

Wstęp do oddziaływań hadronów

Mariusz Przybycień

Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej
Akademia Górniczo-Hutnicza

Wykład 1

- Modern Particle Physics, M. Thomson, Cambridge, 2013.
- Introduction to Elementary Particle Physics, A. Bettini, Cambridge, 2008.
- Particle Physics, B.R. Martin, G. Shaw, Wiley, 2008.
- Particles and Fundamental Interactions, S. Braibant, G. Giacomelli, M. Spurio, Springer, 2012.
- Symmetry and the Standard Model, M. Robinson, Springer, 2011.
- Elementary Particle Physics, vol. 1 i 2, Y. Nagashima, Wiley, 2010.
- An Introduction to the Standard Model of elementary Particles, W.N. Cottingham, D.A. Greenwood, Cambridge, 2007.
- Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics, F. Halzen, A.D. Martin, Wiley, 1984.
- Introduction to High Energy Physics, D.H. Perkins, Cambridge, 2000.
- Collider Physics at HERA, M. Klein, R. Yoshida, Progress in Particle and Nuclear Physics 61 (2008) 343–393.
- <http://inspirehep.net> – all HEP related publications

⇒ <http://home.agh.edu.pl/mariuszp>

Jednostki naturalne

Jednostki układ SI - [kg], [m], [s] - są ‘naturalne’ w zastosowaniach do obiektów makroskopowych z którymi spotykamy się na co dzień...

... ale nie w fizyce cząstek elementarnych ($M_p = 1.67262158 \times 10^{-27}$ kg).

Jednostkami naturalnymi dla fizyki wysokich energii (cząstek elementarnych) są jednostki związane ze skalami występującymi w mechanice kwantowej oraz w teorii względności:

- jednostka działania: $\hbar = 1.05457148 \cdot 10^{-34}$ [J s] = $6.582 \cdot 10^{-22}$ [MeV s]
- prędkość światła w próżni: $c = 299\,792\,458$ [m/s]
- jednostka energii: $\text{GeV} = 10^9[\text{eV}] = 1.60217646 \cdot 10^{-10}$ [J]

W takich jednostkach podstawowe wielkości mają następujące wymiary:

Energia	GeV	Czas	$(\text{GeV}/\hbar)^{-1}$
Pęd	GeV/c	Długość	$(\text{GeV}/\hbar c)^{-1}$
Masa	GeV/c ²	Powierzchnia	$(\text{GeV}/\hbar c)^{-2}$

W celu uproszczenia zapisu ustalamy, że $\hbar = c = 1$ (bezwymiarowe!).

- Konsekwencje $c = 1$: $[c] = [LT^{-1}] \Rightarrow [L] = [T]$
 $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \Rightarrow$ masa i pęd w jednostkach energii ($M_p = 938$ MeV).
- Konsekwencje $\hbar = 1$: $[\hbar] = [ML^2T^{-1}] \Rightarrow [M] = [L^{-2}T] = [L^{-1}] = [T^{-1}]$

Konwersje jednostek naturalnych do jednostek układu SI

Ważne wartości numeryczne ($1 \text{ b} = 10^{-24} \text{ cm}^2$):

$$\hbar c = 6.582 \cdot 10^{-22} \cdot 3 \cdot 10^8 [\text{MeV s m s}^{-1}] = 197.33 [\text{MeV fm}]$$

$$\begin{aligned}(\hbar c)^2 &= (0.19733 \cdot 10^{-13})^2 [\text{GeV}^2 \text{ cm}^2] = 0.38938 \cdot 10^{-27} [\text{GeV}^2 \text{ cm}^2] = \\ &= 0.38938 [\text{GeV}^2 \text{ mb}]\end{aligned}$$

$$(\hbar c)^3 = (0.19733 \cdot 10^{-13})^3 [\text{GeV}^3 \text{ cm}^3] = 7.684 \cdot 10^{-42} [\text{GeV}^3 \text{ cm}^3]$$

Konwersje do układu SI wykonujemy z pomocą analizy wymiarowej:

