

## Zestaw 3 / Matematyczne Metody Fizyki I

1. Znajdź wszystkie liczby zespolone spełniające równanie

$$(z - 2i)^3 = (2z + i)^3; \quad (1 - z)^4 = (1 - i)^8$$

2. Znajdź wszystkie pierwiastki zespolone:

$$\sqrt[3]{(1 + 2i)^6}$$

3. Korzystając z postaci wykładniczej liczb zespolonych znajdź wszystkie rozwiązania równań:

$$z^* z^n = 2^{n+1}, \quad |z|z = iz^2$$

4. Znajdź wszystkie rozwiązania równania:

$$z^4 - 2z^3 + 11z^2 - 18z + 18 = 0$$

wiedząc, że ma ono przynajmniej jeden czysto urojony pierwiastek;

5. Podaj miejsca geometryczne punktów na płaszczyźnie zespolonej spełniających warunek:

- $|z - 1 - i| = 2$ ,
- $|z + i| - |z - i| = \sqrt{2}$ ,
- $|z + i| + |z - i| = 4$
- $0 < \text{Arg} \left( \frac{z + i}{z - i} - 1 \right) < \frac{\pi}{4}$ ,
- $0 < \text{Arg} \left( \frac{z^*}{z} \right) < \frac{\pi}{2}$ .

6. Znajdź wszystkie wartości wyrażeń (w postaci algebraicznej):

$$\ln 2, \quad \ln(-1), \quad \ln(1 + i), \quad (1 + i)^{2-i}, \quad \arccos 2.$$