

Zestaw 9 - instrumenty wypłacające dywidendy

1. Rozważmy model jednokrokowy, w którym stopa wolna od ryzyka wynosi R . Wykazać, że uczciwa cena kontraktu forward na akcję wypłacającą dywidendę D w chwili $T = 1$ wynosi

$$F(0, 1) = (S(0) - \frac{D}{1 + R})(1 + R).$$

2. Rozważmy model N -krokowy, w którym stopa wolna od ryzyka wynosi R . Wykazać, że uczciwa cena kontraktu forward na akcję wypłacającą dywidendy D_1, \dots, D_N w chwilach odpowiednio $1, \dots, N$ wynosi

$$F(0, N) = (S(0) - \sum_{i=1}^N \frac{D_i}{(1 + R)^i})(1 + R)^N.$$

3. Rozważmy model dziesięciokrokowy. W chwili $T = 0$ cena akcji wynosi $S(0) = 120$. Akcja wypłaci dywidendę w chwilach 8 i 9 w wysokości odpowiednio 1 i 2. Cena kontraktu forward $F(0, 10) = 129$. Stopa wolna od ryzyka wynosi $R = 0.01$. Skonstruuj strategię arbitrażową.
4. Wykazać postać parytetu put-call na akcję wypłacającą dywidendę (w wysokości D_1, \dots, D_N odpowiednio w chwilach $1, \dots, N$) w modelu N -krokowym:

$$C(0) - P(0) = S(0) - PV(D) - X(1 + R)^{-N},$$

gdzie $PV(D)$ jest wartością wypłaconych dywidend w chwili 0 (tzn. $PV(D) = \sum_{i=1}^N \frac{D_i}{(1+R)^i}$, a X ceną wykonania opcji).

5. Niech $S(0) = 120$, $U = 0.2$, $D = -0.1$ i $R = 0.1$. Rozważmy europejską opcję typu call o cenie wykonania $X = 120$ i momencie wykonania $N = 2$. Załóżmy, że akcja wypłaca w momencie 1 dywidendę równą 14. Znajdź cenę opcji i strategię replikującą.
6. Znajdź cenę europejskiej opcji put o cenie wykonania $X = 120$ i momencie wykonania $N = 2$ w modelu z zadania 5.
7. Niech $S(0) = 100$, $U = 0.2$, $D = -0.2$ i $R = 0.1$. Zakładamy, że akcja wypłaca w chwilach 1, 2, 3 dywidendy równe odpowiednio 10, 12, 4. Rozważmy instrument który w chwili 3 wypłaca

$$H(3) = \mathbf{1}_{\{S(3) > 120\}} + \mathbf{1}_{\{S(3) > 90\}}$$

Znaleźć strategię replikującą ten instrument oraz jego cenę w chwili 0.