- $\text{GeV}^{-1} \rightarrow \text{m}$: $\hbar c = 197.33 [\text{MeV fm}] = 1.9733 \cdot 10^{-16} [\text{GeV m}]$
 $\Rightarrow 1 \text{ GeV}^{-1} = 1.9733 \cdot 10^{-16} \text{ m} = 0.19733 \text{ fm}$
- $\text{GeV}^{-1} \rightarrow \text{s}$: $\hbar = 6.582 \cdot 10^{-25} [\text{GeV s}] \Rightarrow 1 \text{ GeV}^{-1} = 6.582 \cdot 10^{-25} \text{ s}$
- $\text{GeV} \rightarrow \text{kg}$: $1 \frac{\text{GeV}}{c^2} = \frac{1.602 \cdot 10^{-10} \text{ J}}{299\,792\,458^2 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}} = 1.7827 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Układ jednostek naturalnych można rozszerzyć o stałą Boltzmanna $k_B = 1.3806503 \cdot 10^{-23} [\text{m}^2 \text{ kg s}^{-2} \text{ K}^{-1}]$. Ustalenie $k_B = 1$ oznacza, że temperaturę mierzymy w jednostkach masy ($E = mc^2 = k_B T$).

Podsumowanie:

$$1 \text{ GeV}^{-1} = 6.582 \cdot 10^{-25} \text{ s} = 1.9733 \cdot 10^{-16} \text{ m} = (1.78 \cdot 10^{-27} \text{ kg})^{-1} = 8.6 \cdot 10^{-14} \text{ K}^{-1}$$

$$[\text{M}] = [\text{E}] = [\text{p}] = [\text{L}^{-1}] = [\text{T}^{-1}] = [\text{K}]$$

Fizyka cząstek elementarnych zajmuje się badaniem **fundamentalnych składników materii** oraz **fundamentalnych oddziaływań (sił)** pomiędzy nimi.

Obecny stan wiedzy na ten temat zawarty jest w tzw. **Modelu Standardowym**:

- **materia** zbudowana jest z dwóch rodzajów **fermionów** o spinie $\frac{1}{2}$: **leptonów** (np. e^- , ν_e) oraz **kwarków** (np. u , d), uud - proton,
- **antymateria** - cząstki antymaterii różnią się od cząstek materii jedynie przeciwnym znakiem ładunku elektrycznego (np. e^+ , $\bar{u}\bar{u}\bar{d}$ - antyproton),
- **oddziaływania** (siły) pomiędzy kwarkami i leptonami przenoszone są za pomocą cząstek o spinie 1 - tzw. bozonów cechowania.

Wszystkie znane oddziaływania pomiędzy cząstkami zachodzą na skutek **czterech fundamentalnych sił: elektromagnetycznych, silnych, słabych oraz grawitacji** (dotychczas nie jest uwzględniona w MS). Na bardzo małych odległościach (przy wysokich energiach) przypuszcza się, że zachodzi ich unifikacja.

Zgodnie z obecnym stanem wiedzy, Model Standardowy wyjaśnia wszystkie istniejące wyniki eksperymentalne. Zawiera jednak wiele nieokreślonych parametrów, które należy zmierzyć (np. masy kwarków i leptonów).

Podsumowanie własności cząstek elementarnych dostępne jest na stronie <http://pdg.lbl.gov>

Model standardowy - materia

	LEPTONS			QUARKS		
		q	m/GeV		q	m/GeV
First Generation	e^-	-1	0.0005	d	-1/3	0.3
	ν_1	0	≈ 0	u	+2/3	0.3
Second Generation	μ^-	-1	0.106	s	-1/3	0.5
	ν_2	0	≈ 0	c	+2/3	1.5
Third Generation	τ^-	-1	1.77	b	-1/3	4.5
	ν_3	0	≈ 0	t	+2/3	175

Materia zbudowana jest z punktowych (bez struktury) cząstek o spinie $\frac{1}{2}$.

Cząstki występują w trzech generacjach, różniąc się **jedynie** masami.

