u_i L_i \cos \alpha_i) \operatorname{tg} \varphi'_i + c'_i L_i \cos \alpha_i]}{m'_{\alpha_i}}$$

a po podstawieniu:

$$b_i = L_i \cos \alpha_i$$
$$FS = \frac{1}{\sum W_i \sin \alpha_i} \sum \frac{[(W_i - u_i b_i) \operatorname{tg} \varphi'_i + c'_i b_i]}{m'_{\alpha_i}}$$

Określanie wskaźnika stateczności odbywa się na drodze iteracyjnej. W pierwszym kroku przyjmuje się po prawej stronie równań wartość  $FS = 1.0$  lub też wartość określoną z uprzedniego zastosowania innej metody (np. metody Felleniusa). Obliczenia iteracyjne wykonuje się do momentu, gdy spełniony jest warunek:

$$|FS_o - FS_z| \leq \varepsilon$$



# Slope Stability, LEM - *Metoda Bishopa*, 1955

$$|FS_o - FS_z| \leq \varepsilon$$

gdzie:

$FS_o$  - obliczona wartość wskaźnika stateczności w kolejnym kroku iteracyjnym.

$FS_z$  - założona wartość wskaźnika stateczności w kolejnym kroku iteracyjnym.  
W obliczeniach praktycznych, gdy nie znane jest położenie zwierciadła wód gruntowych i ciśnienia porowego w podstawie paska, wpływ wody można określać szacunkowo, wykorzystując pojęcie współczynnika ciśnienia porowego, zdefiniowanego jako:

$$r_u = \frac{\gamma_w h_{wi}}{\gamma h_i} = \frac{u_i}{\gamma h_i}$$

gdzie:

$r_u$  - współczynnik ciśnienia porowego,

$h_{wi}$  - wysokość zwierciadła wody w i-tym bloku,

$h_i$  - wysokość i-tego bloku

$\gamma_w$  - ciężar objętościowy bloku,

$\gamma$  - ciężar objętościowy gruntu.



# Slope Stability, LEM - Metoda Bishopa, 1955

Podstawiając w miejsce  $u_i$  wartość:

$$u_i = r_u h_i \gamma$$

oraz uwzględniając, że:

$$W_i \cong b_i h_i \gamma$$

otrzymujemy następującą postać wzoru na wskaźnik stateczności:

$$FS = \frac{1}{\sum W_i \sin \alpha_i} \sum \frac{[W_i (1 - r_u) \operatorname{tg} \varphi'_i + c'_i b_i]}{m'_{\alpha i}}$$

W zagadnieniach praktycznych przyjmuje się, że współczynnik ciśnienia porowego przyjmuje jednakową wartość dla wszystkich bloków, która zawarta jest w przedziale od zera dla górotworu odwodnionego do wartości 0.7 dla górotworu zawodnionego. Najczęściej przyjmuje się, że  $r_u = 0.3$ . Porównanie metody Bishopa i metody Felleniusa wskazuje, że pierwsza z nich daje nieco wyższe wartości wskaźników stateczności, czyli że spełniony jest warunek:

$FS_B > FS_F$  Różnice w wartościach wskaźników wahają się od 5% do 20%, a w niektórych przypadkach dochodzić mogą nawet do 60%.





# Slope Stability, LEM - *Metoda Bishopa*, 1955

- W mianowniku wzorów występuje współczynnik  $m_\alpha$ , którego wartość jest zależna od kąta nachylenia podstawy paska.
- Przy małych wartościach kąta nachylenia współczynnik ten przyjmować może bardzo małe wartości, lub nawet wartości ujemne, co powoduje niewspółmiernie duży wzrost wartości wskaźnika stateczności.
- Powoduje to, że metoda ta może dawać błędne oszacowania wskaźnika stateczności szczególnie w przypadku kół poślizgu przechodzących poniżej dolnej krawędzi zbocza, co może mieć miejsce w przypadkach skarp łagodnie nachylonych lub wówczas, gdy w podstawie skarpy występują grunty słabe, o niskich wartościach parametrów wytrzymałościowych.
- W praktyce postuluje się niekiedy, aby metody tej nie wykorzystywać dla powierzchni poślizgu, w których występują paski charakteryzujące się wartością współczynnika  $m_\alpha$  niższą od 0.2.



# Slope Stability, LEM - *Metoda Nonveillera* (1965)

W metodzie tej przyjęto następujące założenia:

- powierzchnia poślizgu ma kształt dowolnej krzywej,
- siły oddziaływania pomiędzy blokami są nieznane, a ich wartość określa się metodą kolejnych prób przy zastosowaniu ogólnych równań równowagi wewnętrznej.
- wartość reakcji normalnej w podstawie bloku określa się z warunku rzutów sił na kierunek pionowy,
- wskaźnik stateczności określany z równania równowagi momentów sił względem dowolnego punktu. W równaniu tym nie uwzględnia się sił oddziaływania pomiędzy blokami.
- Wypadkowa sił oddziaływania pomiędzy blokami wywołuje wprawdzie moment przy analizie pojedynczego bloku, ale ze względu na wewnętrzny charakter tych sił wywołany przez nie moment dla całej bryły względem dowolnego punktu powinien być równy zeru.







# Slope Stability, LEM - *Metoda Nonveillera* (1965)

Oznaczenia:

$b_i$  - szerokość bloku  $i$ ,

$h_i$  - wysokość bloku  $i$ ,

$R$  - promień powierzchni poślizgu,

$\alpha_i$  - kąt nachylenia do poziomu bloku  $i$ ,

$L_i$  - długość podstawy bloku  $i$ ,

$f_i$  - ramię reakcji normalnej względem punktu  $O$ ,

$a_i$  - ramię siły oporu ścinania względem punktu  $O$ ,

$x_i$  - ramię siły ciężkości względem punktu  $O$ ,

$W_i$  - ciężar bloku  $i$ ,

$N_i$  - wartość reakcji normalnej w podstawie bloku  $i$ ,

$E_i, E_{i+1}$  - składowe poziome sił oddziaływania pomiędzy blokami,

$X_i, X_{i+1}$  - składowe pionowe sił oddziaływania pomiędzy blokami,

$T_i$  - zmobilizowana siła oporu ścinania w podstawie bloku  $i$ .

Wartość zmobilizowanej siły oporu ścinania wyznacza się, podobnie jak w metodzie Bishopa, z warunku:

$$\tau = \frac{\tau_f}{FS} = \frac{1}{FS} (\sigma g \varphi + c)$$





# Slope Stability, LEM - *Metoda Nonveillera* (1965)

Mnożąc to wyrażenie przez powierzchnię podstawy bloku ( $1 \cdot L_i$ ), dla  $i$ -tego bloku otrzymujemy:

$$T_i = \frac{1}{FS} (N_i \operatorname{tg} \varphi_i + c_i L_i)$$

Dla ośrodka zawodnionego:

$$T_i' = \frac{1}{FS} [(N_i - u_i L_i) \operatorname{tg} \varphi_i' + c_i' L_i]$$

Z równania rzutów wszystkich sił na kierunek pionowy otrzymamy:

$$W_i + (X_i - X_{i+1}) - N_i \cos \alpha_i - T_i \sin \alpha_i = 0$$

skąd:

$$N_i = \frac{W_i + \Delta X_i - \frac{c_i}{\eta} L_i \sin \alpha_i}{\cos \alpha_i + \frac{1}{\eta} \operatorname{tg} \varphi_i \sin \alpha_i}$$



# Slope Stability, LEM - **Metoda Nonveillera** (1965)

Podstawiając:

$$\cos \alpha_i + \frac{1}{FS} \operatorname{tg} \varphi_i \sin \alpha_i = \cos \alpha_i \left( 1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha_i \operatorname{tg} \varphi_i}{FS} \right) = m_{\alpha i}$$

otrzymujemy, że:

$$N_i = \frac{W_i + \Delta X_i - \frac{c_i L_i \sin \alpha_i}{FS}}{m_{\alpha i}}$$

