

Zestaw 5 - model dwumianowy, kontrakty i opcje walutowe

1. Cena akcji wynosi 123,50 PLN, natomiast stopa wolna od ryzyka jest równa $R = 4,76\%$. Wiadomo, że w chwili $T = 1$ cena akcji wyniesie $S^U(1) = 150$ z prawdopodobieństwem $p = 0.4$ i $S^D(1) = 100$ z prawdopodobieństwem $1 - p = 0.6$. Obliczyć uczciwą cenę kontraktu forward zakładając, że akcja nie wypłaca w tym czasie dywidendy.
2. Załóżmy, że kurs spot EUR/USD wynosi 1,42. Depozyty na okres 1 roku wynoszą 3,75% dla EUR oraz 2,25% dla USD. Jaka jest cena rocznego kontraktu forward?
3. Wycenić europejską opcję typu call na dolary w modelu jednokrokovym dwumianowym, jeżeli wiadomo, że obecny kurs dolara do złotówki wynosi $S(0) = 3$ i w momencie $T = 1$ może wzrosnąć o 10% lub zmaleć o 15% odpowiednio z prawdopodobieństwem $p = 0.4$ i $1 - p = 0.6$. Wiadomo, że stopy wolne od ryzyka odpowiednio dla złotówki i dolara wynoszą $r_{PLN} = 5\%$, $r_{USD} = 3\%$. Przyjmij cenę wykonania opcji $X = 3$.
4. Wykazać następującą postać parytetu put-call dla opcji walutowych na dolary

$$C(0) - P(0) = \frac{S(0)}{1 + r_{USD}} - \frac{X}{1 - r_{PLN}}.$$

5. Wyznaczyć cenę opcji put na dolary z ceną wykonania $X = 3$ w modelu z Zadania 3.
6. Dany jest model dwumianowy jednokrokovy, w którym instrumentem ryzykownym jest kurs walutowy CUR_f/CUR_d . Stopy wolne od ryzyka dla waluty obcej i waluty krajowej wynoszą odpowiednio r_f i r_d . Zakładamy, że w modelu nie występuje arbitraż. Wykazać, że dla dowolnego instrumentu pochodnego $H(1) = h(S(1))$, gdzie $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, prawdziwa jest równość

$$H(0) = \frac{1}{1 + r_d} \mathbb{E}_Q(h(S(1))),$$

gdzie $q = \frac{r-d}{U-D}$ z $r = \frac{1+r_d}{1+r_f} - 1$.