

Zestaw 7 - układy równań liniowych, metoda szeregów potęgowych

1. Rozwiązać układy $x' = Ax$, gdy:

$$(a) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$(b) A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 6 & -6 & 5 \end{bmatrix}$$

$$(c) A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(d) A = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 \\ -3 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(e) A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Rozwiązać układ $x' = Ax$ przy zadanych warunkach początkowych:

$$(a) A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$(b) A = \begin{bmatrix} 21 & -8 & -19 \\ 18 & -7 & -15 \\ 16 & -6 & -15 \end{bmatrix}, x(0) = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$(c) A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & -4 \\ -12 & 5 & 12 \\ 10 & -3 & -9 \end{bmatrix}, x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(d) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -6 & 2 & 6 \\ 4 & -1 & -4 \end{bmatrix}, x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3. Znaleźć całkę ogólną układu niejednorodnego:

$$(a) \begin{cases} \frac{dx}{dt} - y = \cos t \\ \frac{dy}{dt} = 1 - x \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} \frac{dx}{dt} + 5x + y = e^t \\ \frac{dy}{dt} + 3y - x = e^{2t} \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y - 2z - t + 2 \\ \frac{dy}{dt} = x + 1 \\ \frac{dz}{dt} = x + y - z - t + 1 \end{cases}$$

4. Stosując metodę szeregów potegowych znaleźć rozwiązania następujących równań:

(a) $y' + y = 1 + x,$

(b) $xy' - y = x^2e^x.$