Równanie momentów dla całego masywu względem bieguna  $O$  ma postać:

$$\sum T_i a_i + \sum N_i f_i - \sum W_i x_i = 0$$

skąd:

$$FS = \frac{\sum \left[ (W_i + \Delta X_i + c_i b_i) \frac{a_i}{m_{\alpha i}} \right] - \sum c_i b_i \frac{f_i}{m_{\alpha i}} \operatorname{tg} \alpha_i}{\sum W_i x_i - \sum (W_i + \Delta x_i) \frac{f_i}{m_{\alpha i}}}$$





# Slope Stability, LEM - **Metoda Nonveillera** (1965)

Dla górotworu zawodnionego:

$$N'_i = N_i - u_i L_i = \frac{W_i + \Delta X_i - L_i \left( u_i \cos \alpha_i + \frac{c'_i \sin \alpha_i}{\eta} \right)}{m'_{\alpha i}}$$

gdzie:

$$\cos \alpha_i + \frac{1}{FS} \operatorname{tg} \varphi'_i \sin \alpha_i = \cos \alpha_i \left( 1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha_i \operatorname{tg} \varphi'_i}{FS} \right) = m'_{\alpha i}$$

wzór na wartość wskaźnika stateczności ma postać:

$$FS = \frac{\sum \left[ (W_i + \Delta X_i - u_i b_i + c_i b_i) \frac{a_i}{m_{\alpha i}} \right] - \sum c_i b_i \frac{f_i}{m_{\alpha i}} \operatorname{tg} \alpha_i}{\sum W_i x_i - \sum (W_i - u_i b_i + \Delta x_i) \frac{f_i}{m_{\alpha i}}}$$

W równaniach występują nieznane wartości przyrostów sił stycznych do bocznych powierzchni bloków, a więc równania te nie umożliwiają wyznaczenia wskaźnika stateczności w sposób bezpośredni. Wartości sił stycznych na bocznych powierzchniach bloków określa metodą kolejnych przybliżeń, podobnie jak w metodzie Bishopa, wykorzystując w tym celu równania równowagi wewnętrznej w postaci:

# Slope Stability, LEM - **Metoda Nonveillera (1965)**

$$\left. \begin{aligned} \sum \Delta X_i &= \sum (X_i - X_{i+1}) = 0 \\ \sum \Delta E_i &= \sum (E_i - E_{i+1}) = 0 \end{aligned} \right\}$$

$$E_i - E_{i+1} = \frac{1}{\cos \alpha_i} T_i - (W_i + X_i - X_{i+1}) \operatorname{tg} \alpha_i$$

$$E_i - E_{i+1} = \sum \left[ \frac{(W_i + \Delta X_i) \operatorname{tg} \varphi_i' + c_i L_i \cos \alpha_i}{FS \cdot m'_{\alpha_i} \cos \alpha_i} - (W_i + X_i - X_{i+1}) \operatorname{tg} \alpha \right]$$

Ze względu na uwikłany charakter wzorów na określanie wskaźników stateczności (wskaźnik stateczności występuje po lewej i prawej stronie równań), obliczenia te są bardzo pracochłonne. Dlatego też w praktyce najczęściej stosuje się uproszczoną metodę Nonveillera, w której zakłada się, że składowe pionowe sił oddziaływania pomiędzy paskami są równe zero, czyli że spełniony jest warunek:

$$X_i - X_{i-1} = 0$$

Metoda Nonveillera daje wyniki zbliżone do metody Bishopa. Podobne są również ograniczenia w jej stosowaniu.





# Slope Stability, LEM – Metoda Janbu, 1957

W metodzie Janbu przyjęto następujące założenia:

- powierzchnia poślizgu ma kształt dowolnej krzywej,
- siły oddziaływania pomiędzy blokami są nieznane, a ich wartość określa się po przyjęciu dodatkowych założeń dotyczących położenia sił wypadkowych na bocznych powierzchniach pasków lub też ich nachylenia,
- wartość reakcji normalnej oraz siły oporu ścinania w podstawie bloku określa się z warunku rzutów sił na kierunek pionowy i poziomy,
- dla określenia sił oddziaływania pomiędzy paskami stosuje się równanie równowagi momentów względem środka podstawy paska.

$b_i$  - szerokość bloku  $i$ ,

$h_i$  - wysokość bloku  $i$ ,

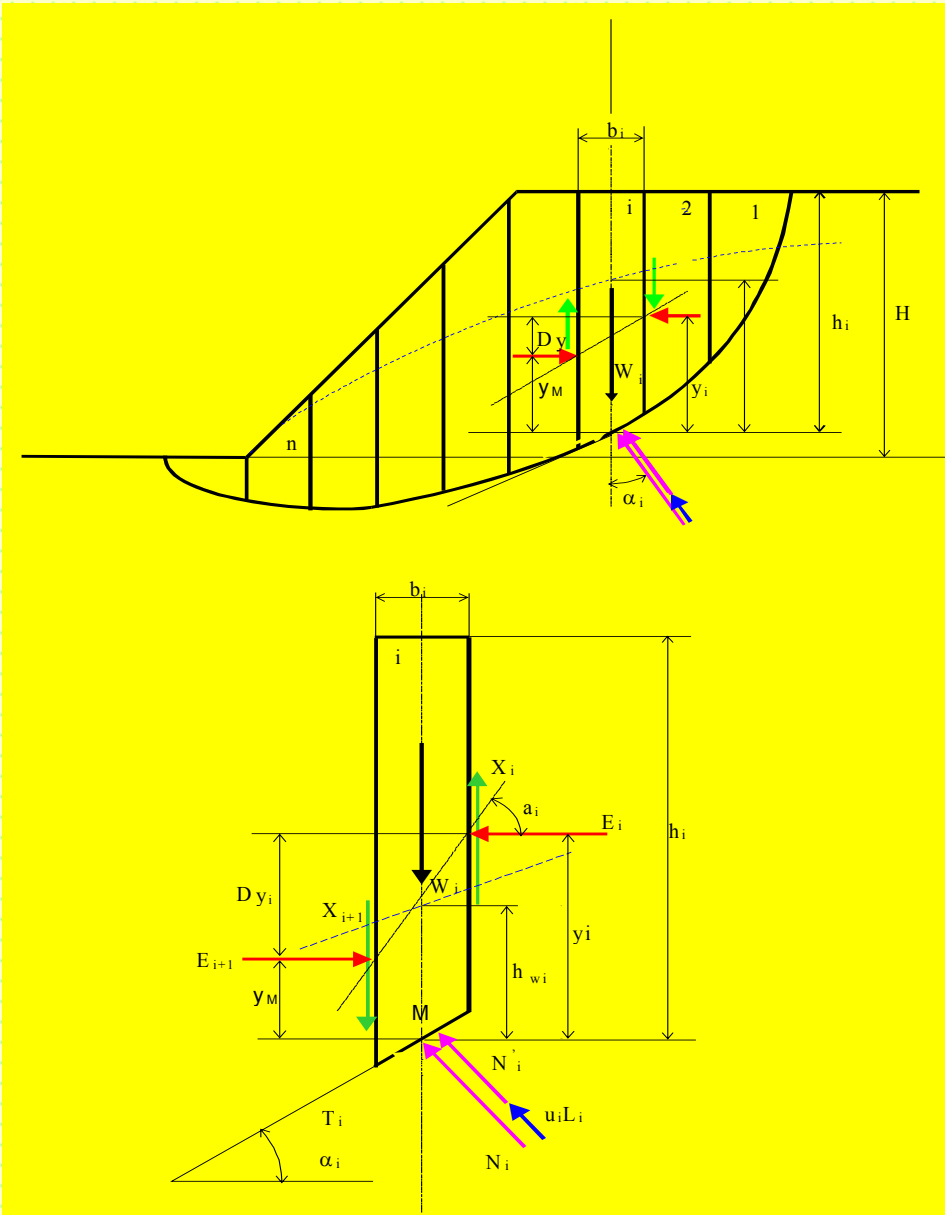
$\alpha_i$  - kąt nachylenia do poziomu bloku  $i$ ,

