

## Zestaw 11 / Przedziały ufności:

1. Dysponujemy  $n$ -elementową próbką losową pochodzącą z rozkładu:

$$f(x; \beta) = \frac{x}{\beta^2} \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right) \quad x > 0, \beta > 0$$

Proszę wyznaczyć 95% przedział ufności dla parametru  $\beta$ .

2. Dysponujemy zbiorem danych, który można uważać za próbkę losową pochodzącą z rozkładu normalnego. Zbiór ten składa się z 34 elementów, o wartości średniej 3.54 i odchyleniu standardowym 0.13. Znajdź przedział ufności dla nieznanego parametru  $\mu$  rozkładu na poziomie ufności 98%.
3. Pewna stacja telewizyjna chce przeprowadzić badanie opinii publicznej na temat poparcia dla polityki gospodarczej rządu. Badania mają być wykonane na poziomie ufności 95% z błędem nie większym niż 3%. (a) Jak liczna powinna być próbka respondentów, jeśli nie mamy żadnych wstępnych informacji o poziomie poparcia? (b) Ile osób powinno uczestniczyć w badaniach, jeśli istnieje wstępne oszacowanie, że 70% społeczeństwa popiera politykę gospodarczą rządu?  
Wskazówka: Błąd (3%) w tym problemie oznacza maksymalną dopuszczalną różnicę pomiędzy wartością parametru i jego estymatą, a więc chcemy aby przedział ufności nie był szerszy niż podwojona wartość błędu.
4. Przypuszcza się, że pewien nowy lek powoduje wzrost tętna u pacjentów z grupy podwyższonego ryzyka. Lek ten podano 20 pacjentom z tej grupy i zaobserwowano następujące zmiany w częstości serca: -1, 8, 5, 10, 2, 12, 7, 9, 1, 3, 4, 6, 4, 12, 11, 2, -1, 10, 2, 8. Skonstruuj 98% przedział ufności dla średniej zmiany częstości serca. Przyjmij, że w całej populacji rozkład ten jest normalny.
5. (RN 7.4.4) Jaką liczbę pomiarów powinniśmy wykonać aby metodą centralnego przedziału ufności na poziomie 99% wykluczyć twierdzenie o braku uprzywilejowania kierunku wiru, jeśli wymyśliliśmy model, według którego woda, spływając z wanny istotnie preferuje obrót w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara i wybiera ten kierunek w 57% przypadków?
6. (RN 7.4.8) Badając rozpad protonu w masie 1000000 kg wodoru, znaleziono w ciągu jednego roku 4 przypadki kandydujące na taki rozpad. Podaj przedział ufności na poziomie 95% dla liczby rozpadów, a stąd na czas życia protonu, zakładając, że nie ma procesów, które zanieczyszczałyby otrzymaną próbkę przypadkami tła.
7. Masło orzechowe niektórych producentów zawiera zanieczyszczenia na akceptowalnym poziomie. Zbadano 11 słoików masła orzechowego pewnego producenta i stwierdzono następujące poziomy (w procentach) zanieczyszczeń: 1.9, 2.7, 2.1, 2.8, 2.3, 3.6, 1.4, 1.8, 2.1, 3.2, 2.0. (a) Skonstruuj 95% przedział ufności dla średniego zanieczyszczenia w maśle wytwarzanym przez tego producenta. (b) Znajdź przedział ufności na poziomie ufności 95% dla wariancji rozkładu zanieczyszczeń.