

## Zestaw 7 / Matematyczne Metody Fizyki I

1. Wyznacz rzędy poniższych macierzy: a) sprowadzając je do postaci schodkowej, b) metodą wyznacznikową

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \lambda & -1 \\ 2\lambda & 2 & -2 \\ 1 & 1 & -\lambda \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \lambda & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \lambda & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \lambda & 1 \end{bmatrix}$$

w zależności od rzeczywistego parametru  $\lambda$

2. Podaj warunki istnienia rozwiązań i rozwiąż następujący układy dwóch równań z dwoma niewiadomymi  $x$  i  $y$ :

$$\begin{aligned} a x - b y &= b - a \\ a^2 x - b^2 y &= a - b \end{aligned}$$

Zadanie należy rozwiązać metodą eliminacji Gaussa oraz metodą Cramera.

3. Rozwiąż układ równań:

$$\begin{aligned} 2x + y + 2z &= 5 \\ x - 2y - 4z &= -5 \\ -x + 3y + 6z &= 8 \end{aligned}$$

a) Czy układ ma rozwiązanie takie, że  $x = 0$ ? b) Czy układ ma rozwiązanie takie, że  $x + y + z = 0$ . Jeśli tak podaj te rozwiązania. Zadanie należy rozwiązać metodą eliminacji Gaussa oraz metodą Cramera.

4. Rozwiąż układy równań (zarówno metodą Gaussa jak i Cramera):

$$\begin{array}{lcl} \begin{array}{l} x + 2y = 1 \\ 3x + y = 2, \\ -2x + 3y = -1 \end{array} & \begin{array}{l} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 12 \\ x_2 - x_3 = -1 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = -2, \\ -x_1 + 2x_2 + 4x_4 = 9 \end{array} & \begin{array}{l} x_1 + x_2 - 3x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - 4x_3 - 5x_4 = 3 \\ -2x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0 \end{array} \end{array}$$

5. Znajdź wartości parametru  $\lambda$  dla których podane układy równań mają po dokładnie jednym rozwiązaniu. Znajdź te rozwiązania. Zadanie należy rozwiązać metodą eliminacji Gaussa oraz metodą Cramera.

$$\begin{aligned} x + \lambda z &= 0 & 3x + y &= -2 \\ 2x + \lambda y &= 0, & x - y &= \lambda \\ -x + 3y + 3z &= 0 & 2x + 2y &= 3 \end{aligned}$$

6. Zbadaj rozwiązywalność układu równań ze względu na parametr  $\lambda$ :

$$\begin{aligned} x + 2y - \lambda z &= 2 \\ \lambda x - y + 5z &= -1 \\ 5x + 3y - z &= \lambda \end{aligned}$$

Zadanie należy rozwiązać metodą eliminacji Gaussa oraz metodą Cramera.

7. Podaj liczbę rozwiązań każdego z układów równań w zależności od wartości parametru  $a$ . W przypadkach kiedy istnieją rozwiązania znajdź je.

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x + ay = 3a \\ (a-1)x + 2y = a+3 \\ x + y = a \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} (a-2)x + 2ay + 2(a-1)z = a \\ 2ax + ay + z = a \\ -x + 2ay + (a-1)z = a \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x + 2y - 3z = a \\ 3x - y + 5z = 2 \\ ax + y + (a^2 - 14)z = a + 2 \end{array} \right.$$