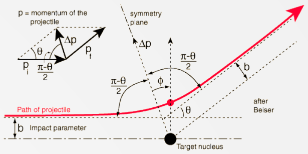
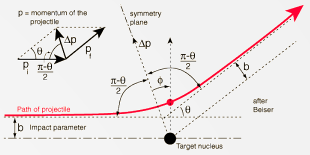


Oddziaływanie Promieniowania Jonizującego z Materią

Tomasz Szumlak, A.Obłąkowska-Mucha

WFiIS AGH
2020, Kraków

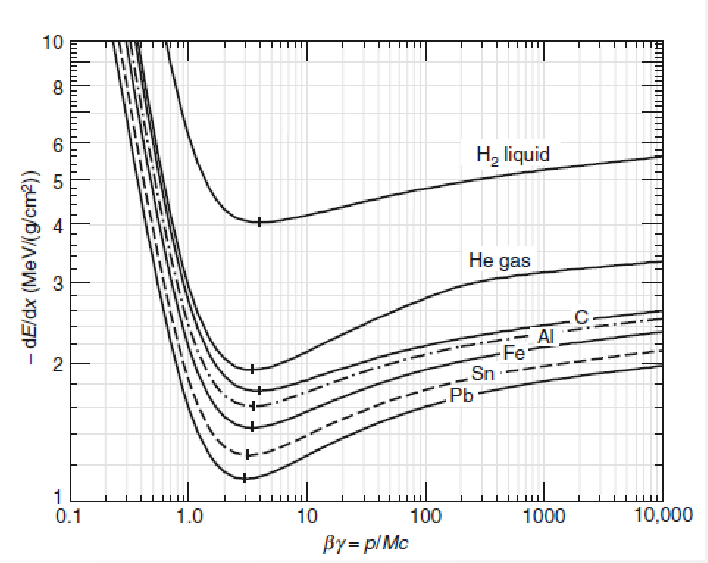


Formuła BB – Recap

$$-\frac{dE}{dx} = Kz^2\frac{Z}{A}\frac{1}{\beta^2}\left[\frac{1}{2}ln\left(\frac{2m_e c^2\beta^2\gamma^2 T_{MAX}}{I^2}\right)-\beta^2-\frac{\delta}{2}\right]$$

$$-\frac{dE}{dx} \propto \frac{z^2}{\beta^2}\, ln(\alpha\, \beta^2\gamma^2)$$

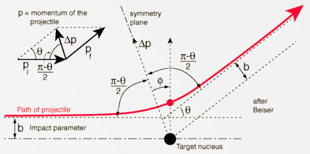
- Szybki spadek przy niskich energiach $\propto \frac{1}{\beta^2}$
- Szerokie minimum w zakresie $3 \leq \beta\gamma \leq 4$,
- MIP – cząstka z dE/dx w pobliżu minimum (dlaczego mion?)
- MIP we wszystkich ośrodkach (z wyjątkiem wodoru) traci tyle samo energii: 1-2 MeV/(g /cm^2)

