

Zestaw 6 - równania liniowe wyższych rzędów

1. Rozwiązać równania:

- (a) $y'' - 5y' + 6y = 0$,
- (b) $y'' - 4y' + 4y = 0$,
- (c) $y'' + 9y = 0$,
- (d) $y^{(3)} - 6y'' + 12y' - 8y = 0$,
- (e) $y^{(3)} - 7y'' + 16y' - 12y = 0$,
- (f) $y^{(4)} + 2y'' - 8y' + 5y = 0$,
- (g) $y^{(4)} + 8y'' + 16y = 0$,
- (h) $y^{(4)} + 2y''' + 3y'' + 2y' + y = 0$,
- (i) $y^{(5)} + y^{(4)} + 2y''' + 2y'' + y' + y = 0$,
- (j) $y^{(6)} + 2y^{(4)} + y^{(2)} = 0$.

2. Wykorzystując metodę przewidywań rozwiązać równania:

- (a) $y'' - y = t^2 - t + 1$,
- (b) $y'' - 4y' = -12t^2 + 6t + 4$,
- (c) $y'' - 2y' + y = 4e^t$,
- (d) $y''' + 6y'' + 12y' + 8y = 3e^{-2t}$,
- (e) $y''' - y' = -3t + 1$,
- (f) $y'' - y' + y = -13 \sin 2t$,
- (g) $y'' + 4y = \sin 2t$,
- (h) $y''' - y'' + 4y' - 4y = 3e^{2t} - 4 \sin 2t$,
- (i) $y^{(4)} - y = 4 \sin t - 8e^{-t} + 1$,
- (j) $y'' + 4y = \cos^2 t$,
- (k) $y'' + y = \sin t \cos 3t$.

3. Wykorzystując metodę uzmienniania stałych rozwiązać równania:

- (a) $y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2t}$,
- (b) $y'' - 2y' + y = \frac{t^2 + 2t + 2}{t^3}$,
- (c) $y'' - y' = \frac{2-t}{t^3} e^t$,
- (d) $y'''' + y' = \frac{\sin t}{\cos^2 t}$.

4. Znaleźć całkę szczególną spełniającą warunki początkowe lub brzegowe:

- (a) $y'' + 4y = \sin 2t$, $y(0) = y'(0) = 0$,
- (b) $y'' - y = t$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$,

$$(c) \quad y'' + 4y' + 4y = 3e^{-2t}, \quad y(0) = y'(0) = 0,$$

$$(d) \quad y''' - y' = 0, \quad y(2) = 1, \quad y'(2) = y''(2) = 0,$$

$$(e) \quad y^{(5)} + 6y^{(4)} - 3y''' = 0, \quad y(1) = y'(1) = y''(1) = y'''(1) = y^{(4)}(1) = 0,$$

$$(f) \quad y'' + y = 0, \quad y(0) = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,$$

$$(g) \quad y'' + y = t, \quad y(0) = 1, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2},$$

$$(h) \quad y'' - y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = \frac{e^2+1}{2e}.$$