

**KOŁOKWIUM 1 - DMRF, 15 listopada 2013**

1. (8 pkt.) Dany jest model jednokrokowy, w którym stopa wolna od ryzyka wynosi  $R$ . Na rynku dostępny jest instrument ryzykowny  $S$  oraz opcje call i put (oparte o ten instrument) typu *Asset-or-nothing* o następujących wypłatach

$$C(1) = \begin{cases} S(1), & \text{gdy } S(1) > K \\ \frac{1}{2}S(1), & \text{gdy } S(1) = K \\ 0, & \text{gdy } S(1) < K \end{cases}, \quad P(1) = \begin{cases} 0, & \text{gdy } S(1) > K \\ \frac{1}{2}S(1), & \text{gdy } S(1) = K \\ S(1), & \text{gdy } S(1) < K \end{cases},$$

gdzie  $K > 0$  jest ustaloną ceną wykonania opcji.

- (a) (4 pkt.) Wyprowadzić parytet put-call dla tych opcji.
- (b) (4 pkt.) Dane są  $S(0) = 100$ ,  $R = 5\%$ . Na rynku dostępna jest w sprzedaży opcja put typu Asset-or-Nothing o cenie wykonania równej 95. Wiadomo, że cena tej opcji wynosi 35. Znajdź uczciwą cenę opcji call typu Asset-or-Nothing o tej samej cenie wykonania.
2. (8 pkt.) Dany jest model jednokrokowy dwumianowy, w którym  $S(0) = 220$ ,  $S^U = 230$ ,  $S^D = 190$ ,  $A(0) = 100$ ,  $A(1) = 105$ . W chwili  $T = 0$  inwestor wystawił jedną opcję put z ceną wykonania równą 200 i zakupił dwie opcje call z ceną wykonania równą 210. Skonstruować portfel replikujący obraną przez inwestora strategię. Ile pieniędzy potrzebował inwestor, aby móc przyjąć taką strategię?
3. (13 pkt.) Dany jest model jednokrokowy trójmianowy, w którym

$$U = 20\%, \quad M = 10\%, \quad D = -15\%, \quad R = 10\%.$$

- (a) (5 pkt.) Znaleźć ogólną postać prawdopodobieństw martyngałowych w tym modelu.
- (b) (4 pkt.) Pokazać, że dowolny osiągalny instrument pochodny w tym modelu musi spełniać zależność

$$5H^U - 7H^M + 2H^D = 0.$$

- (c) (4 pkt.) Wiadomo, że  $H^M = 4$ ,  $H^D = 9$ . Znaleźć uczciwą cenę  $H(0)$ .

4. (11 pkt.) Rozważmy następujący model dwumianowy

$$A(0) = 10, \quad A(1) = 12, \quad S(0) = 100, \quad S^U = 130, \quad S^D = 90.$$

Skonstruować strategię arbitrażową w celu pokazania, że cena opcji równa 7 nie jest odpowiednia dla europejskiej opcji put z ceną wykonania 120.