$L_i$  - długość podstawy bloku  $i$ ,

$y_i$  - odległość punktu przyłożenia siły na bocznej powierzchni paska od jego podstawy,



# Slope Stability, LEM – *Metoda Janbu*, 1957



*Schemat sił działających na paski w metodzie Janbu*



# Slope Stability, LEM – Metoda Janbu, 1957

$\alpha_i$  - kąt nachylenia linii łączącej punkty przyłożenia sił na bokach pasków do poziomu

$W_i$  - ciężar bloku  $i$ ,

$N_i$  - wartość reakcji normalnej w podstawie bloku  $i$ ,

$E_i, E_{i+1}$  - składowe poziome sił oddziaływania pomiędzy blokami,

$X_i, X_{i+1}$  - składowe pionowe sił oddziaływania pomiędzy blokami,

$T_i$  - zmobilizowana siła oporu ścinania w podstawie bloku  $i$ , określana z warunku stanu granicznego Coulomba-Mohra

$$T_i = \frac{1}{FS} (N_i \operatorname{tg} \varphi_i + c_i L_i)$$

Dla ośrodka zawodnionego:

$$T'_i = \frac{1}{FS} [(N_i - u_i L_i) \operatorname{tg} \varphi'_i + c'_i L_i]$$

Równanie rzutów wszystkich sił na kierunek pionowy ma postać:

$$N_i \cos \alpha_i + T_i \sin \alpha_i - W_i - \Delta X_i = 0$$



# Slope Stability, LEM – Metoda Janbu, 1957

a na kierunek poziomy:

$$T_i \cos \alpha_i - N_i \sin \alpha_i - \Delta E_i = 0$$

Rozwiązując powyższy układ równań znajdujemy, że:

$$T_i = \cos \alpha_i \left[ (W_i + \Delta X_i) \operatorname{tg} \alpha + \Delta E_i \right]$$

Uwzględniając równanie wyjściowe oraz warunek równowagi sił wewnętrznych dla całego masywu w postaci:

$$\sum \Delta E_i = 0$$

otrzymuje się następujący wzór na wartość wskaźnika stateczności dla górotworu nie zawodnionego:

$$FS = \frac{1}{\sum (W_i + \Delta X_i) \operatorname{tg} \alpha_i} \sum \frac{[(W_i + \Delta X_i) \operatorname{tg} \varphi_i + c_i L_i \cos \alpha_i]}{\cos \alpha_i m_{\alpha i}}$$

lub po podstawieniu:

$$b_i = L_i \cos \alpha_i \quad FS = \frac{1}{\sum (W_i + \Delta X_i) \operatorname{tg} \alpha_i} \sum \frac{[(W_i + \Delta X_i) \operatorname{tg} \varphi_i + c_i b_i]}{\cos \alpha_i m_{\alpha i}}$$





# Slope Stability, LEM – Metoda Janbu, 1957

Dla ośrodka zawodnionego wzór na wartość wskaźnika stateczności przyjmie postać:

$$FS = \frac{1}{\sum (W_i + \Delta X_i) \operatorname{tg} \alpha_i} \sum \frac{[(W_i + \Delta X_i - u_i b_i) \operatorname{tg} \varphi'_i + c'_i b_i]}{\cos \alpha_i m'_{\alpha i}}$$

gdzie:

$$m_{\alpha i} = \cos \alpha_i + \frac{1}{FS} \operatorname{tg} \varphi_i \sin \alpha_i = \cos \alpha_i \left( 1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha_i \operatorname{tg} \varphi_i}{FS} \right)$$

$$m'_{\alpha i} = \cos \alpha_i + \frac{1}{FS} \operatorname{tg} \varphi'_i \sin \alpha_i = \cos \alpha_i \left( 1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha_i \operatorname{tg} \varphi'_i}{FS} \right)$$

Dla określenia sił oddziaływania pomiędzy blokami Janbu stosuje dodatkowe równanie równowagi w postaci sumy momentów względem środka podstawy bloku (punktu  $M$ ), z którego wynika, że:

$$X_i = \frac{1}{b_i} \left( E_i \Delta y_i - \Delta E_i y_i + \frac{b_i}{2} \Delta X_i \right)$$



# Slope Stability, LEM – *Metoda Janbu, 1957*

lub dla małej szerokości pasków:

$$X_i = E_i \operatorname{tg} \alpha_i - \Delta E_i \frac{y_i}{b_i}$$

Dla rozwiązania równania zakłada się znajomość punktów przyłożenia sił na bocznych powierzchniach bloków lub też ich nachylenie wyrażone stosunkiem  $E/X$ . Dla określenia położenia punktów przyłożenia sił pomiędzy blokami przyjmuje się postać funkcji opisującej to położenie, która powinna zapewniać zbieżność procesu iteracji, opisywać realne położenie sił i ich wartości tak, aby nie zostały przekroczone warunki stanu granicznego. Rozwiązanie przeprowadza się metodą kolejnych przybliżeń od najwyżej położonego paska, dla którego  $E_i=0$ . Wielkość  $\Delta E_i$  dla każdego paska oblicza się ze ww wzorów, podstawiając w pierwszym przybliżeniu  $\Delta X_i=0$ . Na podstawie znanych przyrostów  $\Delta E_i$  można określić wartości  $E_i$  z zależności

$$E_{i+1} = E_i - \Delta E_i$$

Wartości  $\Delta X_i$  i  $X_i$ , dla założonej w danym kroku iteracyjnym wartości  $FS$ , obliczyć można z równań sprawdzając kolejno poprawność przyjętych założeń.





# Slope Stability, LEM – *Metoda Janbu, 1957*

W kolejnym kroku obliczeniowym dokonuje się korekty przyjętej wartości wskaźnika stateczności a następnie powtarza cały cykl obliczeniowy. Obliczenia prowadzi się aż do uzyskania założonej dokładności (najczęściej na poziomie 0.01).

W drugim przypadku proces obliczeniowy jest mniej skomplikowany. Wartości  $\Delta X_i$  otrzymuje się bezpośrednio na podstawie obliczonych wartości  $X_i$ , będących funkcją  $E_i$ . Równania wykorzystuje się wówczas jedynie do wyznaczania punktów przyłożenia sił oddziaływania pomiędzy blokami. Podobnie jak w poprzednim przypadku obliczenia przeprowadza się metodą iteracyjną (wzory na wartości wskaźników stateczności są funkcją uwikłaną).

W praktyce najczęściej stosowana jest *uproszczona metoda Janbu*, w której zakłada się, podobnie jak w uproszczonej metodzie Bishopa, że składowe pionowe sił oddziaływania pomiędzy blokami są równe zero dla każdego paska ( $\Delta X_i=0$ ). Wzór na wartość wskaźnika stateczności przyjmie wówczas postać:

$$FS = \frac{\sum \left[ (c_i + (p_i - u_i) \operatorname{tg} \varphi_i) \cdot b \cdot \left( \sec^2 \alpha_i / (1 + \operatorname{tg} \alpha_i \operatorname{tg} \varphi_i / FS) \right) \right]}{\sum W_i \operatorname{tg} \alpha_i}$$



# Slope Stability, LEM – **Metoda Janbu, 1957**

gdzie:

$$p_i = \frac{W_i}{b_i} \quad \sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$$