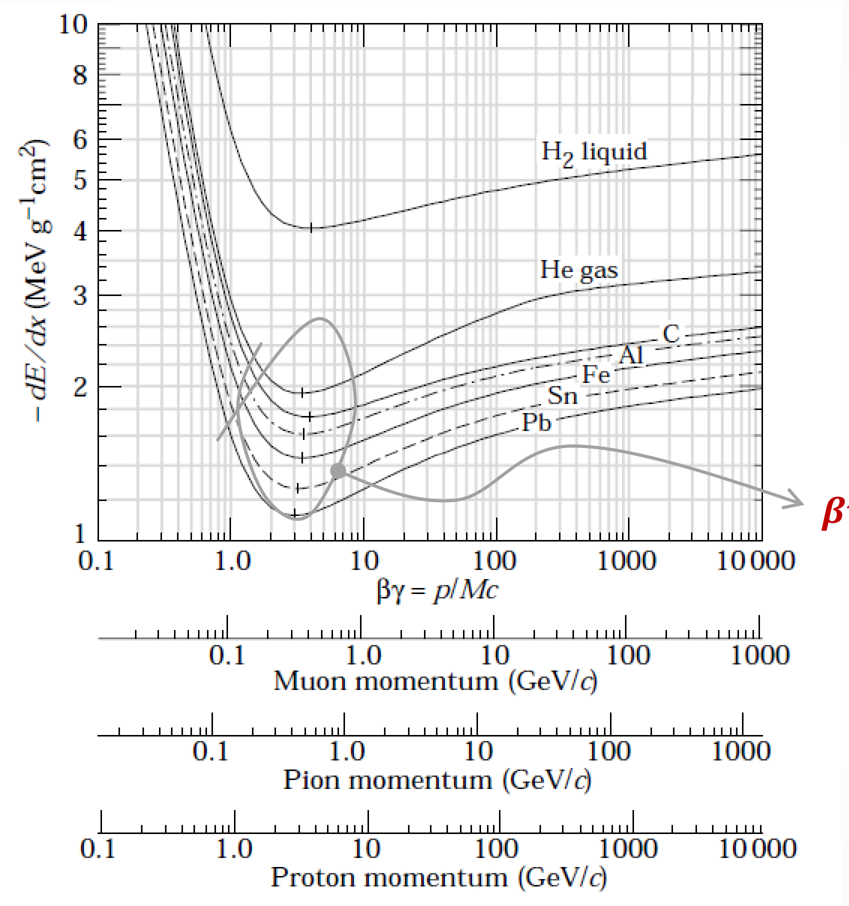


$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{min} \approx 1-2\ \frac{MeV}{g/cm^2}$$

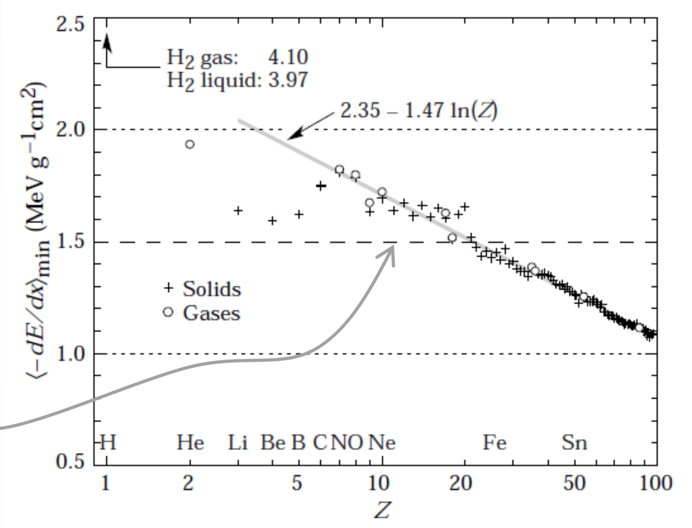
- Straty energii rosną dla γ>4 (wzrost logarytmiczny)

