Zestaw 8 / Szczególna i Ogólna Teoria Względności

1. Wiązka laserowa o energii $E(r_1)_{shell}$ jest emitowana ze sfery o promieniu r_1. Jaka jest energia fotonów $E(r_2)_{shell}$ rejestrowanych na sferze o promieniu r_2? Wykorzystaj znalezioną zależność do pokazania, że światło nie może być wyemitowane na zewnątrz z horyzontu. Ile wynosi energia fotonów emitowanych tuż nad horyzontem w momencie przekraczania horyzontu?

2. Cząstka o masie m znajduje się na stabilnej orbicie kołowej o minimalnym promieniu wokół czarnej dziury o masie M. Druga cząstka o takiej samej masie m, która początkowo znajdowała się w spoczynku w dużej odległości od czarnej dziury, spada radialnie i zderza się z cząstką na orbicie. Całkowita energia kinetyczna obu cząstek, dostępna dla lokalnego obserwatora na sferze zostaje zamieniona na promieniowanie i wyemitowana radialnie na zewnątrz. Ile wynosi energia kinetyczna obu cząstek z punktu widzenia lokalnego obserwatora na sferze? Ile wynosi całkowita energia światła kiedy dotrze ono do bardzo odległego obserwatora? Jaka część całkowitej dostępnej energii obu cząstek $(2m)$ dociera do obserwatora znajdującego w dużej odległości?

3. Cząstka spadając z dużej odległości na czarną dziurę emituje radialnie na zewnątrz światło o częstości włanej f_0. Jak długo, z punktu widzenia odległego obserwatora, trwa 'zniknięcie' cząstki? Rozumiemy przez to czas w którym częstość światła mierzona odległym zegarem, spada z $0.9f_0$ do $0.1f_0$. Znajdź najpierw promienie, odpowiednio r_1 i r_2, które mija cząstka kiedy emituje światło, które przez odległego obserwatora jest rejestrowane jako mające częstość $0.9f_0$ i $0.1f_0$. Następnie znajdź czas mierzony przez odległego obserwatora pomiędzy tymi zdarzeniami. Następnie znajdź czasy potrzebne na dotarcie światła ze sfer r_1 i r_2 do odległego obserwatora i całkowity upływ czasu pomiędzy odebraniem sygnału przesuniętego do $0.9f_0$ i sygnału przesuniętego do $0.1f_0$.