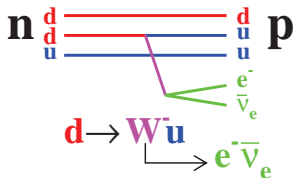
Podane w tabeli masy konstytuentne kwarków to masy kwarków związanych w hadronach.

W większości zjawisk zachodzących w świecie uczestniczą jedynie cząstki z pierwszej generacji.

Przykład: Rozpad beta w modelu kwarków:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$$



Leptony, kwarki, hadrony

Leptony to cząstki, które nie oddziałują za pomocą oddziaływań silnych (ładunek kolorowy równy zero).

- występują w 6 różnych zapachach (flavour),
- 3 naładowane (e^- , μ^- , τ^-) - oddziałują elektromagnetycznie i słabo, tylko elektron jest stabilny,
- 3 neutralne stabilne neutrino (ν_e ($m_{\nu_e} < 3$ eV), ν_μ ($m_{\nu_\mu} < 0.19$ MeV), ν_τ ($m_{\nu_\tau} < 18.2$ MeV)), oddziałują tylko słabo.

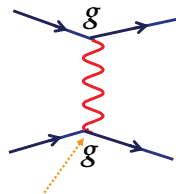
Kwarki to cząstki które podlegają wszystkim znanym oddziaływaniami.

- występują w 6 różnych zapachach,
- posiadają ułamkowy ładunek elektryczny,
- występują w trzech 'ortogonalnych' kolorach (ładunek oddziaływań silnych): **R** - czerwony, **G** - zielony, **B** - niebieski,
- występują jedynie w stanach związanych w hadronach:
 - **mezony** - $q\bar{q}$: np. $\pi^+ \equiv u\bar{d}$, π^+ to stan podstawowy ($L = 0$) konfiguracji $u\bar{d}$, istnieją inne stany, np. ρ^+ , ...
własności: całkowity spin (0, 1, 2, ...), całkowity ładunek elektryczny.
 - **bariony** - qqq : np. $p \equiv uud$, $n \equiv udd$,
własności: spin połówkowy $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, ..., całkowity ładunek elektryczny.

Model standardowy - oddziaływania

Oddziaływania w MS przenoszone są za pomocą bozonów cechowania:

Force	Boson(s)	J ^P	m/GeV
EM (QED)	Photon γ	1 ⁻	0
Weak	W^\pm / Z	1 ⁻	80 / 91
Strong (QCD)	8 Gluons g	1 ⁻	0
Gravity (?)	Graviton?	2 ⁺	0



Siła oddziaływań fundamentalnych określona jest przez ładunek g powiązany z **bezwymiarową stałą sprzężenia α** . (np. $g_{em} = e = \sqrt{4\pi\alpha\epsilon_0\hbar c} \Rightarrow g = \sqrt{4\pi\alpha}$)

Wierzchołki oddziaływań fermionów z bozonami cechowania w MS:

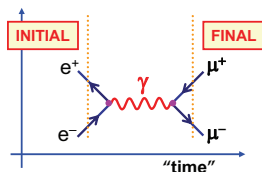
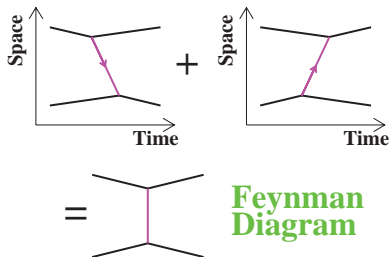
silne	elektromagnetyczne	słabe NC	słabe CC
tylko kwarki	naładowane fermiony	wszystkie fermiony	wszystkie fermiony
..... nie zmienia zapachu nie zmienia zapachu	zmienia zapach
$\alpha_s \simeq 1$	$\alpha \simeq 1/137$		$\alpha_{W/Z} \simeq 1/30$

Diagramy Feynmana

Diagramy Feynmana służą do systematycznego graficznego przedstawienia oddziaływań pomiędzy cząstkami.