Formuła BB – Recap



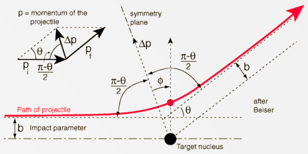


$\beta\gamma \approx 3$

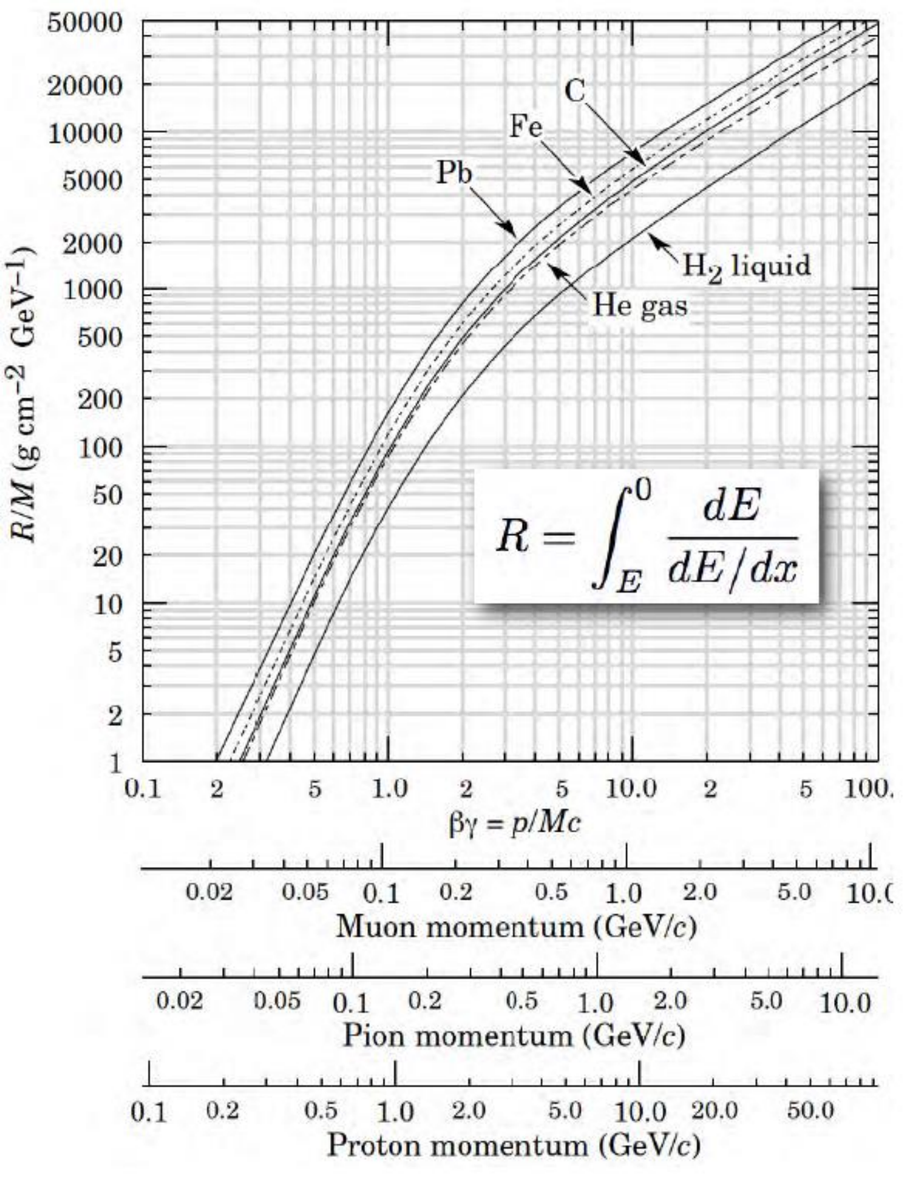


- Poza przypadkiem ciekłego wodoru, cząstki o podobnych **prędkościach** charakteryzują się podobnymi **stratami energii** bez względu na absorber!

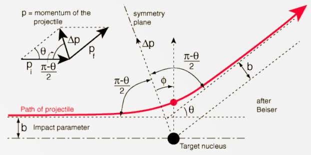
Zasięg



- Dla (np.) protonu o p=1 GeV w Pb ($\rho \approx 11.3$ g/cm^3) odczytujemy: R/M=200 g/cm^{-2}/GeV^{-1}, R=200/11.3 cm ≈ 18 cm
- Obliczenia są dobre dla cząstek, które tracą energię tylko przez jonizację i wzbudzenia:
  - Hadrony o niskich energiach,
  - miony do kilkuset GeV



Elektrony δ

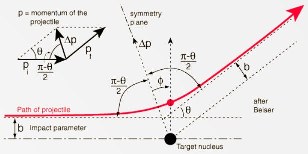


- Z uwagi na to, że główny mechanizm straty energii na drodze jonizacji polega na oddziaływaniu z elektronami atomowymi, powinniśmy się przyjrzeć dokładnie temu procesowi…
- „From the top" – cząstki naładowane, przechodzące przez materię (detektor) mogą **wzbudzać atomy** (emisja fotonów) albo przekazać wystarczającą **energię** elektronowi, aby **usunąć go z atomu** – jonizacja
- Istotnym problemem jest tutaj **maksymalna energia** jaką cząstki penetrujące mogą przekazać elektronom (**dlaczego?**)
- $E_k^{(Max)}$ będzie zależeć od masy spoczynkowej cząstki oraz od jej pędu:

$$p = mv = \gamma m_0 \beta c, \gamma = \frac{E}{m_0 c^2}$$

$$\boxed{E_k^{(Max)} = \frac{2 m_e p^2}{m_0^2 + m_e^2 + \frac{2 m_e E}{c^2}}}$$

Elektrony δ



- Ta maksymalna strata energii kinetycznej cząstki jest oczywiście powiązana z jej energią całkowitą:

