

## Zestaw 2 / Matematyczne Metody Fizyki I

1. Dla liczb zespolonych  $z = 3 + 4i$  i  $w = 2 - i$  podaj część rzeczywistą i urojoną liczb:

$$wz, \quad z/w, \quad z^*w + w^*z, \quad w^2, \quad \sqrt{1 + z + w}$$

2. Podaj moduły i fazy liczb zespolonych:

$$1 + i, \quad -\sqrt{3} + i, \quad 1 + \sqrt{3}i, \quad -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}, \quad 1 + i \operatorname{tg} \alpha, \quad 1 + \cos \alpha + i \sin \alpha$$

3. Wykonaj działania, stosując przedstawienie liczb zespolonych w postaci wykładniczej:

$$(1 + i)(1 + i\sqrt{3}), \quad \frac{1 + i}{1 + i\sqrt{3}}, \quad \left( \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}} \right)^{100}$$

4. Stosując wzór na sumę postępu geometrycznego, podaj część rzeczywistą i urojoną liczby zespolonej:

$$z = \sum_{k=0}^{11} (1 + i)^k, \quad z = \sum_{k=0}^9 (1 + i)^k (1 - i)^{9-k}, \quad z = \sum_{j,k,l=0}^7 (1 + i)^{j+k+l}$$

5. Do poniższego wyrażenia zastosuj a) wzór dwumianowy Newtona, b) wzór de Moivre'a. Podaj wzory jakie otrzymujemy przez porównanie wyników.

$$(\cos x + i \sin x)^4$$

6. Przedstaw w postaci  $a + ib$  wartości następujących pierwiastków bez posługiwania się trygonometryczną postacią liczb zespolonych

$$\sqrt{3 \pm 4i}, \quad \sqrt{\pm i}, \quad \sqrt[4]{16}$$

7. Znajdź wszystkie rozwiązania równań:

$$z^2 - 3z + 3 + i = 0, \quad z^4 + z^2 + 1 = 0$$

8. Oblicz:

$$\sqrt[3]{1}, \quad \sqrt[3]{1 + i}$$