Cechy charakterystyczne:

- Czas biegnie od lewej do prawej strony.
- Suma po wszystkich uporządkowaniach w czasie wymiany cząstek przenoszących oddziaływanie.
- We wszystkich wierzchołkach zachowane są energia, pęd, moment pędu i ładunek.
- Wymieniana cząstka jest wirtualna, tzn. $m_X^2 \neq E_X^2 - p_X^2$.
- Strzałki antycząstek skierowane przeciwnie do upływu czasu.
- Siła oddziaływania zależy od stałej sprzężenia w wierzchołku.
- Różne typy linii dla fermionów, fotonów, gluonów, ...



Do opisu procesów w fizyce wysokich energii musimy stosować STW.

Transformacje Lorentza (TL) dla czasu i współrzędnych przestrzennych (układ S' porusza się wzdłuż wspólnej osi XX' względem układu S z prędkością $\beta = v/c$) mają postać:

$$\begin{aligned} t' &= \gamma(t - \beta x) \\ x' &= \gamma(x - \beta t) \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \Leftrightarrow x'^{\mu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} x^{\nu}$$

Czterowektorem (kontrawariantnym) nazywamy każdy układ $A^{\mu} = (A^0, \vec{A})$ który transformuje się przez TL tak jak czterowektor położenia $x^{\mu} = (ct, \vec{x})$.

Czterowektor kowariantny otrzymujemy z czterowektora kontrawariantnego za pomocą transformacji: $x_{\mu} = g_{\mu\nu} x^{\nu}$ gdzie $g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$

Czterowektory kowariantne transformują się tak jak: $x'_{\nu} = \Lambda_{\mu}^{\nu} x_{\mu}$

przy czym zachodzi relacja: $\Lambda^{\mu}_{\nu} \equiv \Lambda \Rightarrow \Lambda_{\mu}^{\nu} \equiv \Lambda^{-1}$

Czterowektor energii-pędu (czteropęd) to $p^{\mu} = (E/c, \vec{p})$.

Relatywistyczne wyrażenia na energię i pęd: $E = \gamma mc^2$, $\vec{p} = \gamma m\vec{v}$.

Czterowektor pochodnej

Iloczyny skalarne czterowektorów są niezmiennikami TL. W szczególności **niezmienniczy interwał** oraz **masa niezmiennicza** to:

$$ds^2 \equiv x^\mu x_\mu = t^2 - x^2 - y^2 - z^2 \quad \text{oraz} \quad p^\mu p_\mu = E^2 - |\vec{p}|^2 = m^2$$

Rozważmy współrzędne czterowektora położenia w układzie S' w funkcji współrzędnych w układzie S , tzn. $x'(t, x, y, z)$ oraz $t'(t, x, y, z)$. Pochodne w układzie S' mogą być zapisane jako:

$$\frac{\partial}{\partial z'} = \left(\frac{\partial z}{\partial z'} \right) \frac{\partial}{\partial z} + \left(\frac{\partial t}{\partial z'} \right) \frac{\partial}{\partial t} \quad \text{oraz} \quad \frac{\partial}{\partial t'} = \left(\frac{\partial z}{\partial t'} \right) \frac{\partial}{\partial z} + \left(\frac{\partial t}{\partial t'} \right) \frac{\partial}{\partial t}$$

$$\text{Ponieważ} \quad \left(\frac{\partial z}{\partial z'} \right) = \gamma, \quad \left(\frac{\partial t}{\partial z'} \right) = \gamma\beta, \quad \left(\frac{\partial z}{\partial t'} \right) = \gamma\beta, \quad \left(\frac{\partial t}{\partial t'} \right) = \gamma$$

a więc (cztero)pochodna $\partial_\mu \equiv \partial/\partial x^\mu$ transformuje się jak 4-wektor kowariantny

$$\begin{pmatrix} \partial/\partial t' \\ \partial/\partial x' \\ \partial/\partial y' \\ \partial/\partial z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta & 0 & 0 \\ \gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial/\partial t \\ \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix} \Leftrightarrow \partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x'^\mu} = \Lambda_\mu{}^\nu \frac{\partial}{\partial x^\nu} \equiv \Lambda_\mu{}^\nu \partial_\nu$$

$$\text{Definiujemy d'alambertjan:} \quad \square \equiv \partial^\mu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Masa niezmiennicza (inwariantna)