$$E_k^{(Max)} = E - m_0c^2 = c\sqrt{p^2 + m_0^2c^2} - m_0c^2$$

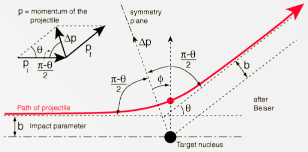
- Pouczająca jest analiza asymptotyczna tych równań
  - Jeżeli energia cząstki jest niezbyt duża ($\gamma = \frac{E}{m_0c^2} \sim 10$, $\frac{2\gamma m_e}{m_0} \ll 1$) oraz jej masa jest dużo większa od masy elektronu:

$$E_k^{(Max)} \approx 2m_ec^2\gamma^2\beta^2$$

    Np. mion, dla którego $\gamma = 10, E = 1.06\ GeV, m_\mu c^2 = 106\ MeV$

    może przekazać maksymalnie $E_k^{(Max)} \approx 100\ MeV$
  - Możemy również założyć, że cząstki posiadają bardzo dużą energię oraz masę dużo większą niż masa elektronu, wówczas…

Elektrony δ



$$E_k^{(Max)} = \frac{p^2}{\gamma m_0 + \frac{m_0^2}{2m_e}}$$

- Dla cząstek o dużych energiach mamy:

$$E_k \approx E, E \approx pc \rightarrow E_k^{(Max)} \approx \frac{E^2}{E + \frac{m_0^2 c^2}{2m_e}}$$

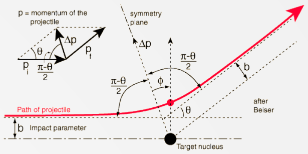
- W przypadku ultra-relatywistycznym:

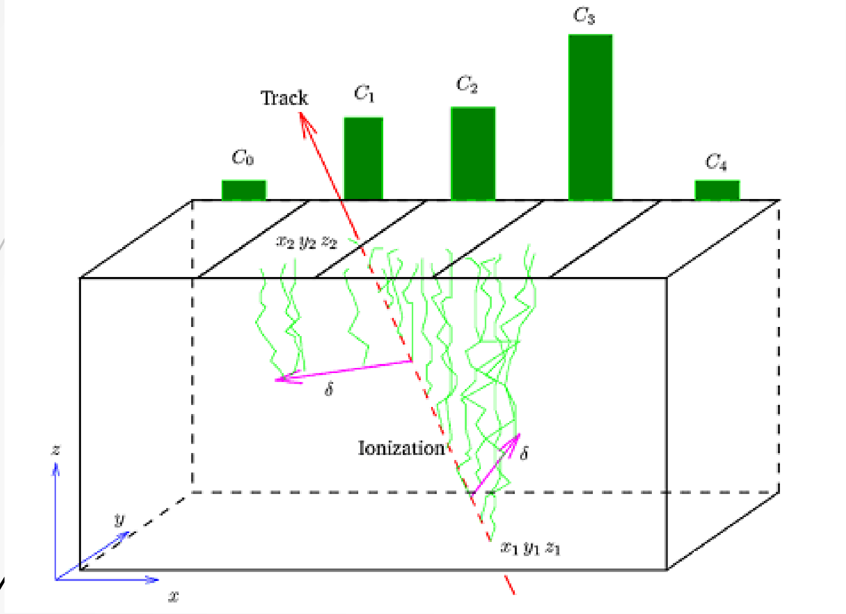
$$E \gg \frac{m_0^2 c^2}{2m_e} \rightarrow E_k^{(Max)} \approx E$$

