KOLOKWIUM 1 - Ryzyko Kredytowe, 24 listopada 2014

1. (10 pkt.) Wiadomo, że moment bankructwa τ ma rozkład ciągły z gęstością wyrażającą się wzorem
$$f(x) = \frac{x}{\lambda^2} e^{-\frac{x^2}{2\lambda^2}}, \text{ dla } x > 0,$$
gdzie $\lambda > 0$. Znaleźć prawdopodobieństwo przeżycia do czasu t, funkcję hazardu i stopę hazardu (o ile istnieje).

2. (10 pkt.) Na przestrzeni probabilistycznej $([0,1], \mathcal{B}([0,1]), \lambda)$ zdefiniować zmienną losową (uzasadnić, że jest to zmienna losowa i że spełnia niżej podaną własność!), której dystrybuanta będzie wyrażać się wzorem
$$F(x) = \frac{4}{\pi} \arctan e^x - 1, \text{ dla } x > 0.$$

3. (10 pkt.) Wiadomo, że stopa hazardu γ jest stała na przedziałach $[0,1)$ i $[1,2]$. Wiedząc, że $D(0,1) = 0.74$, $D(0,2) = 0.64$, $r = 5\%$ znaleźć $D(0, \frac{7}{4})$.

4. (10 pkt.) Niech τ będzie momentem bankructwa określonym na przestrzeni probabilistycznej $([0,1], \mathcal{B}([0,1]), \lambda)$ wzorem
$$\tau(\omega) = F(\omega),$$
gdzie $F : [0,1] \to [0,\infty]$ - jest ściśle rosnącą ciągłą suriekcją. Znaleźć $\mathcal{I}_\infty$.

5. (10 pkt.) Niech τ będzie momentem bakructwa o dystrybuancie F spełniającej własność
$$F(s) < 1, \text{ dla wszystkich } s > 0.$$
Wykazać, że dla dowolnego $t > 0$ zmienna losowa τ nie jest $\mathcal{I}_t$ - mierzalna.