Zestaw 5 / Matematyczne Metody Fizyki I

1. Wykonaj działania na macierzach:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 0 \\ -3 & 4 & 1 \\ 3 & -3 & -1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^2B + 2B + B^T, \quad BC, \quad CB$$

2. Oblicz kilka pierwszych potęg poniższych macierzy a następnie zaproponuj wzór ogólny na n-tą potęgę każdej z macierzy

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix}$$

Udowodnij otrzymany wzór za pomocą indukcji matematycznej.

3. Oblicz wyznaczniki następujących macierzy stosując rozwinięcie Laplace'a. Postaraj się wstępnie przekształcić macierze do takiej postaci, aby pojawiło się możliwie dużo zer w pojedynczej kolumnie lub wierszu.

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -2 \\ -2 & 0 & -1 & 1 \\ 3 & -4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & -3 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2+3i & 2-2i & 1-i \\ 2+i & 7-3i & 3-i \\ 1+i & 4-6i & 2-3i \end{bmatrix}$$

4. Dana jest macierz $A = \begin{bmatrix} z & 1 & z & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2z & 0 & z & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Rozwiąż w dziedzinie liczb zespolonych równanie $\det A = 4z^2$.

5. Oblicz wartość wyznacznika $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix}$ dla $\omega = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.