

Zestaw 2 / Szczególna Teoria Względności

1. Z końca pociągu poruszającego się z prędkością v wystrzeliwane są w kierunku jego początku pociski z prędkością u (względem pociągu). Nowy pocisk wystrzeliwany jest w chwili (mierzonej w układzie związanym z pociągiem) kiedy poprzedni trafi w początek. W układzie związanym z ziemią, jaką część drogi wzdłuż pociągu pokona pocisk w chwili (mierzonej w układzie związanym z ziemią) kiedy następny pocisk jest wystrzeliwany. Jaka jest maksymalna liczba pocisków, które obserwator znajdujący się na ziemi może widzieć jednocześnie w ruchu?
2. Obiekt porusza się z prędkością v_1 w układzie S' . Układ S' porusza się względem układu S z prędkością v_2 (w tym samym kierunku w którym porusza się obiekt). Jaka jest prędkość obiektu względem układu S . Proszę rozwiązać ten problem (tzn. wyprowadzić wzór na relatywistyczne dodawanie prędkości) używając diagramów Minkowskiego.
3. Proszę rozważyć układ z zadania 4 / zestaw 1, z tą różnicą, że tym razem długość pociągu jest równa rL_0 , gdzie r jest pewną stałą. Jaka może być maksymalna wartość r (w funkcji v) aby bomba nie wybuchła? Proszę przeprowadzić obliczenia zarówno w układzie związanym z pociągiem, jak i w układzie związanym z tunelem.
4. Pociąg A o długości własnej L porusza się w kierunku wschodnim z prędkością v , natomiast pociąg B o długości własnej $2L$ porusza się w kierunku zachodnim także z prędkością v . Ile czasu trwa mijanie się pociągów (przez co rozumiemy czas pomiędzy zdarzeniami "początek pociągu B pokrywa się z początkiem pociągu A" oraz "koniec pociągu B pokrywa się z końcem pociągu A"): (a) w układzie A, (b) w układzie B, (c) w układzie związanym z ziemią? (d) sprawdź, że niezmienniczy interwał jest rzeczywiście taki sam w tych trzech przypadkach.
5. Obiekt porusza się z prędkością $v_1/c = \beta_1$ względem układu S_1 , który porusza się z prędkością β_2 względem S_2 , który z kolei porusza się z prędkością β_3 względem S_3 , itd., aż w końcu układ S_{N-1} porusza się z prędkością β_N względem układu S_N . Korzystając z zasady indukcji matematycznej, pokaż że prędkość $\beta_{(N)}$ z jaką obiekt porusza się względem układu S_N może być zapisana jako:

$$\beta_{(N)} = \frac{P_N^+ - P_N^-}{P_N^+ + P_N^-} \quad \text{gdzie} \quad P_N^+ \equiv \prod_{i=1}^N (1 + \beta_i) \quad \text{oraz} \quad P_N^- \equiv \prod_{i=1}^N (1 - \beta_i)$$

6. Poziomy pręt spada i odbija się od podłoża. Jak ta sytuacja wygląda z punktu widzenia obserwatora poruszającego się równoległe do pręta z prędkością v ?
7. Na diagramie Minkowskiego dla układu S narysuj hiperbolę $c^2t^2 - x^2 = 1$. Następnie dorysuj diagram odpowiadający układowi S' poruszającemu się względem S z prędkością v . Wykorzystaj niezmienniczość interwału $s^2 = c^2t^2 - x^2$ do znalezienia stosunku jednostkowych długości na osiach ct' i ct .
8. W pewnym układzie odniesienia Zdarzenie 1 zachodzi w $x = 0$ i $ct = 0$, natomiast współrzędne zdarzenia 2 to $x = 2$ i $ct = 1$. Znajdź układ w którym oba zdarzenia zachodzą jednocześnie. (a) korzystając z transformacji Lorentza, (b) korzystając z diagramów Minkowskiego.