Ze względu na liniowość TL są one słuszne również dla układu cząstek:

$$\begin{aligned}\sum E &= \gamma \left(\sum E' + v \sum p' \right) \\ \sum p &= \gamma \left(\sum p' + v \sum E' \right)\end{aligned}$$

- A nawet dla dowolnej kombinacji liniowej energii i pędów.
- W szczególności widać, że jeśli zasada zachowania energii (ZZE) i pędu (ZZP) jest spełniona w jednym układzie inercyjnym, to jest też spełniona w każdym innym układzie inercyjnym.
- ZZP implikuje ZZE i na odwrót.
- Korzystając z czteropędu ZZEiP zapisujemy: $p_{\text{pocz}} = p_{\text{kon}}$

Masa niezmiennicza:

$$\begin{aligned}E^2 - p^2 &= \gamma^2 (E' + vp')^2 - \gamma^2 (p' + vE')^2 = \\ &= \frac{1}{1-v^2} (E'^2(1-v^2) - p'^2(1-v^2)) = E'^2 - p'^2\end{aligned}$$

W szczególności mamy: $E_{\text{tot}}^2 - p_{\text{tot}}^2 = E_{\text{CM}}^2$

Zderzenie elastyczne cząstek

Przykład: Cząstka o masie m i energii E zderza się elastycznie z identyczną cząstką znajdującą się w spoczynku, w taki sposób, że obie rozpraszają się pod kątami θ względem kierunku ruchu cząstki padającej. Wyrazić kąt θ poprzez E i m .

Czteropędy cząstek przed zderzeniem:

$$p_1 = (E, p, 0, 0) \quad p_2 = (m, 0, 0, 0) \quad p = \sqrt{E^2 - m^2}$$

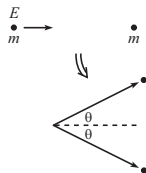
Czteropędy cząstek po zderzeniu:

$$p'_1 = (E', p' \cos \theta, p' \sin \theta, 0) \quad p'_2 = (E', p' \cos \theta, -p' \sin \theta, 0)$$

ZZEiP pozwalają zapisać:
$$p'_{1,2} = \left(\frac{E + m}{2}, \frac{p}{2}, \pm \frac{p}{2} \operatorname{tg} \theta, 0 \right)$$

$$(p'_{1,2})^2 = \left(\frac{E + m}{2} \right)^2 - \left(\frac{p}{2} \right)^2 (1 + \operatorname{tg}^2 \theta) = m^2$$

$$\Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{E^2 - m^2}{E^2 + 2Em - 3m^2} = \frac{E + m}{E + 3m}$$

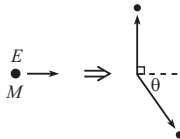


Rozpad cząstki

Przykład: Cząstka o masie M i energii E rozpada się na dwie identyczne cząstki. W układzie laboratoryjnym są one emitowane pod kątami $\pi/2$ i θ . Znaleźć energie powstałych cząstek.

Czteropęd cząstki przed rozpadem:

$$p_1 = (E, p, 0, 0) \quad p = \sqrt{E^2 - M^2}$$



Czteropędy cząstek powstałych w wyniku rozpadu:

$$p'_1 = (E_1, 0, p_1, 0) \quad p'_2 = (E_2, p_2 \cos \theta, -p_2 \sin \theta, 0) \quad p_{1,2} = \sqrt{E_{1,2}^2 - m^2}$$

ZZP dla składowej x daje $p_2 \cos \theta = p$, natomiast składowe y muszą być przeciwnego znaku, co prowadzi do:

$$p'_1 = (E_1, 0, p \operatorname{tg} \theta, 0) \quad p'_2 = (E_2, p, -p \operatorname{tg} \theta, 0)$$

$$\text{ZZE daje: } E = E_1 + E_2 = \sqrt{p^2 \operatorname{tg}^2 \theta + m^2} + \sqrt{p^2(1 + \operatorname{tg}^2 \theta) + m^2}$$

