
KOŁOKWIUM 1 - Ryzyko Kredytowe, 20 listopada 2015

1. (12 pkt.) Dany jest model dwumianowy z następującymi parametrami:

$$V(0) = 100, T = 2, R = 10\%, U = 20\%, D = -20\%.$$

(W poniższych podpunktach wyniki należy podać z dokładnością do 2 miejsc po przecinku).

- (a) Wiedząc, że $E(0) = 20$ znaleźć F .
- (b) Wiedząc, że rzeczywiste prawdopodobieństwo wzrostu wartości firmy wynosi $p = 0.9$ znaleźć μ_D oraz σ_D .
2. (10 pkt.) Wiadomo, że moment bankructwa τ ma rozkład ciągły z gęstością wyrażającą się wzorem

$$f(x) = \frac{2x\alpha^2}{(x^2 + \alpha^2)^2}, \text{ dla } x > 0,$$

gdzie $\alpha > 0$. Znaleźć prawdopodobieństwo przeżycia do czasu t , funkcję hazardu i stopę hazardu (o ile istnieje).

3. (8 pkt.) Wykazać, że $(\mathcal{I}_t)_{t \geq 0}$ jest najmniejszą filtracją względem której τ jest momentem stopu.
4. (10 pkt.) Niech X będzie całkowalną zmienną losową. Wykazać, że dla wszystkich $t \geq 0$ zachodzi równość

$$\mathbb{E}_P(X \mathbb{1}_{\{t < \tau\}} | \mathcal{I}_t) = \mathbb{1}_{\{t < \tau\}} \frac{\mathbb{E}_P(X \mathbb{1}_{\{t < \tau\}})}{\mathbb{P}(t < \tau)}.$$