

Zestaw 4 - Dynamic Subtraction

1. Na stole leży stos n żetonów. Pierwszy gracz może usunąć dowolną liczbę żetonów, przynajmniej jeden żeton, ale nie cały stos. Następnie gracze naprzemiennie wykonują swoje ruchy, przy czym każdy gracz może usunąć o co najwyżej dwa żetony więcej niż jego przeciwnik wziął w poprzednim ruchu. Wygrywa gracz wykonujący ostatni ruch. Jaki jest optymalny ruch dla pierwszego gracza, jeśli $n = 77$? Dla jakich n drugi gracz ma szansę wygrać?
2. Na stole leży stos n żetonów. Pierwszy gracz może usunąć dowolną liczbę żetonów, przynajmniej jeden żeton, ale nie cały stos. Następnie gracze naprzemiennie wykonują swoje ruchy, przy czym każdy gracz może usunąć o co najwyżej trzy żetony więcej niż jego przeciwnik wziął w poprzednim ruchu. Wygrywa gracz wykonujący ostatni ruch. Jaki jest optymalny ruch dla pierwszego gracza, jeśli $n = 120$? Dla jakich n drugi gracz ma szansę wygrać?
3. Na stole leży stos n żetonów. Pierwszy gracz może usunąć dowolną liczbę żetonów, przynajmniej jeden żeton, ale nie cały stos. Następnie gracze naprzemiennie wykonują swoje ruchy, przy czym każdy gracz może usunąć co najwyżej liczbę żetonów, którą jego przeciwnik wziął w poprzednim ruchu podniesioną do kwadratu. Wygrywa gracz wykonujący ostatni ruch.
 - (a) Jaki jest optymalny ruch dla pierwszego gracza, jeśli $n = 160$?
 - (b) (*) Dla jakich n drugi gracz ma szansę wygrać?¹
4. Na stole leży stos n żetonów. Pierwszy gracz może usunąć dowolną liczbę żetonów, przynajmniej jeden żeton, ale nie cały stos. Następnie gracze naprzemiennie wykonują swoje ruchy, przy czym każdy gracz może usunąć co najwyżej trzy razy więcej żetonów niż jego przeciwnik wziął w poprzednim ruchu. Wygrywa gracz wykonujący ostatni ruch.
 - (a) Jaki jest optymalny ruch dla pierwszego gracza, jeśli $n = 60$?
 - (b) (*) Dla jakich n drugi gracz ma szansę wygrać?²

¹zadanie na 3 plusy²zadanie na 4 plusy