

## Zestaw 6 / Szczególna i Ogólna Teoria Względności

1. Jaka powinna być prędkość samolotu lecącego na stałej wysokości  $h$ , tak aby dla obserwatora znajdującego się na ziemi upływ czasu na zegarze znajdującym się w samolocie był taki sam jak na jego własnym zegarze?
2. Zegar rozpoczyna odliczanie czasu na powierzchni ziemi, następnie wznosi się ze stałą prędkością  $v$  na wieżę o wysokości  $h$  i po pewnym czasie zostaje przeniesiony z powrotem na powierzchnię ziemi również ze stałą prędkością  $v$ . Jak długo zegar powinien znajdować się na wieży tak aby po powrocie na powierzchnię ziemi wskazywał taki sam upływ czasu jak zegar który cały czas spoczywał na powierzchni ziemi?
3. Cząstka rozpoczyna ruch ze stanu spoczynku z przyspieszeniem własnym  $g$ . Niech  $\tau$  oznacza czas mierzony na zegarze cząstki. Wykorzystując wzór wyprowadzony na wykładzie  $v = gt/\sqrt{1+(gt)^2}$  oraz dylatację czasu, pokaż że czas  $t$  w początkowym układzie odniesienia, prędkość cząstki i czynnik  $\gamma$  dane są przez:

$$gt = \sinh(g\tau) \quad v = \tanh(g\tau) \quad \gamma = \cosh(g\tau)$$

4. Rakieta znajdująca się początkowo w spoczynku względem planety, startuje w odległości  $l$  od niej, i porusza się z przyspieszeniem własnym  $g$  w kierunku planety. Niech  $\tau$  i  $t$  będą czasami mierzonymi odpowiednio na zegarze w rakiecie i na planecie.
  - (a) Pokaż, że w chwili kiedy zegar astronauty wskazuje czas  $\tau$ , zmierzona przez niego odległość  $x$  (w jego chwilowym układzie spoczynkowym) pomiędzy rakieta i planetą spełnia relację:

$$1 + gx = \frac{1 + gl}{\cosh(g\tau)}$$

- (b) Pokaż, że w chwili gdy zegar astronauty wskazuje czas  $\tau$ , obserwuje on czas  $t$  na zegarze planety spełniający relację:

$$gt = (1 + gl) \tanh(g\tau)$$

5. **(Global Positioning System)** W pliku <https://www.eftaylor.com/exploringblackholes/Ch04GlobalPositioningSystem> znajduje się projekt dotyczący GPS o którym wspomniałem podczas naszego ostatniego spotkania. Proszę go przeanalizować i wykonać sugerowane tam rachunki. Pod powyższym adresem można znaleźć też między innymi dwa pierwsze rozdziały książki z której pochodzi ten projekt.