Zestaw 5 - równania liniowe I rzędu, równania Bernoulliego

1. Rozwiązać równania:

   (a) $y' + y = \sin t$,

   (b) $y' + 2ty = e^{-t^2}$,

   (c) $ty' - 2y = t^3 \sin t$,

   (d) $ty + e^t - ty' = 0$,

   (e) $y' - y = t$,

   (f) $\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = x^3$,

   (g) $y' - y \tan x = \frac{1}{\cos x}$,

   (h) $(1 + y^2)dx = (\sqrt{1 + y^2} \sin y - xy)dy$.

2. Rozwiązać problem początkowy Cauchy'ego:

   (a) $y' + y = 1$, $y(0) = 2$,

   (b) $y' + y \tan x = \frac{1}{\cos x}$, $y(0) = 0$,

   (c) $xy' + y = xe^{x^2}$, $y(1) = 2$,

   (d) $y' + \frac{y}{x} = x$, $y(-1) = 1$,

   (e) $y' = 2y + e^x - x$, $y(0) = \frac{1}{4}$,

   (f) $xy' + 2y = \cos x$, $y(\frac{\pi}{2}) = 0$,

   (g) $xy' + y = x\sqrt{x}$, $y(1) = 2$,

   (h) $xy' + y - e^x = 0$, $y(a) = b$,

   (i) $y' - \frac{y}{1-x^2} - 1 - x = 0$, $y(0) = 0$.

3. Rozwiązać równania:

   (a) $y' + y = y^2$,

   (b) $3y' - y = \frac{x}{y^2}$,

   (c) $y' - \frac{y}{2} = -\frac{2x}{y}$,

   (d) $dy = (y^2 e^x - y)dx$,

   (e) $x^3 y' - 2xy = y^3$,

   (f) $\frac{dy}{dx} + y + y^2 \sin x = 0$,

   (g) $\frac{dy}{dx} + xy = xy^3$,

   (h) $x\frac{dy}{dx} - y = y^2$,

   (i) $\frac{dy}{dx} - \frac{xy}{2(x^2-1)} = \frac{x}{2y}$. Znaleźć krzywą całkową przechodzącą przez punkt $(0, 1)$,

   (j) $x^2 y^2 \frac{dy}{dx} = xy^3 = a^2$, $a \in \mathbb{R}$,

   (k) $(\frac{x^2}{y} - y^3)\frac{dy}{dx} = x$,

(l) $2xy\frac{dy}{dx} + x = y^2$,

(m) $\frac{dy}{dx}\frac{1}{\sqrt{y}} + 4\sqrt{y}x = 2xe^{-x^2}$.

4. Rozwiązać problem początkowy Cauchy'ego:

   (a) $y' = y - \sqrt{y}$, $y(0) = 4$,

   (b) $y' - y\cos x = y^2 \cos x$, $y(0) = 1$,

   (c) $xy' - y^2 \ln x + y = 0$, $y(e) = 1$,

   (d) $y' + 4x^3y^3 + 2xy = 0$, $y(0) = 1$.