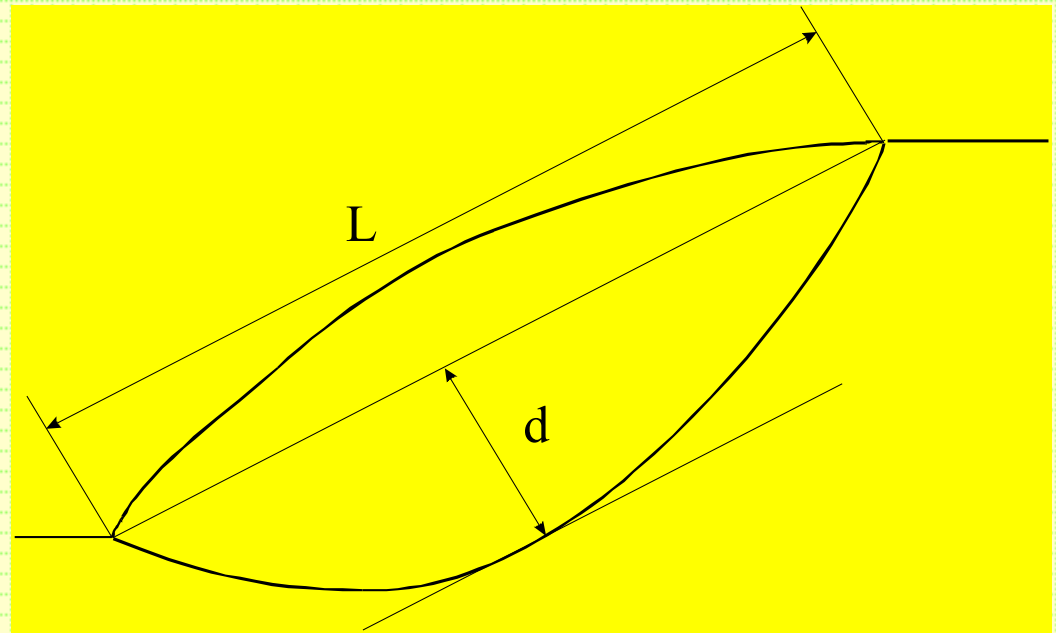
Wartości uzyskane z wzoru (146) należy pomnożyć przez współczynnik korekcyjny, zależny od rodzaju gruntu oraz od stosunku strzałki skarpy do cięciwy:

$$FS = FS_{obl} f_o$$

gdzie:

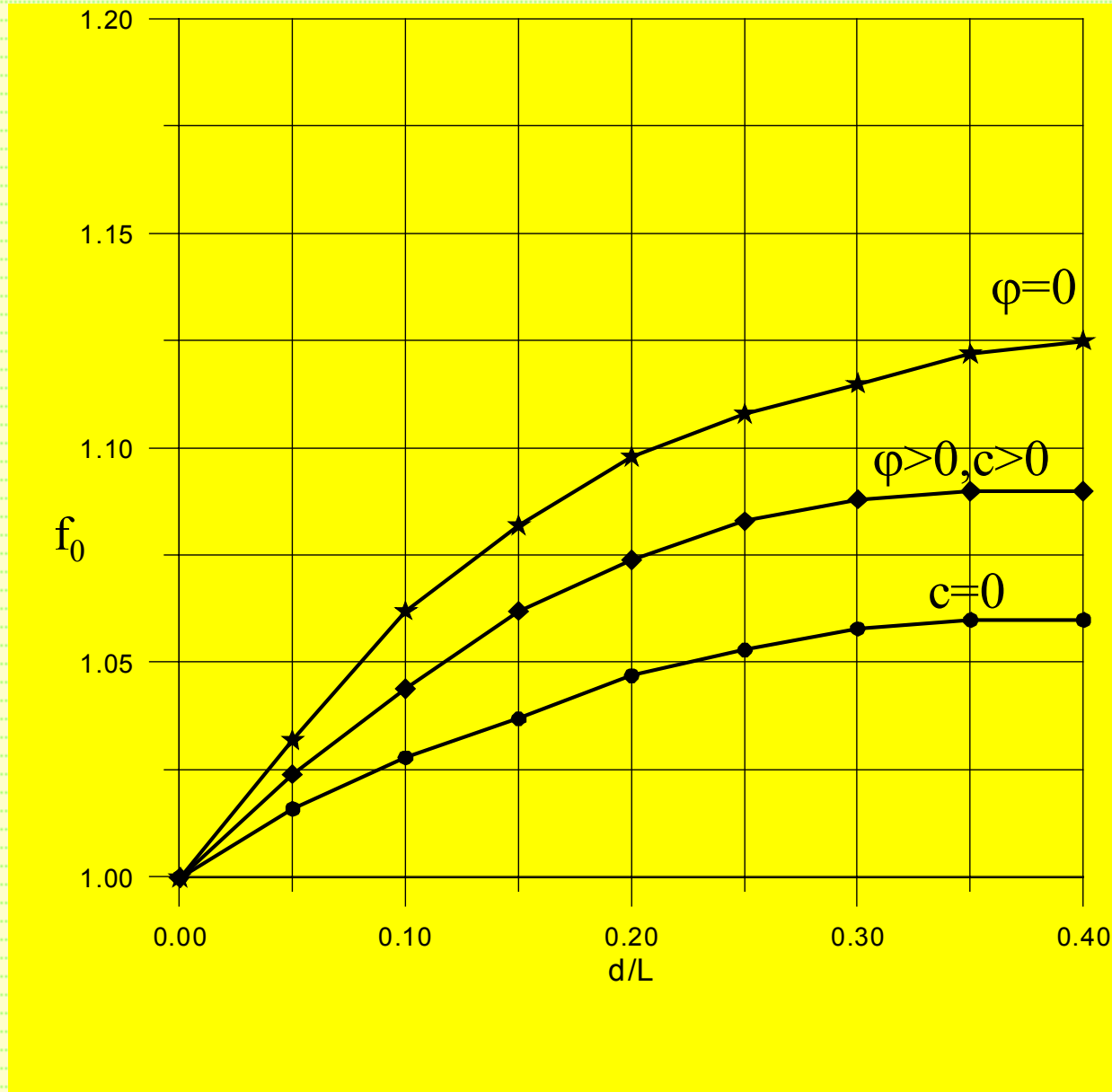
$FS_{obl}$  - wartość wskaźnika obliczona z wzoru na wskaźnik stateczności

$f_o$  - współczynnik korekcyjny określany z wykresu przedstawionego na rysunku





# Slope Stability, LEM – *Metoda Janbu, 1957*



# Slope Stability, LEM – *Metoda Morgensterna-Price'a (1965)*

Metoda Morgensterna-Price'a umożliwia badanie stateczności skarp dla dowolnych powierzchni poślizgu. Zakłada się w niej, że szerokość paska ma szerokość nieskończenie małą, która wynosi  $dx$ . Przy takim założeniu, równania równowagi mają postać równań różniczkowych. Założenia metody ilustruje rysunek.

W metodzie tej wykorzystuje się następujące równania równowagi:

- równanie równowagi momentów względem środka podstawy paska,
- równanie rzutów na kierunek styczny do podstawy paska,
- równanie rzutów na kierunek normalny do podstawy paska.

Elementarną wartość oporu ścinania w podstawie paska określa się z zależności

$$dT = \frac{1}{FS} \left[ \left( d\overline{N}' \right) \cdot \operatorname{tg} \varphi' + \frac{c'}{\cos \alpha} dx \right]$$

Przekształcając równania równowagi paska oraz uwzględniając różniczkową postać wzoru na współczynnik ciśnienia porowego, w postaci:

$$r_u = \frac{dU \cos \alpha}{dW}$$







# Slope Stability, LEM – *Metoda Morgensterna-Price'a* (1965)

otrzymuje się następujący układ równań różniczkowych:

$$\begin{aligned} -X &= \frac{d}{dx} [E(y - y_t)] - E \frac{dy}{dx} \\ \frac{dE}{dx} \left[ 1 + \frac{tg \varphi'}{FS} \frac{dy}{dx} \right] + \frac{dX}{dx} \left[ \frac{tg \varphi'}{FS} + \frac{dy}{dx} \right] &= \\ &= \frac{c'}{FS} \left[ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right] + \frac{dW}{dx} \left\{ \left[ \frac{tg \varphi'}{FS} + \frac{dy}{dx} \right] - r_u \left[ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right] \frac{tg \varphi'}{FS} \right\} \end{aligned}$$

