

Zestaw 7

Współczynnik beta.

Model CAPM. Ryzyko systematyczne i specyficzne. Dywersyfikacja.

1. Niech $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_n)$ będzie portfelem złożonym z n walorów. Przez β_i oznaczmy współczynnik Beta i -tego waloru, natomiast przez $\beta_{\mathbf{w}}$ - Betę całego portfela. Wykaż, że prawdziwa jest następująca równość

$$\beta_{\mathbf{w}} = w_1\beta_1 + \dots + w_n\beta_n.$$

2. (*Egzamin na doradcę inwestycyjnego, I etap, 2010*) Portfel inwestycyjny składa się z 5 akcji (od A1 do A5). Współczynnik beta dla portfela wynosi 1,7. Każda z akcji ma równy wartościowy udział w portfelu. Współczynnik beta dla akcji A1 wynosi 1,8. Akcja A1 została sprzedana i w jej miejsce została zakupiona akcja X. Ile powinien wynieść współczynnik beta dla nowo zakupionej akcji X, aby współczynnik beta dla portfela osiągnął poziom 1,6?

- (a) 1,1;
- (b) 1,2;
- (c) 1,3;
- (d) 1,4.

3. (*Egzamin na doradcę inwestycyjnego, I etap, 2016*) Odchylenie standardowe stóp zwrotu z akcji spółki Gerber S.A. oraz z portfela rynkowego wynoszą odpowiednio 0,2 i 0,1. Współczynnik korelacji obu stóp zwrotu jest równy 0,5. Oblicz wartość współczynnika beta dla akcji spółki Gerber S.A. Wskaż najbliższą liczbę.

- (a) 0.8;
- (b) 0.85;
- (c) 0.87;
- (d) 1,0.

4. (*Egzamin na doradcę inwestycyjnego, I etap, 2016*) Na rynku występują jedynie akcje dwóch spółek Alfa i Omega. Cena jednej akcji spółki Alfa wynosi 30 PLN. Liczba akcji spółki Alfa równa jest 10000. Współczynnik beta akcji spółki Alfa wynosi 1,1. Cena jednej akcji spółki Omega wynosi 10 PLN. Liczba akcji spółki Omega jest równa 20000. Na podstawie powyższych danych określ, która z poniższych wartości jest najbliższa wartości współczynnika beta dla akcji spółki Omega.

- (a) 0,50;
- (b) 0,85;
- (c) 1,20;
- (d) 1,85.

5. (*Egzamin na doradcę inwestycyjnego, I etap, 2010*) Załóż, że na rynku kapitałowym istnieją jedynie akcje dwóch spółek: A i B. Kapitalizacja spółki A jest trzykrotnie wyższą od kapitalizacji spółki B. Odchylenie standardowe stopy zwrotu z akcji spółki A wynosi 30%, zaś odchylenie standardowe stopy zwrotu z akcji spółki B wynosi 50%. Współczynnik korelacji pomiędzy stopami zwrotu wynosi 0,7. Na podstawie powyższych danych określ, której z poniższych wartości jest najbliższa wartość współczynnika beta akcji spółki B.
- (a) 0.75;
 - (b) 0.89;
 - (c) 0.94;
 - (d) 1.34.
6. (*Egzamin na doradcę inwestycyjnego, I etap, 2001*) Załóż, że na rynku kapitałowym istnieją jedynie dwie akcje A i B o współczynniku $\text{Beta}_A=0,83$, oraz $\text{Beta}_B=1,34$. Kapitalizacja akcji A jest dwukrotnie większa, aniżeli kapitalizacji akcji B. Kowariancja pomiędzy stopami zwrotu z akcji A oraz akcji B wynosi 0,105 zaś wariancja stopy zwrotu z portfela rynkowego 0,11444. Ile wynosi odchylenie standardowe stopy zwrotu z akcji A?
- (a) 0,08;
 - (b) 0,21;
 - (c) 0,30;
 - (d) 0,50.
7. (*Egzamin na doradcę inwestycyjnego, I etap, 2013*) Współczynnik beta akcji spółki ETA wynosi 1,3, a stopa zwrotu z portfela rynkowego 9%. Jeżeli oczekiwana stopa zwrotu z akcji spółki ETA wynosi 10,8%, to oszacuj wartość stopy wolnej od ryzyka. (przyjmij, że spełnione są warunki dla stosowania modelu CAPM).
- (a) 2%;
 - (b) 3%;
 - (c) 4%;
 - (d) 5%.
8. (*Egzamin na doradcę inwestycyjnego, I etap, 2016*) Za pomocą modelu CAPM oszacuj wielkość stopy zwrotu z akcji Y, wiedząc, że współczynnik beta tej akcji wynosi 1,3. Przyjmij, że wartość stopy wolnej od ryzyka wynosi 3%, a stopy zwrotu z portfela rynkowego 9%.
- (a) 10,8%;
 - (b) 12,8%;
 - (c) 14,8%;

