KOLOKWIUM 1, Fizyka Medyczna
6.12.2013

1. (13 pkt.) Wykazać zbieżność lub rozbieżność następujących szeregów. W przypadku gdy nie wszystkie wyrazy szeregu są dodatnie rozstrzygnij czy szereg jest zbieżny warunkowo czy bezwzględnie.

   (a) (2 pkt.)
   $$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^{\frac{1}{n}}},$$

   (b) (3 pkt.)
   $$\sum_{n=1}^{+\infty} \arctan(n!) \ln(1+\frac{1}{\sqrt{n}}),$$

   (c) (8 pkt.)
   $$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n \ln(\ln n)}{n \ln n}.$$

2. (5 pkt.) Zbadać zbieżność punktową następującego ciągu funkcyjnego
   $$f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f_n(x) = \frac{nx}{1+nx+x^2}.$$

3. (8 pkt.) Wykazać, że następujący szereg funkcyjny jest zbieżny jednostajnie w zbiorze $X = [0, +\infty)$
   $$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n + (n+1)^n}{(2n)! + x}.$$

4. (12 pkt.) Wyznaczyć obszar zbieżności następującego szeregu, a następnie obliczyć jego sumę w każdym punkcie wyznaczonego obszaru
   $$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(n+2)(x-2)^n}{2^n}.$$

5. (12 pkt.) Rozwinąć funkcję $f(x) = \ln(x^2 - 6x + 13)$ w szereg potęgowy o środku w punkcie $x_0 = 3$. Wyznaczyć obszar zbieżności otrzymanego szeregu. Korzystając z otrzymanego rozwinięcia wyznacz $f^{(100)}(3)$ oraz $f^{(101)}(3)$.