W układzie równań występują trzy nieznanne funkcje:

$$E(x), X(x), y_t(x)$$

Ponieważ do dyspozycji mamy dwa równania różniczkowe, jest to układ statycznie niewyznaczalny. Dla uzyskania rozwiązania istnieje konieczność wprowadzenia dodatkowej funkcji, wiążącej ze sobą składowe siły oddziaływania pomiędzy blokami, w zależności od lokalizacji paska w zboczu. Najczęściej stosowana jest funkcja w postaci:





# Slope Stability, LEM – *Metoda Morgensterna-Price'a* (1965)

Uwzględniając powyższe zależności otrzymuje się równanie w postaci:

$$(Kx + L) \frac{dE}{dx} + KE = Nx + P$$

gdzie:

$$K = \lambda k \left( \frac{tg \varphi'}{FS} + A \right)$$

$$L = 1 + \lambda m \left( \frac{tg \varphi'}{FS} + A \right) - A \frac{tg \varphi'}{FS}$$

$$N = p \left[ \frac{tg \varphi'}{FS} + A - r_u (1 + A^2) \frac{tg \varphi'}{FS} \right]$$

$$P = \frac{c}{FS} (1 + A^2) + q \left[ \frac{tg \varphi'}{FS} + A - r_u (1 + A^2) \frac{tg \varphi'}{FS} \right]$$

Współczynniki K, L, N i P są stałe w obrębie pojedynczego paska i można je określać niezależnie.

# Slope Stability, LEM – *Metoda Morgensterna-Price'a* (1965)

Całkując równanie różniczkowe określić można wartość siły normalnej do bocznej powierzchni paska ze wzoru:

$$E = \frac{1}{L + Kx} \left( \frac{Nx^2}{2} + Px + C \right)$$

Stałą całkowania  $C$  określa się z warunku, że na początku każdego paska dla  $x=0$ , siła  $E_i$  równa się sile  $E_{i-1}$  na końcu paska poprzedniego, skąd:

$$C = E_{i-1}L$$

W wyniku całkowania pierwszego równania różniczkowego otrzymuje się wzór na wartość momentu siły  $E$  względem podstawy paska:

$$M = E(y_t - y) = \int \left( X - E \frac{dy}{dx} \right) dx$$

Ponieważ dla ostatniego paska potencjalnej bryły osuwiskowej moment musi być równy zero, otrzymuje się warunek równowagi w postaci:

$$M_n = \int \left( X - E \frac{dy}{dx} \right) dx = 0$$





# Slope Stability, LEM – *Metoda Morgensterna-Price'a* (1965)

a po uwzględnieniu równania:

$$\frac{dy}{dx} = -\operatorname{tg}\alpha$$

następujące równanie:

$$M_n = \lambda \int E(x) f(x) dx + \operatorname{tg}\alpha \int E(x) dx$$

Po obliczeniu całek w powyższych równaniach otrzymuje się ostateczny wzór na moment sił względem podstawy paska:

$$M = \frac{kN\lambda}{6K} x^3 + \frac{1}{4K} Z_1 x^2 + \frac{L}{2K^2} Z_1 x + \frac{1}{K} Z_2 x + \left[ \frac{L^2}{2K^3} Z_1 - \frac{L}{K^2} Z_2 + \frac{L}{K} E_{i-1} (m\lambda + \operatorname{tg}\alpha) \right] \ln|Kx + L| + \frac{3L^2}{4K^3} Z_1 + \frac{kL^3 N\lambda}{6K^4}$$

Wielkości  $Z_1$  i  $Z_2$  określić można ze wzorów:

$$Z_1 = \left( 2kP + mN - \frac{kLN}{K} \right) \lambda + N \operatorname{tg}\alpha \quad Z_2 = (kE_{i-1}L + mP) \lambda + P \operatorname{tg}\alpha$$



# **Slope Stability, LEM – Metoda Morgensterna-Price'a (1965)**

Sposób przeprowadzenia obliczeń powinien przebiegać wg następującego schematu:

1. Przyjmuje się kształt powierzchni poślizgu i dzieli ośrodek gruntowy na pionowe paski.
2. Zakłada się postać funkcji  $f(x)$ .
3. Dla każdego paska oblicza się wartości współczynników  $A, B, p, q, k$  i  $m$ .
4. Przyjmuje się początkowe wartości współczynnika  $\lambda$  i wskaźnika stateczności  $FS$ .
5. Oblicza się siłę  $E$  oraz moment  $M$  dla poszczególnych pasków, sprawdzając, czy końcowe wartości  $E_n$  i  $M_n$  są równe zeru. Tylko w wyjątkowych przypadkach zdarza się, że już w pierwszym kroku obliczeniowym wartości te są równe zeru. Jeżeli to nie wystąpi, to należy przeprowadzać obliczenia iteracyjne zmieniając wartości  $\lambda$  i wskaźnika stateczności  $FS$  dopóty, dopóki warunki te nie zostaną spełnione z odpowiednią, założoną dokładnością.
6. Dla tej samej powierzchni poślizgu przyjmuje się inną postać funkcji  $f(x)$  i cały proces obliczeniowy powtarza się. W ten sposób, w zależności od ważności zagadnienia, analizuje się kilkanaście a nawet kilkadziesiąt różnych funkcji.
7. Przyjmuje się inny kształt lub położenia powierzchni poślizgu i cały proces powtarza się do uzyskania najmniejszej wartości wskaźnika stateczności, który jest miarą stateczności skarpy lub zbocza.





# Slope Stability, LEM – **Metoda Morgensterna-Price'a (1965)**

Z przedstawionego sposobu postępowania wynika, że przeprowadzenie obliczeń wskaźnika stateczności metodą Morgensterna-Price'a bez posiadania odpowiednich programów obliczeniowych jest praktycznie niemożliwe. Należy jednocześnie podkreślić, że stosowanie metody Morgensterna-Price'a wymaga sprawdzania dodatkowych warunków, których spełnienie warunkuje poprawność uzyskanych wyników. Najważniejsze z nich to:

- sprawdzanie znaku wyrażenia  $Kx+L$ . Ze wszystkich możliwych rozwiązań  $\lambda$  i  $FS$  właściwe są te, dla których powyższe wyrażenie jest dodatnie,
- dla uzyskanej, najmniejszej wartości wskaźnika stateczności należy sprawdzić przebieg sił parcia pomiędzy blokami. Siły te nie powinny wychodzić poza obrys potencjalnej bryły osuwiskowej.
- naprężenia styczne do bocznych powierzchni pasków nie powinny przekraczać wartości zmobilizowanych sił oporu ścinania gruntów



# Slope Stability, LEM – **Metoda Sarma-Hoeka** (1973, 1979, 1986)

Założenia tej metody opracował Sarma w 1973 roku. Założył on, że powierzchnia poślizgu może mieć kształt dowolny oraz wykorzystał podział potencjalnej bryły osuwiskowej na paski o ściankach pionowych. W metodzie tej Sarma przyjął odmienny niż w innych metodach sposób określania wskaźnika stateczności. Przyjął mianowicie, że bryła znajduje się w stanie równowagi granicznej wówczas, gdy przyspieszenie poziome wywołane przez siły czynne i bierne na nią działające, jest równa zero:

$$K_c = 0$$

W metodzie Sarmy wskaźnik stateczności określany jest na drodze iteracyjnej poprzez redukcję, w kolejnych krokach, wartości kąta tarcia wewnętrznego i spójności:

$$\frac{tg \varphi}{FS} , \frac{c}{FS}$$

dopóty, dopóki składowa pozioma przyspieszenia nie  $K_c$  nie osiągnie wartości równej zero. Wartość  $FS$ , dla której warunek ten jest spełniony jest miarą stateczności zbocza (wskaźnikiem stateczności).