- (d) 16,8%.
9. (*Egzamin na doradcę inwestycyjnego, I etap, 2016*) Oczekiwana stopa zwrotu z portfela rynkowego wynosi 16% rocznie i charakteryzuje się zmiennością liczoną odchyleniem standardowym w wysokości 0,30. Stopa zwrotu z aktywów wolnych od ryzyka równa jest 5% rocznie. Odchylenie standardowe stopy zwrotu z akcji spółki Gamma wynosi 0,40. Współczynnik korelacji między stopami zwrotu z portfela rynkowego oraz z akcji spółki Gamma jest równy 0,60. Na rynku spełnione są założenia modelu wyceny aktywów kapitałowych. Wskaż, która z poniższych wartości jest najbliższa wartości stopy zwrotu z akcji spółki Gamma.
- (a) 9%;
(b) 12%;
(c) 13,8%;
(d) 18,2%.
10. (*Egzamin na doradcę inwestycyjnego, I etap, 2016*) Współczynnik korelacji pomiędzy stopą zwrotu z akcji spółki X, a portfelem rynkowym wynosi 1. Oczekiwana stopa zwrotu z akcji X wynosi 9%, oczekiwana stopa zwrotu z portfela rynkowego wynosi 11%, zaś stopa zwrotu z aktywów wolnych od ryzyka wynosi 3%. Na podstawie powyższych danych określ, której z poniższych wartości jest najbliższa wartość współczynnika beta akcji spółki X, jeśli rynek znajduje się w stanie równowagi opisanej modelem wyceny aktywów kapitałowych (CAPM).
- (a) 0,75;
(b) 0,82;
(c) 0,93;
(d) 1,00.
11. (*Egzamin na doradcę inwestycyjnego, I etap, 2013*) Kowariancja stopy zwrotu z inwestycji w akcje spółki Epsilon i stopy zwrotu z portfela rynkowego jest równa 0,045. Stopa wolna od ryzyka wynosi 8% w skali rocznej. Wartość oczekiwana stopy zwrotu z portfela rynkowego jest równa 12%, a jej odchylenie standardowe 15%. Oszacuj wartość oczekiwaną stopy zwrotu z inwestycji w akcje spółki Epsilon.
- (a) 13%;
(b) 15%;
(c) 16%;
(d) 18%.
12. (*Egzamin na doradcę inwestycyjnego, I etap, 2010*) Portfel rynkowy charakteryzuje się następującymi parametrami: oczekiwana stopa zwrotu wynosi 0,18 i wariancja stopy zwrotu jest równa 0,07. Oczekiwana

stopa zwrotu z akcji spółki A wynosi 0,24. Stopa zwrotu z aktywów wolnych od ryzyka jest równa 0,04 rocznie. Rynek znajduje się w stanie równowagi. Dla tych danych wyznacz kowariancję między stopą zwrotu z portfela rynkowego i stopą zwrotu z portfela akcji spółki A.

- (a) 0,01;
- (b) 0,10;
- (c) 0,12;
- (d) 0,14.

