

Zestaw 13 / Matematyczne Metody Fizyki I

1. Korzystając z metody najmniejszych kwadratów (MNK) znajdź równanie prostej najlepiej dopasowanej do punktów $(1, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 2)$, $(4, 3)$.
2. Korzystając z MNK znajdź równanie płaszczyzny $z = a + bx + cy$, która jest najlepiej dopasowana do punktów $(0, -4, 0)$, $(5, 0, 0)$, $(4, -1, 1)$, $(1, -3, 1)$, $(-1, -5, -2)$.
3. Próbka 200 mg radioaktywnego ^{210}Po ulega rozpadowi w ciągu kolejnych dni, przy czym zależność pozostałej masy od czasu (w dniach) dana jest przez $(0, 200)$, $(30, 172)$, $(60, 148)$, $(90, 128)$. Zakładając, że rozpad przebiega zgodnie z eksponencjalnym prawem rozpadu promieniotwórczego, znajdź korzystając z MNK, okres połowicznego zaniku dla tego izotopu.
4. Znajdź rozkład względem wartości osobliwych podanych macierzy:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Znajdź obraz jednostkowego okręgu w \mathcal{R}^2 po przekształceniu za pomocą macierzy A z zadania 4.
6. Znajdź obraz jednostkowej sfery w \mathcal{R}^3 po przekształceniu za pomocą macierzy C z zadania 4.
7. Znajdź macierz pseudoodwrotną do macierzy

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \\ -2 & -2 & 6 \end{bmatrix}$$

8. Znajdź rozwiązanie problemu najmniejszych kwadratów $A\vec{x} = \vec{b}$, gdzie $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ oraz $\vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$