Zestaw 9 - funkcja uwikłana i jej ekstrema.

1. Znaleźć pierwsze pochodne funkcji uwikłanych $y = y(x)$ określonych równaniami:

   (a) $y^3 - 4xy + x^2 = 0$,

   (b) $5x^2y^4 - 4y^2 + x^2 \sin y - 10 = 0$,

   (c) $a^y - x^2 = 0$, gdzie $a > 0,\ a \neq 1$,

   (d) $x^3y - xy^3 = a^4$, gdzie $a \in \mathbb{R}$,

   (e) $xe^y + ye^x - e^{xy} = 0$.

2. Znaleźć drugie pochodne funkcji uwikłanych $y = y(x)$ określonych równaniami:

   (a) $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$,

   (b) $e^{2x-3y} - 10 = 0$,

   (c) $x - y + \ln y = 0$.

3. Znaleźć $y''(0)$ wiedząc, że $y = y(x)$ jest funkcją uwikłaną zadaną równaniem $x^2 - xy + 2y^2 + x - y - 1 = 0$ i taką, że $y(0) = 1$.

4. Niech $y = y(x)$ będzie funkcją uwikłaną zadaną równaniem $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 2 = 0$. Wiedząc, że $y(1) = 1$ wyznaczyć $y^{(3)}(1)$.

5. Znaleźć współczynnik kierunkowy stycznej do krzywej $x^2 + y^2 = 10y$ w punkcie (ew. punktach) jej przecięcia z prostą $x = 2$.

6. Znaleźć punkty, w których styczna do krzywej $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 2$ jest równoległa do osi:

   (a) OX,

   (b) OY.

7. Zbadać ekstrema funkcji uwikłanej $y = y(x)$ danej równaniem:

   (a) $y^4 - 8xy - 4y + 8x^2 = 0$,

   (b) $x^2 - 2x - 2y + y^2 + 1 = 0$,

   (c) $x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x + 1 = 0$,

   (d) $x^2 + 2xy + y^2 - 4y - \frac{1}{4} = 0$,

   (e) $x^5 + y^4 - 4xy^2 = 0$.