13. (*Egzamin na doradcę inwestycyjnego, I etap, 2016*) Oczekiwana stopa zwrotu z portfela rynkowego wynosi 18%, a odchylenie standardowe tej stopy zwrotu równe jest 0,3. Stopa zwrotu z inwestycji wolnych od ryzyka wynosi 3% rocznie. Odchylenie standardowe stopy zwrotu z akcji spółki X wynosi 0,2 oraz kowariancja między stopą zwrotu z portfela rynkowego oraz z akcji spółki X jest równa 0,12. Wyznacz wartość kosztu kapitału własnego dla spółki X. Wskaż najbliższą liczbę.

- (a) 15%;
- (b) 17%;
- (c) 23%;
- (d) 27%.

14. Zakładamy, że oczekiwana stopa zwrotu z portfela rynkowego wynosi $\mu_m = 15\%$, oraz że Bety trzech walorów wynoszą $\beta_1 = 0.7$, $\beta_2 = 0.3$, $\beta_3 = 1.6$. Szacujemy, że inwestycja w portfel o wagach $\mathbf{w} = (w_1, w_2, w_3)$ z $w_1 = 0.3$, $w_2 = 0.3$, $w_3 = 0.4$ przyniesie nam zwrot w wysokości 13%. Czy powinniśmy zainwestować w ten portfel, jeżeli stopa wolna od ryzyka wynosi $r = 5\%$, a naszą decyzję podejmujemy w oparciu o model CAPM?

15. (*Egzamin na doradcę inwestycyjnego, I etap, 1999*) Wariancja stopy zwrotu z portfela rynkowego wynosi 0,0100. Ile wynosi odchylenie standardowe dobrze zdywersyfikowanego portfela akcji o współczynniku Beta=1,5?

- (a) 0,10;
- (b) 0,15;
- (c) jest wyższe od 0,15;
- (d) może być niższe od 0,10.

16. (*Egzamin na doradcę inwestycyjnego, I etap, 2016*) Odchylenie standardowe stóp zwrotu z akcji spółki Jota wynosi 5,3%, a odchylenie standardowe składników resztowych 1,89%. Oszacuj wartość współczynnika beta dla tych akcji, jeżeli odchylenie standardowe stopy zwrotu z portfela rynkowego wynosi 6,4%. Wskaż najbliższą liczbę.

- (a) 67%;
 - (b) 77%;
 - (c) 83%;
 - (d) 87%.
17. (*Egzamin na doradcę inwestycyjnego, I etap, 2016*) Odchylenie standardowe stopy zwrotu z portfela rynkowego wynosi 1,5%. W Twoim portfelu znajdują się akcje trzech spółek: Phi, Chi i Psi. Udziały tych spółek w portfelu wynoszą odpowiednio 30%, 20% i 50%, a ich współczynniki beta odpowiednio: -1,25, 0,85, -0,20. Oszacuj wartość odchylenia standardowego stopy zwrotu z portfela inwestora. Pomiń ryzyko niesystematyczne. Wskaż najbliższą liczbę.
- (a) 0.667%;
 - (b) 1.05%;
 - (c) 1.45%;
 - (d) 2.245%.
18. (*Egzamin na doradcę inwestycyjnego, I etap, 2016*) Odchylenie standardowe stopy zwrotu z inwestycji wynoszą odpowiednio: z portfela rynkowego 0,2, a z akcji spółki Girsu 0,5. Kowariancja między stopami zwrotu z portfela rynkowego i akcji spółki Girsu równa jest 0,08. Wyznacz, jaką część całkowitego ryzyka mierzonego wariancją stopy zwrotu z akcji spółki Girsu stanowi ryzyko niestystematyczne. Wskaż najbliższą liczbę.
- (a) 0.36;
 - (b) 0.60;
 - (c) 0.86;
 - (d) 0,95.
19. (*Egzamin na doradcę inwestycyjnego, I etap, 2001*) Załóż, że współczynnik korelacji pomiędzy stopą zwrotu z akcji A, a stopą zwrotu z portfela rynkowego wynosi 0,8. Na podstawie powyższej danej określ, jaką część całkowitego ryzyka stopy zwrotu z akcji A stanowi ryzyko niesystematyczne
- (a) 20%;
 - (b) 36%;
 - (c) 64%;
 - (d) 80%.
20. (*Egzamin na doradcę inwestycyjnego, II etap, 2017*) Załóż, że na efektywnym rynku kapitałowym notowane są akcje jedynie dwóch spółek: spółki A oraz spółki B. Kapitalizacja (rynkowa wartość wszystkich akcji) obydwu tych spółek jest jednakowa. Oczekiwana stopa zwrotu z

