Zestaw 7 / Matematyczne Metody Fizyki I

1. Wyznacz rzędy poniższych macierzy: a) sprowadzając je do postaci schodkowej, b) metodą wyznacznikową

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \lambda & -1 \\ 2\lambda & 2 & -2 \\ 1 & 1 & -\lambda \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} \lambda & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \lambda & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \lambda & 1 \end{bmatrix}$$

   w zależności od rzeczywistego parametru λ

2. Podaj warunki istnienia rozwiązań i rozwiąż następujący układy dwóch równań z dwoma niewiadomymi x i y:

$$\begin{aligned} a\ x - b\ y &= b - a \\ a^2 x - b^2 y &= a - b \end{aligned}$$

   Zadanie należy rozwiązać metodą eliminacji Gaussa oraz metodą Cramera.

3. Rozwiąż układ równań:

$$\begin{aligned} 2x + \ \ y + 2z &= \ \ 5 \\ x - 2y - 4z &= -5 \\ -x + 3y + 6z &= \ \ 8 \end{aligned}$$

   a) Czy układ ma rozwiązanie takie, że $x = 0$? b) Czy układ ma rozwiązanie takie, że $x + y + z = 0$. Jeśli tak podaj te rozwiązania. Zadanie należy rozwiązać metodą eliminacji Gaussa oraz metodą Cramera.

4. Rozwiąż układy równanń (zarówno metodą Gauusa jaki Cramera):

$$\begin{aligned} x + 2y &= \ \ 1 \\ 3x + y &= \ \ 2 \\ -2x + 3y &= -1 \end{aligned}, \qquad \begin{aligned} 2x_1 - x_2 + 3x_3 &= 12 \\ x_2 - x_3 &= -1 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 &= -2 \\ -x_1 + 2x_2 + 4x_4 &= \ \ 9 \end{aligned}, \qquad \begin{aligned} x_1 + x_2 - 3x_4 &= 1 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 &= 1 \\ 3x_1 - x_2 - 4x_3 - 5x_4 &= 3 \\ -2x_2 - 2x_3 + 2x_4 &= 0 \end{aligned}$$

5. Znajdź wartości parametru λ dla których podane układy równań mają po dokładnie jednym rozwiązaniu. Znajdź te rozwiązania. Zadanie należy rozwiązać metodą eliminacji Gaussa oraz metodą Cramera.

$$\begin{aligned} x + \lambda z &= 0 \\ 2x + \lambda y &= 0 \\ -x + 3y + 3z &= 0 \end{aligned}, \qquad \begin{aligned} 3x + \ \ y &= -2 \\ x - \ \ y &= \ \ \lambda \\ 2x + 2y &= \ \ 3 \end{aligned}$$

6. Zbadaj rozwiązywalność układu równań ze względu na parametr λ:

$$\begin{aligned} x + 2y - \lambda z &= \ \ 2 \\ \lambda x - \ \ y + 5z &= -1 \\ 5x + 3y - \ \ z &= \ \ \lambda \end{aligned}$$

   Zadanie należy rozwiązać metodą eliminacji Gaussa oraz metodą Cramera.