

IMIĘ I NAZWISKO , numer indeksu

**WMS, DMRF
- KOŁOKWIUM I -
29 listopada 2019**

Czas: 135 min.

1. (16 pkt) Dany jest model jednokrokowy trójmianowy z jedną akcją, w którym $S(0) = 100$, $A(0) = 100$ oraz

$$S^u = 120, S^m = 110, S^d = 85, A(1) = 110.$$

- (a) (4 pkt) Znaleźć ogólną postać prawdopodobieństw martyngałowych w tym modelu.

- (b) (4 pkt) Wyznaczyć przedział bezarbitrażowy dla instrumentu pochodnego H o wypłacie zadanej przez wektor (H^u, H^m, H^d) .

IMIĘ I NAZWISKO , numer indeksu

(c) (2 pkt) Pokazać, że dowolny osiągalny instrument pochodny w tym modelu musi spełniać zależność

$$5H^u - 7H^m + 2H^d = 0.$$

(d) (2 pkt) Wiadomo, że dla pewnego instrumentu osiągalnego H wypłata w scenariuszu m wynosi $H^m = 4$. Znaleźć uczciwą cenę $H(0)$.

(e) (4 pkt) Znaleźć wszystkie możliwe wartości K , dla których opcja put z ceną wykonania K jest w tym modelu osiągalna.

IMIĘ I NAZWISKO , numer indeksu

2. (14 pkt) W chwili $t = 0$ inwestor zgłosił funduszowi hedgingowemu chęć zakupu pakietu opcji na akcję S spółki $KGHM$: na pakiet ten miałyby się składać dwie europejskie opcje put z ceną wykonania równą $K_1 = 200$ o terminie zapadalności $T = 1$ oraz trzy europejskie opcje call typu Asset-Or-Nothing o wypłacie

$$H(T) = \begin{cases} S(T), & \text{gdy } S(T) > K \\ \frac{1}{2}S(T), & \text{gdy } S(T) = K \\ 0, & \text{gdy } S(T) < K \end{cases}$$

z ceną wykonania $K = 210$ i tym samym terminem zapadalności $T = 1$. Analitycy funduszu zakładają, że właściwym modelem rynku jest model jednokrokowy dwumianowy, w którym $S(0) = 200$, $U = 20\%$, $D = -10\%$, $A(0) = 100$, $R = 5\%$.

- (a) (4 pkt) Opisz na czym polega ryzyko funduszu w przypadku wystawienia takiego pakietu opcji.

- (b) (6 pkt) Wykorzystując przyjęty przez fundusz model rynku, wyznacz uczciwą cenę, którą fundusz mógłby zaproponować inwestorowi zainteresowanemu zakupem podanego pakietu opcji.

- (c) (4 pkt) Zakładając, że fundusz decyduje się na wystawienie podanego pakietu opcji chętnemu inwestorowi, dokładnie opisz jaką strategię powinien przyjąć fundusz, żeby osłonić się przed ryzykiem związanym z tą transakcją.

IMIĘ I NAZWISKO , numer indeksu

3. (18 pkt) Dany jest model trójmianowy z dwoma akcjami. Załóżmy, że stopa wolna od ryzyka wynosi $R = 10\%$, natomiast zwroty na giełdzie w kolejnych scenariuszach u, m, d wynoszą odpowiednio $-a\%, 0\%, 4a\%$ dla pierwszej akcji oraz $b\%, 5\%, 6b\%$ dla drugiej akcji. Znaleźć wszystkie możliwe wartości a i b , dla których model ten jest wolny od arbitrażu, ale nie jest zupełny.

IMIĘ I NAZWISKO , numer indeksu

4. (20 pkt) *Uzupełnij puste pola/zaznacz właściwą odpowiedź. UWAGA! Zaznaczenie właściwej odpowiedzi bez podania - przynajmniej częściowo dobrego - uzasadnienia nie jest punktowane!*

Dany jest model n -mianowy z jedną akcją S i instrumentem wolnym od ryzyka A . Cena akcji w chwili 0 jest równa $S(0) = 100$, natomiast w chwili 1 może przyjąć jedną z n wartości: $S^{\omega_1}, S^{\omega_2}, \dots, S^{\omega_n}$ (odpowiednio w scenariuszu $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$), przy czym $S^{\omega_1} > S^{\omega_2} > \dots > S^{\omega_n}$. Stopa wolna od ryzyka wynosi $R = 10\%$, natomiast wartość jednej jednostki walory wolnego od ryzyka w chwili 0 jest równa $A(0) = 10$.

Analitik przeprowadzał wycenę pewnej opcji H w tym modelu. W wyniku swoich obliczeń uzyskał następujące rezultaty:

- portfel subreplikujący (dający cenę subreplikacji) tej opcji dany jest jako $(x_{sub}, y_{sub}) = (1.7, -10)$,
- portfel superreplikujący (dający cenę superreplikacji) tej opcji dany jest jako $(x_{super}, y_{super}) = (2, -12)$,

Zakładając, że obliczenia przeprowadzone przez analityka są poprawne, odpowiedz na poniższe pytania.

- (a) (4 pkt) Przedział bezarbitrażowy dla opcji H jest równy: , ponieważ

- (b) (2 pkt) Zbiór wszystkich wartości rynkowych cen instrumentu H , po których nie opłaca się kupować opcji H wynosi , ponieważ

- (c) (2 pkt) Podany model rynku podstawowego (tj. złożonego z akcji i waloru wolnego od ryzyka) będzie wolny od arbitrażu wtedy i tylko wtedy gdy parametry modelu będą spełniać , ponieważ

- (d) (2 pkt) Podany model rynku jest zupełny PRAWDA FAŁSZ, ponieważ

Przypuśćmy, że na rynku jest możliwość kupienia opcji H (co najwyżej 10 sztuk) w cenie $H(0) = 65$. Wówczas:

- (e) (2 pkt) Na rynku jest możliwość arbitrażu, ponieważ

- (f) (4 pkt) Zakładając, że na rynku nie ma możliwości handlu ułamkowymi częściami dostępnych walorów, strategia arbitrażowa w chwili 0 polega na:

- (g) (4 pkt) Zysk arbitrażowy w chwili 1 z opisanej powyżej strategii wynosi co najmniej , ponieważ