akcji spółki A wynosi 19%, zaś oczekiwana stopa zwrotu z akcji spółki B wynosi 14%. Odchylenie standardowe stopy zwrotu z akcji spółki A wynosi 30%, zaś odchylenie standardowe stopy zwrotu z akcji spółki B wynosi 20%. Współczynnik korelacji pomiędzy stopą zwrotu z akcji spółki A oraz stopą zwrotu z akcji spółki B wynosi 0,5. Stopa zwrotu z aktywów wolnych od ryzyka wynosi 3%, przy czym inwestorzy mogą udzielać pożyczek przy tej stopie, nie jest natomiast możliwe zaciąganie pożyczek przy stopie zwrotu z aktywów wolnych od ryzyka. Dopuszczalne jest natomiast zajmowanie zarówno długich, jak i krótkich pozycji w akcjach (krótka sprzedaż).

- (a) Wyznacz równanie prostej ukazującej relację pomiędzy oczekiwaną stopą zwrotu a ryzykiem mierzonym odchyleniem standardowym, na której leży odcinek zawierający efektywne portfele złożone w części z akcji, w części zaś z aktywów wolnych od ryzyka.
 - (b) Wyznacz równanie prostej ukazującej relację pomiędzy oczekiwaną stopą zwrotu a ryzykiem mierzonym współczynnikiem beta, na której, w warunkach równowagi rynkowej, leżą portfele złożone wyłącznie z akcji.
 - (c) Wyznacz równanie prostej ukazującej relację pomiędzy oczekiwaną stopą zwrotu a ryzykiem mierzonym współczynnikiem beta, na której, w warunkach równowagi rynkowej, leży odcinek zawierający efektywne portfele złożone w części z akcji, w części zaś z aktywów wolnych od ryzyka.
 - (d) Zaprezentuj rozwiązania zadań w pkt. (b) oraz (c) na szkicu pogładowym w układzie współrzędnych: oczekiwana stopa zwrotu (oś rzędnych), współczynnik beta (oś odciętych). Podaj współrzędne punktów, które uznajesz za istotne dla rozwiązania i uzasadnij wybór tych punktów.
21. (*Egzamin na doradcę inwestycyjnego, II etap, 2014*) Załóż, że na rynku kapitałowym istnieją jedynie 3 rodzaje aktywów: aktywa wolne od ryzyka, akcje spółki A oraz akcje spółki B. Roczna stopa zwrotu z aktywów wolnych od ryzyka wynosi 0,02, oczekiwana roczna stopa zwrotu z akcji spółki A wynosi 0,10, zaś oczekiwana roczna stopa zwrotu z akcji spółki B wynosi 0,14. Odchylenie standardowe rocznej stopy zwrotu z akcji spółki A wynosi 0,30, zaś odchylenie standardowe rocznej stopy zwrotu z akcji spółki B wynosi 0,50. Współczynnik korelacji pomiędzy roczną stopą zwrotu z akcji spółki A oraz roczną stopą zwrotu z akcji spółki B wynosi 0,7. Na rynku panuje równowaga opisana modelem CAPM w warunkach, w których możliwe jest zajmowanie długiej pozycji w aktywach wolnych od ryzyka, niemożliwe zaś zajmowanie krótkiej pozycji w takich aktywach (czyli możliwe jest udzielanie pożyczek wolnych od ryzyka przy braku możliwości ich zaciągania). W akcjach można natomiast zajmować pozycje zarówno długie jak i krótkie. Działający na opisanym rynku inwestor X zakłada, że kapitalizacja (rynkowa wartość wszystkich akcji) spółki A jest dwukrotnie wyższa aniżeli kapitalizacja

