
KOŁOKWIUM 2 - DMRF, 11 luty 2014

Uwaga! Wszystkie wyniki należy podawać w postaci ułamka nieskracalnego!

- (13 pkt.) Obecny kurs dolara do złotówki wynosi $S(0) = 3$ i w momencie $T = 1$ może wzrosnąć o 10% lub zmaleć o 15% odpowiednio z prawdopodobieństwem $p = 0.4$ i $1 - p = 0.6$. Stopy wolne od ryzyka odpowiednio dla złotówki i dolara wynoszą $r_{PLN} = 5\%$, $r_{USD} = 3\%$.
 - (8 pkt.) Wycenić europejską opcję typu put na dolary, z ceną wykonania $X = 3$ i czasem wykonania $T = 1$.
 - (5 pkt.) Korzystając z parytetu put-call wyznaczyć cenę europejskiej opcji typu call na dolary, z ceną wykonania $X = 3$ i czasem wykonania $T = 1$.
- (13 pkt.) Dany niech będzie model dwumianowy, dwukrokowy, w którym $A(0) = 100$, $A(1) = 110$, $A(2) = 121$. Dynamika cen akcji opisana została w poniższej w tabelce:

ω	$S(0)$	$S(1)$	$S(2)$
ω_1	100	120	138
ω_2	100	120	114
ω_3	100	90	108
ω_4	100	90	85.5

- (7 pkt.) Wyznaczyć wartość prawdopodobieństw martynałowych Q w tym modelu.
 - (6 pkt.) Rozważmy opcję typu lookback o wypłacie $H(T) = \max\{S(t) : t \in \{0, 1, \dots, T\}\}$. Przyjmując za $T = 2$ wyznaczyć uczciwą cenę opcji w powyższym modelu.
- (19 pkt.) Rozważmy model dwumianowy, dwukrokowy. Niech $S(0) = 200$, $U = 10\%$, $D = -10\%$, $R = 5\%$, $A(0) = 100$. Niech P_A oraz C_A będą opcjami amerykańskimi odpowiednio typu put i call o czasie wykonania $T = 2$ i cenie realizacji $X = 200$.
 - (9 pkt.) Wyznaczyć bezarbitrażową cenę opcji P_A oraz wskazać optymalny moment jej realizacji.
 - (10 pkt.) Wyznaczyć strategię replikującą opcję C_A .
 - (15 pkt.) Dany jest model trójkrokowy dwumianowy, w którym stopa wolna od ryzyka wynosi $R = 10\%$. Na rynku dostępna jest akcja S wypłacająca w chwilach 1, 2, 3 dywidendy równe odpowiednio $11PLN$, $18.15PLN$, $13.31PLN$. Wiadomo, że $S(0) = 140$. W chwili $T = 0$ inwestor
 - nabył kontrakt forward F na 100 akcji S ,
 - nabył 51 europejskich opcji put P_E na akcję S z ceną wykonania $X = 173.03$,
 - sprzedał krótko 51 europejskich opcji call C_E na akcję S z ceną wykonania $X = 173.03$,
 - sprzedał krótko 1331 europejskich opcji binarnych put typu cash-or-nothing P_B na akcję S z ceną wykonania $X = 140$,
 - sprzedał krótko 1331 europejskich opcji binarnych call typu cash-or-nothing C_B na akcję S z ceną wykonania $X = 140$

Wszystkie powyższe instrumenty zapadają w chwili $T = 3$. Zakładamy, że na rynku nie występuje arbitraż.

- (5 pkt.) Wyznaczyć cenę $F(0, 3)$ kontraktu w chwili 0.
- (10 pkt.) Ile pieniędzy potrzebował inwestor aby móc przyjąć taką strategię?