Zestaw 3 - równania o zmiennych rozdzielonych, równania jednorodne

1. Rozwiązać równania:

   (a) $(x+2x^3)+(y+2y^3)y'=0$,

   (b) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}+\frac{y'}{\sqrt{1-y^2}}=0$,

   (c) $2x\sqrt{1-y^2}+yy'=0$,

   (d) $\tan x\sin^2 y+\cos^2 x\cot yy'=0$,

   (e) $y-xy'=a(1+x^2y')$,

   (f) $y'=2xy^2-x^2y'$,

   (g) $xy'+1=x^3-y'$,

   (h) $y^2=xy'+y$.

2. Rozwiązać równania przy zadanych warunkach początkowych:

   (a) $\begin{cases} y'=e^{-y}\sin x \\ y(0)=0 \end{cases}$,

   (b) $\begin{cases} y'=-\frac{x}{y} \\ y(1)=1 \end{cases}$,

   (c) $\begin{cases} (y^2+y)y'+y\sin x=0 \\ y(0)=1 \end{cases}$,

   (d) $\begin{cases} (1+e^x))yy'=e^x \\ y(0)=1 \end{cases}$,

   (e) $\begin{cases} xy^2+x+(x^2y-y)y'=0 \\ y(0)=1 \end{cases}$,

   (f) $\begin{cases} y'\sin x=y\ln y \\ y(\frac{\pi}{2})=1 \end{cases}$.

3. Rozwiązać równania:

   (a) $y+(2\sqrt{xy}-y)y'=0$,

   (b) $xy'-y=yy'$,

   (c) $\frac{1}{y+x}=\frac{y'}{y-x}$, $x\neq 0$,

   (d) $\frac{1}{2x^2-2xy+2y^2}=\frac{y'}{y^2-4xy}$,

   (e) $y'=\frac{1-3x-3y}{1+x+y}$,

   (f) $(2x-y+4)y'+(x-2y+5)=0$,

   (g) $(x+y)^2\frac{dy}{dx}=9$,

   (h) $\frac{dy}{dx}=(2x+y-3)^2-4x-2y+5$,

   (i) $x\frac{dy}{dx}=x+y$.

4. Rozwiązać równania przy zadanych warunkach początkowych:

   (a) $\begin{cases} 2xyy' = x^2 + y^2 \\ y(4) = 0 \end{cases}$,

   (b) $\begin{cases} xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2} \\ y(1) = 0 \end{cases}$.

5. (*) Rozwiązać równanie $(y + x)^2 \frac{dy}{dx} - 2y = 0$.