# **Slope Stability, LEM – *Metoda Sarma-Hoeka* (1973, 1979, 1986)**

- Powyższą metodę Sarma zmodyfikował w 1979 roku, uogólniając ją na bloki o ukośnych (nie pionowych) ściankach bocznych.
- Kolejnej modyfikacji dokonał Hoek (1986), opracowując uniwersalną metodę analizy stateczności skarp i zboczy. Przy zastosowaniu tej metody analizowana może być stateczność zboczy o dowolnym kształcie, z kołową, płaską lub mieszaną powierzchnią poślizgu. W metodzie tej potencjalna bryła osuwiskowa może być podzielona na bloki o kształcie dowolnych czworokątów, które w szczególnym przypadku wspólnego jednego naroża są blokami trójkątnymi. W odróżnieniu od innych metod na bocznych powierzchniach bloków można zadawać odmienne wartości parametrów oporu ścinania, co umożliwia modelowanie rzeczywistych nieciągłości występujących w górotworze w postaci powierzchni spękań, szczelin i uskoków.
- Metoda Hoeka-Sarmy umożliwia uwzględnianie wpływu parcia wody na wszystkie ścianki wyodrębnionego bloku, podczas gdy inne metody zakładają jedynie istnienie sił wyporu działających na podstawę bloku. Hoek opracował również program obliczeniowy do analizy stateczności skarp i zboczy.



# **Slope Stability, LEM – *Metoda Sarmy-Hoeka* (1973,1979,1986)**

W programie tym przyjęto, aby cały model zlokalizowany był w pierwszej ćwiartce przyjętego układu współrzędnych i aby współrzędne jego kolejnych punktów wzrastały od strony lewej do prawej. Geometria oraz lokalizacja pojedynczego bloku opisywana jest poprzez podanie współrzędnych wierzchołków bocznych powierzchni. Położenie zwierciadła wody określane jest poprzez podanie współrzędnych punktów jego przecięcia z bocznymi powierzchniami bloków.

Na rysunku przyjęto następujące oznaczenia:

$XB_i, YB_i$  - współrzędne dolnego punktu lewego boku bloku  $i$ ,

$XT_i, YT_i$  - współrzędne górnego punktu lewego boku bloku  $i$ ,

$XB_{i+1}, YB_{i+1}$  - współrzędne dolnego punktu prawego boku bloku  $i$ ,

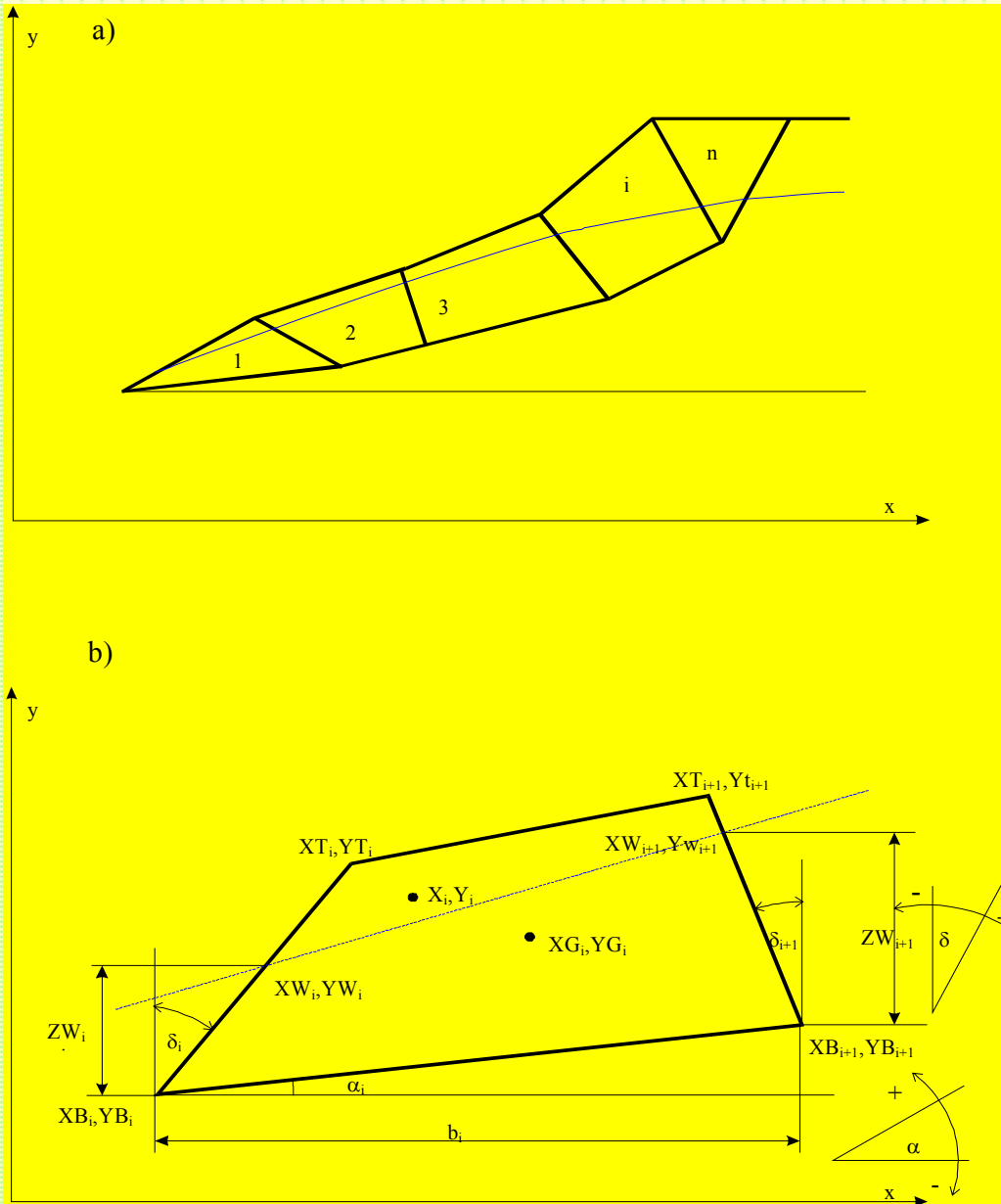
$XT_{i+1}, YT_{i+1}$  - współrzędne górnego punktu prawego boku bloku  $i$ ,

$XW_i, YW_i$  - współrzędne punktu przecięcia lewego boku bloku  $i$  z zwierciadłem wód gruntowych,





# Slope Stability, LEM – *Metoda Sarmy-Hoeka* (1973,1979,1986)



*Zasady podziału na bloki w metodzie Sarmy-Hoeka*

- a) zasady budowy modeli i podziału na bloki,
- b) określanie geometrii bloku

# Slope Stability, LEM – **Metoda Sarmy-Hoeka** (1973,1979,1986)

$XW_{i+1}, YW_{i+1}$  - współrzędne punktu przecięcia prawego boku bloku  $i$  z zwierciadłem wód gruntowych,

$XG_i, YG_i$  - współrzędne środka ciężkości bloku,

$X_i, Y_i$  - współrzędne punktu przyłożenia sił zewnętrznych,

$d_{i+1}$  - długość boku  $i+1$ :

$$d_{i+1} = \sqrt{\left[ \left( XT_{i+1} - XB_{i+1} \right)^2 + \left( YT_{i+1} - YB_{i+1} \right)^2 \right]}$$

$\delta_{i+1}$  - kąt nachylenia boku  $i+1$  do pionu:

$$\delta_{i+1} = \arcsin \frac{XT_{i+1} - XB_{i+1}}{d_{i+1}}$$

$b_i$  - długość rzutu podstawy boku  $i$  na oś poziomą:

$$b_i = XB_{i+1} - XB_i$$



# Slope Stability, LEM – **Metoda Sarmy-Hoeka** (1973, 1979, 1986)

$\alpha_i$  - kąt nachylenia podstawy bloku  $i$  do poziomu:

$$\alpha_i = \arctg = \frac{YB_{i+1} - YB_i}{b_i}$$

$W_i$  - ciężar bloku  $i$ :

$$W_i = \frac{\gamma}{2} \left| (YB_i - YT_{i+1})(XT_i - XB_{i+1}) + (YT_i - YB_{i+1})(XT_{i+1} - XB_i) \right|$$