spółki B, zaś działający na tym rynku inwestor Y zakłada, że kapitalizacja spółki A jest taka sama, jak kapitalizacja spółki B. Na podstawie powyższych informacji, przedstawiając obliczenia, wykonaj wymienione poniżej polecenia. odpowiedz na poniższe pytania.

- (a) Określ, ile wynosi ryzyko systematyczne akcji spółki A przy założeniach przyjętych przez inwestora X;
- (b) Określ, ile wynosi ryzyko systematyczne akcji spółki B przy założeniach przyjętych przez inwestora Y;
- (c) Wyznacz równanie linii rynku papierów wartościowych (ang. Security Market Line) przy założeniach przyjętych przez inwestora X oraz przy założeniach przyjętych przez inwestora Y;
- (d) Określ, ile w warunkach opisanej równowagi rynkowej wynosi współczynnik beta efektywnego portfela o oczekiwanej rocznej stopie zwrotu wynoszącej 0,06, złożonego z akcji spółki A, akcji spółki B oraz aktywów wolnych od ryzyka, przy założeniach przyjętych przez inwestora Y.

22. (*Egzamin na doradcę inwestycyjnego, II etap, 2014*) Załóż, że na rynku kapitałowym istnieją jedynie 3 rodzaje aktywów: akcje spółki A, akcje spółki B oraz aktywa wolne od ryzyka. Oczekiwana roczna stopa zwrotu z akcji spółki A wynosi 30%, a jej ryzyko całkowite mierzone wariancją stopy zwrotu wynosi 0,0081, oczekiwana roczna stopa zwrotu z akcji spółki B wynosi 20%, a jej ryzyko całkowite mierzone wariancją stopy zwrotu wynosi 0,0025, zaś roczna stopa zwrotu z aktywów wolnych od ryzyka wynosi 10%. Oczekiwana roczna stopa zwrotu z portfela rynkowego wynosi 27,5%, zaś jego ryzyko całkowite mierzone wariancją stopy zwrotu wynosi 0,0047125. Wiedząc, że rynek znajduje się w stanie równowagi, w której właściwym modelem równowagi jest model CAPM w wersji, która dopuszcza kupno aktywów wolnych od ryzyka, zaś nie dopuszcza krótkiej sprzedaży takich aktywów, jednak dopuszcza zarówno kupno, jak i krótką sprzedaż akcji, odpowiedz na poniższe pytania.

- (a) Ile wynosi ryzyko specyficzne akcji spółki A oraz akcji spółki B mierzone wariancją resztową?
- (b) Ile wynosi oczekiwana roczna stopa zwrotu z efektywnego portfela złożonego zarówno z aktywów wolnych od ryzyka, jak również z akcji spółki A oraz akcji spółki B o współczynniku Beta równym 0,4?
- (c) Wiedząc, że portfel Z jest portfelem efektywnym, złożonym jedynie z akcji spółki A i z akcji spółki B o oczekiwanej rocznej stopie zwrotu 26%, zaś portfel K jest portfelem efektywnym złożonym z akcji spółki A, akcji spółki B oraz aktywów wolnych od ryzyka o oczekiwanej rocznej stopie zwrotu 18% określ, ile wynosi kowariancja stopy zwrotu z portfela Z ze stopą zwrotu z portfela K.

23. Przypuśćmy, że spełnione są założenia modelu CAPM. Wykaż, że dla każdego portfela \mathbf{w} leżącego na prostej CML, zachodzi

$$\sigma_{\mathbf{w}} = \beta_{\mathbf{w}} \sigma_{MP}.$$