Ostatecznie dostajemy ($E_2^2 - E_1^2 = p^2 \Rightarrow (E_2 + E_1)(E_2 - E_1) = p^2$):

$$E_1 = \frac{E^2 - p^2}{2E} = \frac{M^2}{2E} \quad \text{oraz} \quad E_2 = \frac{E^2 + p^2}{2E} = \frac{2E^2 - M^2}{2E}$$

Energia w układzie środka masy (CMS)

Przykład: W układzie LAB dane są czteropędy cząstek $p_1 = (E_1, \vec{p}_1)$ oraz $p_2 = (E_2, \vec{p}_2)$. Jaka jest energia tego układu cząstek w CMS? Jaka jest prędkość CMS?

Uwaga: Ponieważ energia w CMS nie może zależeć od konkretnego układu LAB, więc musi dać się zapisać za pomocą wielkości niezmienniczych, które można skonstruować z wielkości danych:

$$p_1^2 = m_1^2, \quad p_2^2 = m_2^2, \quad p_1 p_2, \quad (p_1 + p_2)^2, \quad (p_1 - p_2)^2$$

W układzie CMS mamy (wielkości w CMS oznaczamy gwiazdką \star):

$$\vec{p}_1^\star + \vec{p}_2^\star = 0 \quad \Rightarrow \quad p_1^\star + p_2^\star = (E_1^\star + E_2^\star, \vec{0}) \quad \Rightarrow \quad E^\star = E_1^\star + E_2^\star$$

A więc

$$E^{\star 2} = (E_1^\star + E_2^\star)^2 = (p_1^\star + p_2^\star)^2 \stackrel{\text{inv}}{=} (p_1 + p_2)^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 = M^2$$

Ponieważ $E = \gamma M$ oraz $p = \gamma M \beta$ więc prędkość układu CMS dana jest przez:

$$\vec{\beta}_{\text{CM}} = \frac{\vec{p}}{E} = \frac{\vec{p}_1 + \vec{p}_2}{E_1 + E_2}, \quad \gamma_{\text{CM}} = \frac{E}{M} = \frac{E_1 + E_2}{\sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2}}$$

Energia cząstki w układzie spoczynkowym innej cząstki

Przykład: W układzie LAB dane są czteropędy cząstek $p_1 = (E_1, \vec{p}_1)$ oraz $p_2 = (E_2, \vec{p}_2)$. Jaka jest energia cząstki 2 w układzie spoczynkowym cząstki 1?

W układzie spoczynkowym cząstki "1" zachodzi $\vec{p}_1 = 0$, więc:

$$p_1 p_2 = p'_1 p'_2 = E'_1 E'_2 = m_1 E_{21} \quad \Rightarrow \quad E_{21} = \frac{p_1 p_2}{m_1}$$

A stąd otrzymujemy:

$$|\vec{p}_{21}|^2 = E_{21}^2 - m_2^2 = \frac{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}{m_1^2} \quad \text{oraz} \quad v_{21}^2 = \frac{|\vec{p}_{21}|^2}{E_{21}^2} = \frac{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}{(p_1 p_2)^2}$$

Uwaga: wszystkie powyższe wielkości wyrażają się poprzez niezmienniki, które można obliczyć w dowolnym układzie!

