Zestaw 5 - całki powierzchniowe niezorientowane

1. Obliczyć całkę powierzchniową niezorientowaną (po danym płacie powierzchni):

   (a) $\iint\limits_{\sigma} dS$, gdzie σ jest częścią powierzchni $x + y + z = 1$ leżącą w pierwszej ósemce przestrzeni,

   (b) $\iint\limits_{\sigma} (x^2+y^2)dS$, gdzie σ jest powierzchnią daną równaniem $\sqrt{x^2 + y^2} = z$, gdzie $z \leq 1$,

   (c) $\iint\limits_{\sigma} (6x+4y+3z)dS$, gdzie σ jest częścią powierzchni $x+2y+3x = 6$ położoną w pierwszej ósemce przestrzeni,

   (d) $\iint\limits_{T} xds$, gdzie T jest powierzchnią $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, dla $z \geq 0$,

   (e) $\iint\limits_{W} (y + z + \sqrt{a^2 - x^2})dS$, gdzie W jest powierzchnią $x^2 + y^2 = a^2$, zawartą między płaszczyznami $z = 0$ i $z = h$,

   (f) $\iint\limits_{S} (x + y^2 + z^2)dS$, gdzie S jest częścią powierzchni $x = y^2 + z^2$ wyciętej walcem $y^2 + z^2 = 4$,

   (g) $\iint\limits_{S} zdS$, gdzie S jest powierzchnią $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $R > 0$ i $z \geq 0$.

2. Obliczyć masę płata powierzchniowego S o gęstości ρ wiedząc, że

   (a) S jest cześcią powierzchni $2x+y+5z-15 = 0$ zawartą w pierwszej ósemce, oraz $\rho(x, y, z) = 3x + 2y + 5z$,

   (b) S jest powierzchnią kuli o promieniu r, oraz $\rho(x, y, z) = x^2$,

   (c) S jest cześcią powierzchni $z = \frac{x^2+y^2}{2}$ położonej między płaszczyznami $z = 0$ i $z = 1$, oraz $\rho(x, y, z) = z$,

   (d) S jest cześcią powierzchni $z = x^2 + y^2$ położonej pod płaszczyzną $z = 1$, oraz $\rho(x, y, z) = |xyz|$,

   (e) S jest cześcią powierzchni

   $$x = u \cos v,\ y = u \sin v,\ z = v,\ (u, v) \in [0, a] \times [0, 2\pi],$$

   oraz $\rho(x, y, z) = z$.