$ZW_i$  - odległość punktu przecięcia zwierciadła wody z bokiem  $i$  od dolnego punktu:

$$ZW_i = (YW_i - YB_i)$$

$ZW_{i+1}$  - odległość punktu przecięcia zwierciadła wody z bokiem  $i+1$  od dolnego punktu:

$$ZW_{i+1} = (YW_{i+1} - YB_{i+1})$$

Wartości sił parcia wody na podstawę bloku obliczyć można ze wzoru:

$$U_i = \frac{1}{2} \gamma_w \frac{\left| (YW_i - YB_i + YW_{i+1} - YB_{i+1}) b_i \right|}{\cos \alpha_i}$$

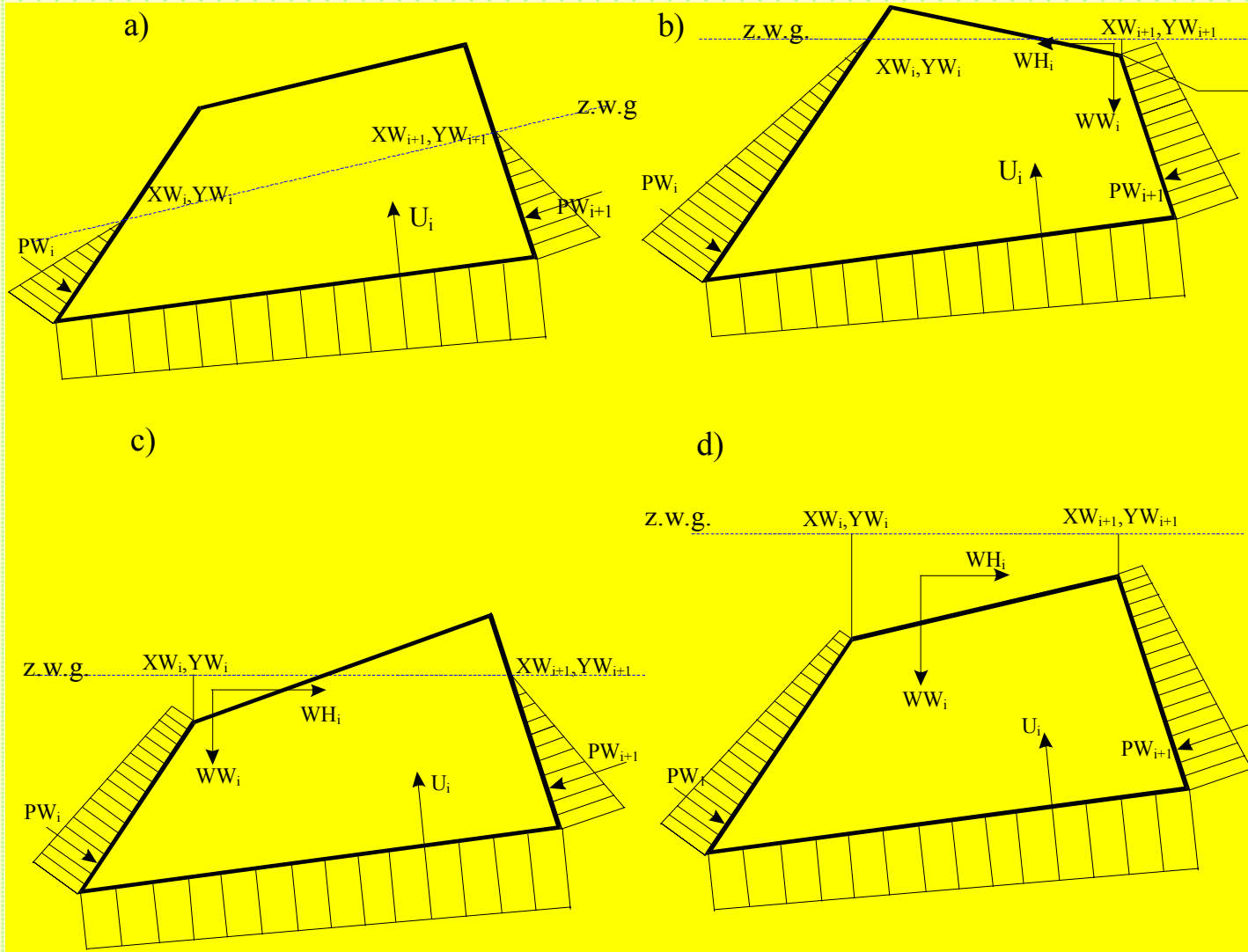


# Slope Stability, LEM – *Metoda Sarmy-Hoeka* (1973,1979,1986)

Dla określenia sił parcia wody na boczne powierzchnie bloków rozpatruje się cztery przypadki położenia zwierciadła wody:

**Definicja parcia wody na bloki.**

- a) pasek nie zanurzony,
- b) pasek zanurzony od strony boku  $i+1$ ,
- c) pasek zanurzony od strony boku  $i$ ,
- d) pasek całkowicie zanurzony.





# Slope Stability, LEM – **Metoda Sarmy-Hoeka** (1973, 1979, 1986)

Wartości sił parcia w poszczególnych przypadkach są następujące:

**Przypadek I - pasek nie zanurzony (rys. a):**

$$YT_i > YW_i \quad i \quad YT_{i+1} > YW_{i+1}$$

$$PW_i = \frac{1}{2} \gamma_w \left| \frac{(YW_i - YB_i)^2}{\cos \delta_i} \right|$$

$$PW_{i+1} = \frac{1}{2} \gamma_w \left| \frac{(YW_{i+1} - YB_{i+1})^2}{\cos \delta_{i+1}} \right|$$

**Przypadek II - blok zanurzony od strony boku  $i+1$  (rys. b):**

$$YT_i > YW_i \quad i \quad YT_{i+1} < YW_{i+1}$$

$$PW_i = \frac{1}{2} \gamma_w \left| \frac{(YW_i - YB_i)^2}{\cos \delta_i} \right|$$

$$PW_{i+1} = \frac{1}{2} \gamma_w \left| \frac{(2YW_{i+1} - YT_{i+1} - YB_{i+1})(YT_{i+1} - YB_{i+1})}{\cos \delta_{i+1}} \right|$$

# Slope Stability, LEM – **Metoda Sarmy-Hoeka** (1973, 1979, 1986)

$$WW_i = \frac{1}{2} \gamma_w \left| \frac{(YW_{i+1} - YT_{i+1})^2 (XT_{i+1} - XT_i)}{(YT_{i+1} - YT_i)} \right|$$

$$WH_i = \frac{1}{2} \gamma_w (YW_{i+1} - YT_{i+1})^2$$

**Przypadek III - blok zanurzony od strony boku  $i$  (rys. c):**

$$YT_i < YW_i \quad i \quad YT_{i+1} > YW_{i+1}$$

$$PW_{i+1} = \frac{1}{2} \gamma_w \left| \frac{(YW_{i+1} - YB_{i+1})^2}{\cos \delta_{i+1}} \right| \quad PW_i = \frac{1}{2} \gamma_w \left| \frac{(2YW_i - YT_i - YB_i)(YT_i - YB_i)}{\cos \delta_1} \right|$$

$$WW_i = \frac{1}{2} \gamma_w \left| \frac{(YW_i - YT_i)^2 (XT_{i+1} - XT_i)}{(YT_{i+1} - YT_i)} \right| \quad WH_i = \frac{1}{2} \gamma_w (YW_i - YT_i)^2$$



