Zestaw 9 / Matematyczne Metody Fizyki I

1. Odwróć macierze z poprzedniego zestawu metodą Gaussa-Jordana

2. Sprawdź czy zbiór $\mathcal{R}^2$ wraz z działaniami określonymi przez:

   a) $(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 x_2, y_1 y_2)$ oraz $c(x_1, y_1) = (cx_1, cy_1)$

   b) $(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$ oraz $c(x_1, y_1) = (cx_1, 0)$

   jest przestrzenią wektorową.

3. Sprawdź czy podane podzbiory przestrzeni wektorowej $\mathcal{R}^n$ $(n > 2)$ są podprzestrzeniami:

   a) $S = \{\vec{x} \,:\, x_i \geqslant 0\}$

   b) $S = \{\vec{x} \,:\, x_1 = 0\}$

   c) $S = \{\vec{x} \,:\, x_1 x_2 = 0\}$

   d) $S = \left\{\vec{x} \,:\, \sum_{j=1}^{n} x_j = 0\right\}$

4. Jeżeli to możliwe, przedstaw wektor $\vec{x}$ jako kombinację liniową wektorów $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$

$$v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} 10 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

5. Dla jakiej wartości parametru t układ wektorów jest liniowo niezależny

$$v_1 = \begin{bmatrix} t \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ t \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ t \end{bmatrix}$$

6. Sprawdź czy zbiór $S = \{1 + x - 2x^2, 2 + 5x - x^2, x + x^2\}$ wektorów z przestrzeni $\mathcal{P}_2$ wielomianów stopnia drugiego lub mniejszego jest liniowo niezależny. Jesli nie jest to wyraź jeden lub dwa spośród wektorów jako kombinację liniową pozostałych.

7. Sprawdź czy podany zbiór S wektorów napina przestrzeń $\mathcal{R}^3$:

   a) $S = \{(1, 2, 3), (0, 1, 2), (-2, 0, 1)\}$

   b) $S = \{(1, 2, 3), (0, 1, 2), (-1, 0, 1)\}$