Zestaw 6 - model dwumianowy, wielookresowy

1. Rozważmy model dwumianowy, dwukrokowy. Niech $S(0) = 100$, $U = 20\%$, $D = -10\%$, $R = 10\%$, $A(0) = 1$. Rozważ opcje typu call oraz put z ceną wykonania $X = 100$ w momencie 2. Wyznacz ceny tych opcji metodą

   (a) prawdopodobieństw martyngałowych,

   (b) strategii replikującej.

2. Dany niech będzie model dwukrokowy dwumianowy, w którym $A(0) = 1$, $A(1) = 1.1$, $A(2) = 1.21$, $S(0) = 300$, $S^U(1) = 360$, $S^D(1) = 270$, $S^{UU}(2) = 432$, $S^{UD}(2) = 324$, $S^{DU}(2) = 324$, $S^{DD}(2) = 243$. Rozważmy opcję azjatycką typu call o wypłacie

$$D(T) = \max\left\{\frac{1}{T+1}\sum_{t=0}^{T} S(t) - X, 0\right\}.$$

   Przyjmując za $T = 2$ i $X = 307$ wyznacz cenę opcji w podanym modelu metodą:

   (a) prawdopodobieństw martyngałowych,

   (b) strategii replikującej.

3. Niech $S(0) = 100$, $U = 0.2$, $D = -0.1$, $R = 0.1$, $X = 100$.

   (a) Podaj cenę w momencie 0 opcji europejskiej typu call o terminie zapadalności $N = 2$ i cenie wykonanania X.

   (b) Podaj cenę w momencie 0 opcji europejskiej typu put o terminie zapadalności $N = 4$ i cenie wykonanania X. Do wyznaczenia ceny wykorzystaj parytet put-call.

4. Dany jest model dwumianowy dwuokresowy o następujących założeniach:

   - bieżąca cena akcji wynosi $S(0) = 100$,
   - $U = 1.176$, $D = 0.85$,
   - jeden okres = 1 miesiąc,
   - stopa procentowa dla jednomiesięcznych lokat/depozytów w każdym okresie wynosi 12% (per annum).

   Wycenić opcję put o dwumiesięcznym czasie trwania i cenie wykonania równej 110.

5. Dany jest model dwumianowy trzyokresowy o następujących założeniach:

   - bieżąca cena akcji wynosi $S(0) = 100$,

- $U = 1.25$, $D = 0.80$,
- jeden okres = 3 miesiące,
- stopa procentowa dla trzymiesięcznych lokat/depozytów w każdym okresie wynosi 8% (per annum).

Wycenić opcję call o dziewięciomiesięcznym czasie trwania i cenie wykonania równej 120.

6. Rozpatrzmy europejski instrument pochodny o następującej funkcji wypłaty
$$X(T) = 100 \max(R(T) - K, 0),$$
gdzie $R(T) = \frac{S(T)-S(0)}{S(0)}$ jest stopą zwrotu z akcji w okresie $[0, T]$. Wyceń ten instrument w modelu dwumianowym trzyokresowym z następującymi założeniami:
    - bieżąca cena akcji wynosi $S(0) = 100$,
    - $U = 1.15$, $D = 0.87$,
    - jeden okres = 3 miesiące,
    - stopa procentowa dla trzymiesięcznych lokat/depozytów w każdym okresie wynosi 8% (per annum),
    - czas trwania opcji wynosi 9 miesięcy,
    - cena wykonania insturmentu wynosi $K = 7\%$.
7. Rozpatrzmy europejską opcję call. Cena wykonania opcji K zalezy od ceny akcji w chwili zapadalności opcji w następujący sposób:
$$K = \begin{cases} 30, & \text{gdy } S(T) < 30, \\ S(T), & \text{gdy } 30 \leqslant S(T) \leqslant 60, \\ 60 + \frac{1}{10}(S(T) - 60), & \text{gdy } 60 < S(T). \end{cases}$$
Wyceń ten instrument w trzyokresowym modelu dwumianowym o następujących założeniach:
    - bieżąca cena akcji wynosi $S(0) = 50$,
    - $U = 1.25$, $D = 0.80$,
    - jeden okres = 3 miesiące,
    - stopa procentowa dla trzymiesięcznych lokat/depozytów w każdym okresie wynosi 8% (per annum),
    - czas trwania opcji wynosi 9 miesięcy,
8. Rozważmy europejski instrument pochodny o następującej funkcji wypłaty
$$H(T) = \begin{cases} 0, & \text{gdy } S(T) \leqslant K, \\ S(T) - K - A, & \text{gdy } K < S(T). \end{cases}$$
Wyznacz wartość A tak aby cena tego instrumentu wynosiła 0 przy następujących danych:

- bieżąca cena akcji wynosi $S(0) = 100$,
- $U = 1.25$, $D = 0.80$,
- stopa procentowa dla trzymiesięcznych lokat/depozytów w każdym okresie wynosi 8% (per annum),
- czas trwania opcji wynosi 9 miesięcy,
- cena wykonania opcji wynosi $K = 100$.