# Slope Stability, LEM – **Metoda Sarmy-Hoeka** (1973, 1979, 1986)

Przypadek IV - blok całkowicie zanurzony (rys. d):

$$YT_i < YW_i \quad i \quad YT_{i+1} < YW_{i+1}$$

$$PW_i = \frac{1}{2} \gamma_w \left| \frac{(2YW_i - YT_i - YB_i)(YT_i - YB_i)}{\cos \delta_i} \right|$$

$$PW_{i+1} = \frac{1}{2} \gamma_w \left| \frac{(2YW_{i+1} - YT_{i+1} - YB_{i+1})(YT_{i+1} - YB_{i+1})}{\cos \delta_{i+1}} \right|$$

$$WW_i = \frac{1}{2} \gamma_w \left| (YW_i - YT_i + YW_{i+1} - YT_{i+1})(XT_{i+1} - XT_i) \right|$$

$$WH_i = \frac{1}{2} \gamma_w \left| (YW_i - YT_i + YW_{i+1} - YT_{i+1})(YT_{i+1} - YT_i) \right|$$





# Slope Stability, LEM – *Metoda Sarmy-Hoeka* (1973, 1979, 1986)

$W_i$  - ciężar bloku  $i$ ,

$KW_{i-}$  - siła pozioma związana z obciążeniami dynamicznymi,

$T_i$  - siła zewnętrzna przyłożona do bloku, związana z jego obciążeniem lub wzmocnieniem górotworu, na przykład jego kotwieniem,

$TH_i$  - składowa pozioma sił zewnętrznych,

$TV_i$  - składowa pozioma sił zewnętrznych,

$\theta_i$  - kąt nachylenia siły zewnętrznej do poziomu, której znak określamy jak na rys.,

$PW_i, PW_{i+1}$  - siły parcia wody na boczne powierzchnie bloków,

$U_i$  - Siła parcia wody na podstawę bloku,

$N_i$  - wartość reakcji normalnej do podstawy bloku,

$TS_i$  - wartość zmobilizowanej siły oporu ścinania w podstawie bloku, określana z warunku stanu granicznego Coulomba-Mohra,

$X_i, X_{i+1}$  - siły styczne do bocznych powierzchni bloku, określane z warunku stanu granicznego Coulomba-Mohra,

$E_i, E_{i+1}$  - siły normalne do bocznych powierzchni bloków.



# Slope Stability, LEM – **Metoda Sarmy-Hoeka** (1973, 1979, 1986)

Krytyczne przyspieszenie  $K_c$ , wywołujące w zboczu stan równowagi granicznej, obliczyć można ze wzoru:

$$KC = \frac{AE}{PE}$$

gdzie:

$$AE = a_n + a_{n-1}e_n + a_{n-2}e_n e_{n-1} + \dots + a_1 e_n e_{n-1} \dots e_3 e_2$$

$$PE = p_n + p_{n-1}e_n + p_{n-2}e_n e_{n-1} + \dots + p_1 e_n e_{n-1} \dots e_3 e_2$$

$$a_i = Q_i \left[ \begin{aligned} & (W_i + TV_i) \sin(\varphi_{Bi} - \alpha_i) - TH_i \cos(\varphi_{Bi} - \alpha_i) + R_i \cos \varphi_{Bi} + \\ & + S_{i+1} \sin(\varphi_{Bi} - \alpha_i - \delta_{i+1}) - S_i \sin(\varphi_{Bi} - \alpha_i - \delta_i) \end{aligned} \right]$$

$$p_i = Q_i W_i \cos(\varphi_{Bi} - \alpha_i)$$

$$e_i = Q_i \frac{\cos(\varphi_{Bi} - \alpha_i + \varphi_{Si} - \delta_i)}{\cos \varphi_{Si}}$$





# Slope Stability, LEM – **Metoda Sarmy-Hoeka** (1973, 1979, 1986)

$$Q_i = \frac{\cos \varphi_{Si+1}}{\cos(\varphi_{Bi} - \alpha_i + \varphi_{Si+1} - \delta_{i+1})}$$

$$S_i = c_{Si} d_i - PW_i \operatorname{tg} \varphi_{Si} \quad S_{i+1} = c_{Si+1} d_{i+1} - PW_{i+1} \operatorname{tg} \varphi_{Si+1}$$

$$R_i = \frac{c_{Bi} b_i}{\cos \alpha_i} - U_i \operatorname{tg} \varphi_{Bi}$$

gdzie:

$\varphi_{Bi}$ ,  $c_{Bi}$  - parametry oporu ścinania w podstawie bloku,

$\varphi_{Si}$ ,  $c_{Si}$  - parametry oporu ścinania wzdłuż boku  $i$ ,

$\varphi_{Si+1}$ ,  $c_{Si+1}$  - parametry oporu ścinania wzdłuż boku  $i+1$ .

W pierwszym kroku obliczeniowym przyjmuje się, że wskaźnik stateczności:

$$FS = 1.0$$

Jeżeli w wyniku obliczeń, że przyspieszenie  $K_c$  jest różne od zera, stosuje się redukcję parametrów oporu ścinania, jednocześnie na wszystkich podstawach i powierzchniach bocznych, zgodnie z wzorami:



# Slope Stability, LEM – **Metoda Sarmy-Hoeka** (1973,1979,1986)

$$\frac{tg \varphi_{Bi}}{FS}, \frac{c_{Bi}}{FS}, \frac{tg \varphi_{Si}}{FS}, \frac{c_{Si}}{FS}, \frac{tg \varphi_{Si+1}}{FS}, \frac{c_{Si+1}}{FS}.$$

Proces iteracyjny powtarza się aż do sytuacji, w której otrzymuje się spełnienie warunku:  $K_c=0$ . Wartość wskaźnika, dla której warunek powyższy jest spełniony, jest wskaźnikiem stateczności zbocza. Sprawdzenia poprawności rozwiązania dokonuje się, określając wartości naprężeń normalnych i stycznych do powierzchni bloków. W przypadku, gdy wszystkie naprężenia są większe od zera, rozwiązanie można uznać za poprawne. Po obliczeniu  $K_c$  wartości sił działających na podstawę bloku i jego boczne powierzchnie, obliczyć można ze wzorów (dla bloku pierwszego  $E_1=0.0$ ):

$$E_{i+1} = a_i - p_i K + E_i e_i \quad X_i = (E_i - PW_i) tg \varphi_{Si} + c_{Si} d_i$$

$$N_i = \left( W_i + TV_i + X_{i+1} \cos \delta_{i+1} + X_i \cos \delta_i - E_{i+1} \sin \delta_{i+1} + E_i \sin \delta_i + \right. \\ \left. + U_i tg \varphi_{Bi} \sin \alpha_i - c_{Bi} b_i tg \alpha_i \right).$$

$$\cdot \cos \varphi_{Bi} / \cos(\varphi_{Bi} - \alpha_i)$$

$$TS_i = (N_i - U_i) tg \varphi_{Bi} + c_{Bi} b_i / \cos \alpha_i$$





# Slope Stability, LEM – **Metoda Sarmy-Hoeka** (1973, 1979, 1986)

Wartości naprężeń obliczyć można z wzorów:

$$\sigma_{Bi} = (N_i - U_i) \cos \alpha_i / b_i$$

$$\sigma'_{Si} = (E_i - PW_i) / d_i$$

$$\sigma'_{Si+1} = (E_{i+1} - PW_{i+1}) / d_{i+1}$$

Końcowe sprawdzenie poprawności rozwiązania uzyskuje się określając moment sił względem środka ciężkości bloku. Przy poprawnym rozwiązaniu jego wartość powinna być równa zero:

$$N_i l_i - X_{i+1} b_i \cos(\alpha_i + \delta_{i+1}) / \cos \alpha_i - E_i Z_i + E_{i+1} [Z_{i+1} + b_i \sin(\alpha_i + \delta_{i+1}) / \cos \alpha_i] - \\ + W_i (XG_i - X_{Bi}) + K_c W_i (YG_i - Y_{Bi}) - TV_i (X_i - XG_i) + TH_i (Y_i - YG_i) = 0$$

Z przedstawionego opisu wynika, że metodę Sarmy-Hoeka należy zaliczyć do metod bardzo uniwersalnych. Wydaje się, że po dokładnym jej zweryfikowaniu, szczególnie w warunkach rzeczywistych, może znaleźć one szerokie zastosowanie w analizie stateczności skarp i zboczy.

