

Zestaw 3 / Szczególna Teoria Względności

1. Dwa ciała poruszają się ze stałymi prędkościami wzdłuż prostych leżących w jednej płaszczyźnie i tworzących ze sobą kąt θ . Czynniki Lorentza tych ciał są odpowiednio równe γ_1 i γ_2 . Znaleźć czynnik Lorentza γ_{12} odpowiadający ruchowi względnemu tych ciał.
Odp: $\gamma_{12} = \gamma_1\gamma_2 - \gamma_1\gamma_2\beta_1\beta_2 \cos \theta$
2. W płaskim arkuszu blachy jest wycięta szczelina o długości l_0 . W kierunku tej szczeliny porusza się pręt o takiej samej długości spoczynkowej. Pręt zachowuje położenie równoległe do szczeliny, a wektor prędkości tworzy z płaszczyzną blachy kąt α . Kierunek prędkości jest wyznaczony przez linię łączącą środki długości pręta i szczeliny. Ponieważ równoległa do pręta składowa prędkości jest różna od zera, więc dla obserwatora nieruchomego względem szczeliny pręt ulega skróceniu. Z kolei w układzie związanym z prętem skróceniu ulega szczelina. Czy pręt przeleci przez otwór? Uzasadnij odpowiedź z punktu widzenia obu obserwatorów: związanego ze szczeliną jak i związanego z prętem.
3. Pociąg o długości własnej L_0 porusza się z prędkością $v = 3c/5$ względem ziemi. Z tyłu pociągu rzucono piłkę w kierunku jego początku z prędkością $u = c/2$ względem pociągu. Jak długo leci piłka i jaką odległość przebędzie:
 - (a) w układzie związanym z pociągiem?
 - (b) w układzie związanym z ziemią? Rozwiąż ten problem (i) wykorzystując prawo dodawania prędkości; (ii) wykorzystując transformacje Lorentza w celu przejścia z układu pociągu do układu ziemi.
 - (c) w układzie związanym z piłką?
 - (d) sprawdź, że niezmienniczy interwał jest rzeczywiście taki sam we wszystkich trzech układach.
 - (e) pokaż, że czasy w układzie piłki i ziemi są związane poprzez odpowiedni czynnik γ ,
 - (f) pokaż, że czasy w układzie piłki i pociągu są związane poprzez odpowiedni czynnik γ ,
 - (g) pokaż, że czasy w układzie pociągu i ziemi nie są związane poprzez czynnik γ .
4. Obserwator A porusza się w prawo z prędkością $v = c/\sqrt{3}$, natomiast obserwator B porusza się w lewo, także z prędkością $v = c/\sqrt{3}$. W chwili w której znajdują się w odległości d od siebie (mierzonej w układzie związanym z ziemią), A klaska w dłoń. Następnie B klaska w dłoń równocześnie (w swoim układzie odniesienia) z klaśnięciem przez A. Następnie A klaska w dłoń równocześnie (w swoim układzie odniesienia) z klaśnięciem przez B. Następnie B klaska w dłoń równocześnie (w swoim układzie odniesienia) z drugim klaśnięciem przez A. I tak dalej. Jak daleko od siebie znajdują się A i B (w układzie związanym z ziemią) w chwili kiedy A klaska w dłoń po raz n -ty?
Wskazówka: Do rozwiązania tego zadania proszę wykorzystać diagram Minkowskiego.
5. Dwa statki kosmiczne połączone liną znajdują się względem siebie w spoczynku. W pewnej chwili oba statki jednocześnie zaczynają poruszać się z jednakowymi przyspieszeniami wzdłuż linii wyznaczonej przez łączącą je linę. Czy lina się zerwie?
6. Rakieta leci ze stałym przyspieszeniem własnym z Ziemi do gwiazdy odległej o l lat świetlnych (w układzie związanym z Ziemią). Oblicz (a) całkowity czas pokładowy potrzebny na przelot rakiety z Ziemi do gwiazdy, (b) prędkość rakiety względem Ziemi.
7. Rakieta odbywa lot do centrum pewnej galaktyki odległej o $l = 2 \cdot 10^{22}$ m (w układzie związanym z Ziemią). Lot odbywa się w ten sposób, że połowę dystansu rakieta przelatuje ze stałym przyspieszeniem własnym $a = 10 \text{ m/s}^2$, a drugą połowę z identycznym co do wartości opóźnieniem własnym. Oblicz czas lotu mierzony odpowiednio względem rakiety i względem Ziemi.