KSN — III FK — zadanie 9.4
Rozwiązywanie równań nieliniowych

Spróbujmy znaleźć dyskretne poziomy energii dla cząstki o masie m poruszającej się w jednowymiarowej skończonej prostokątnej studni potencjału:

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & \text{dla } |x| > a, \\ 0 & \text{dla } |x| < a. \end{cases}$$

Z rozwiązania równania Schrödingera

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x),$$

oraz warunku ciągłości funkcji falowej i jej pochodnej w $x = \pm a$ przy określonej parzystości funkcji $\psi(x)$, dozwolone wartości energii cząstki dane są przez leżące w pierwszej ćwiartce punkty przecięć krzywych

$$\begin{cases} \eta = \xi \tan \xi, \\ \eta^2 + \xi^2 = 2mV_0a^2/\hbar^2, \end{cases} \tag{1}$$

gdzie $\eta = a\sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2}$ i $\xi = a\sqrt{2mE/\hbar^2}$. Metodą Newtona–Raphsona proszę znaleźć odcięte tych punktów z dokładnością do $\varepsilon = 10^{-3}$. Przyjąć $2mV_0a^2/\hbar^2 = 100$.

Krzysztof Malarz, Kraków, 4 stycznia 2006