

Zestaw 9 / Estymatory I:

- (Krysicki II 2.41) W Laboratorium Fizyki Cienkich Warstw wyznacza się wartość przeciętną grubości napyłonych powierzchni. W tym celu zmierzono w 100 losowo wybranych punktach metal nienapylony i analogicznie zmierzono grubość próbki napylonej. Otrzymano wyniki (w μm): dla metalu nienapylonego $\bar{x} = 0.31$ i $s_x^2 = 0.020$, dla metalu napylonego: $\bar{y} = 0.39$ i $s_y^2 = 0.017$. Proszę znaleźć estymatory wartości przeciętnej μ i wariancji σ^2 grubości napylonej powierzchni, zakładając niezależność X i Y.
- (RN 7.1.2) Dana jest próbka prosta x_1, x_2, \dots, x_n danych z rozkładu jednostajnego określonego na przedziale $[a, b]$. Znajdź, wykorzystując metodę momentów, estymatory krańców przedziału a oraz b . Wykorzystaj estymatory (a) pierwszych momentów: zwykłego i centralnego, (b) pierwszego i drugiego momentu zwykłego.
- (Krysicki II 2.32) Na podstawie n elementowej próby protej x_1, x_2, \dots, x_n , wyznacz stosując metodę momentów, estymatory parametrów μ oraz σ^2 rozkładu logarytmiczno-normalnego o gęstości p-twa:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln x - \mu)^2\right] & \text{dla } x > 0, \\ 0 & \text{dla } x \leq 0 \end{cases}$$

- W oparciu o n elementową próbę prostą (k_1, \dots, k_n) wyznacz korzystając z metody momentów estymatory parametrów n i p rozkładu ujemnego dwumianowego, którego rozkład prawdopodobieństwa dany jest przez:

$$\mathcal{U}_k(n, p) = \binom{k-1}{n-1} p^n (1-p)^{k-n}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad k = n, n+1, n+2, \dots$$

- W oparciu o n elementową próbę prostą (x_1, \dots, x_n) wyznacz estymator parametru θ rozkładu o gęstości prawdopodobieństwa danej przez:

$$f(x; \theta) = \theta^2 x \exp(-\theta x) \quad \text{dla } x \geq 0$$

korzystając z (a) metody momentów, (b) metody największej wiarygodności.

(c) Oszacuj niepewność estymatora metody największej wiarygodności korzystając z twierdzenia Cramera-Rao.