W szczególności z punktu widzenia układu CMS (hipotetyczna cząstka o czteropędzie $P = p_1 + p_2$ i masie M) mamy:

$$p_1 p_2 = \frac{1}{2} [(p_1 + p_2)^2 - p_1^2 - p_2^2] = \frac{1}{2} (M^2 - m_1^2 - m_2^2)$$

$$E_i^* = \frac{P p_i}{M} \quad \Rightarrow \quad E_{1,2}^* = \frac{M^2 \pm (m_1^2 - m_2^2)}{2M} \quad \Rightarrow \quad E_1^* + E_2^* = M$$

$$|\vec{p}^*|^2 = |\vec{p}_i^*|^2 = \frac{[M^2 - (m_1 + m_2)^2][M^2 - (m_1 - m_2)^2]}{4M^2} \quad \Rightarrow \quad \vec{v}_i^{*2} = \left(\frac{|\vec{p}^*|}{E_i^*} \right)^2$$

Energia w CMS - przykłady

Przykład: Zderzenie przeciwbieżnych wiązek cząstek:

$$s = (p_1 + p_2)^2 = p_1^2 + 2p_1p_2 + p_2^2 \approx 2p_1p_2 = 2(E_1E_2 - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2) \approx 4E_1E_2$$

HERA $e(27.5 \text{ GeV}) + p(920 \text{ GeV})$: $\sqrt{s} \approx 318 \text{ GeV}$,

LHC $p(7 \text{ TeV}) + p(7 \text{ TeV})$: $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$.

Gdyby zderzenie zachodziło ze stacjonarną tarczą, wówczas:

$$s = (p_1 + p_2)^2 = p_1^2 + 2p_1p_2 + p_2^2 \approx 2p_1p_2 = 2(E_1M_2 - 0) = 2E_1M_2$$

Aby energia dostępna w CMS była taka jak w eksperymencie z przeciwbieżnymi wiązkami, musielibyśmy mieć:

HERA ($e + p$): $E_e \approx 53.9 \text{ TeV}$,

LHC ($p + p$): $E_p \approx 104.5 \text{ TeV}$.

Przykład: Jaka jest energia i pęd cząstki 2 w układzie spoczynkowym cząstki 1 jeśli obie cząstki powstają w wyniku rozpadu $M \rightarrow m_1 + m_2$?

$$M^2 = (p_1 + p_2)^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2p_1p_2 \quad \Rightarrow \quad p_1p_2 = \frac{1}{2}(M^2 - m_1^2 - m_2^2)$$

$$E_{21} = \frac{p_1p_2}{m_1} = \frac{1}{2m_1}(M^2 - m_1^2 - m_2^2), \quad |\vec{p}_{21}|^2 = \frac{(p_1p_2)^2 - m_1^2m_2^2}{m_1^2}$$

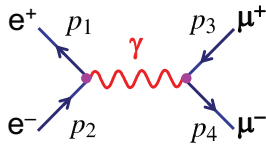
Zmienne Mandelstama: s , t oraz u

Do opisu reakcji rozpraszanie lub anihilacji $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ często stosuje się zmienne Mandelstama, które są lorentzowsko niezmiennicze i zdefiniowane jako:

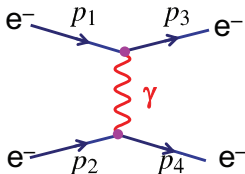
$$s = (p_1 + p_2)^2,$$

$$t = (p_1 - p_3)^2,$$

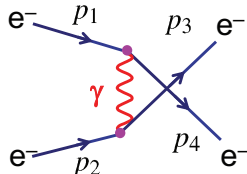
$$u = (p_1 - p_4)^2$$



s-channel



t-channel



u-channel

Zmienne Mandelstama nie są niezależne: $s + t + u = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2$

Przykład: \sqrt{s} jest całkowitą energią dostępną w układzie środka masy.

Ponieważ s jest niezmiennicze, więc może być obliczone w dowolnym układzie odniesienia. Wybieramy układ środka masy:

$$p_1^* = (E_1^*, \vec{p}^*), \quad p_2^* = (E_2^*, -\vec{p}^*) \quad \Rightarrow \quad s = (E_1^* + E_2^*)^2$$

Przykład: Zderzenie ze stacjonarną tarczą:

$$p_1 = (E, \vec{p}), \quad p_2 = (m_2, 0) \quad \Rightarrow \quad s = m_1^2 + m_2^2 + 2E_1 m_2 \simeq \|E_1 \gg m_1, m_2\| \simeq 2E_1 m_2$$