- W przypadku, gdy cząstkami penetrującymi są elektrony

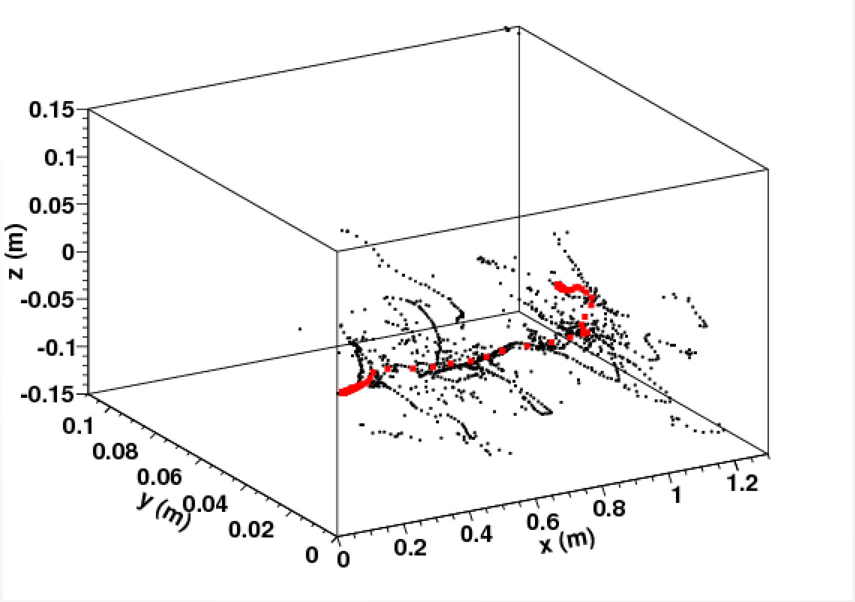
$$E_k^{(Max)} = E - m_e^2 c^2$$

Elektrony δ



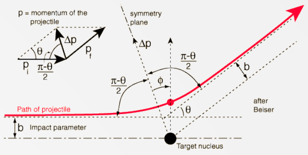


- Elektrony δ mogą mieć bardzo istotne znaczenie dla detektorów pozycjo-czułych
- Wysokoenergetyczne „wybite” elektrony mogą prowadzić do wtórnej jonizacji
- Zmieniają też istotnie rozkład wygenerowanego ładunku
- Elektrony δ mogą „uciec” z absorbera



- Prowadzi to do dużej komplikacji w procesie modelowania odpowiedzi detektorów
- Może wpłynąć istotnie na pozycję cząstki jaką otrzymujemy podczas rekonstrukcji

Parametr I

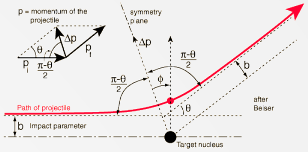


- Formuła BB jest bardzo kłopotliwa i podlegała wielu „korektom” na przestrzeni lat – formuła pół-empiryczna…
- Zacznijmy naszą dyskusję od **średniego potencjału wzbudzenia** I
- W przybliżeniu jest to iloczyn średniej orbitalnej częstości elektronów (w/g formuły Bohr’a) i stałej Planck’a
- W praktyce, konfiguracja powłok elektronowych jest tak skomplikowana, że nie da się wyznaczyć tego parametru nawet numerycznie
- W efekcie, parametr ten wyznaczono doświadczalnie na drodze pomiarów… $\frac{dE}{dx}$ dla różnych materiałów…

$$\frac{I}{Z} = 12 + \frac{7}{Z}\ eV, Z < 13$$

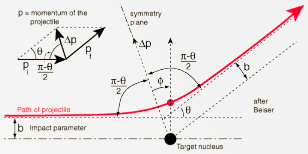
$$\frac{I}{Z} = 9.76 + 58.8 \cdot Z^{-1.19} eV, Z \geq 13$$

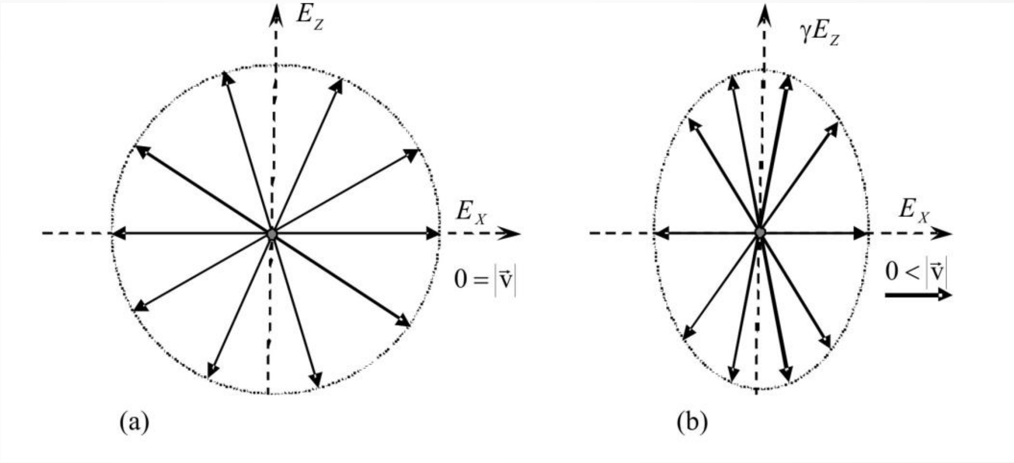
Poprawka δ

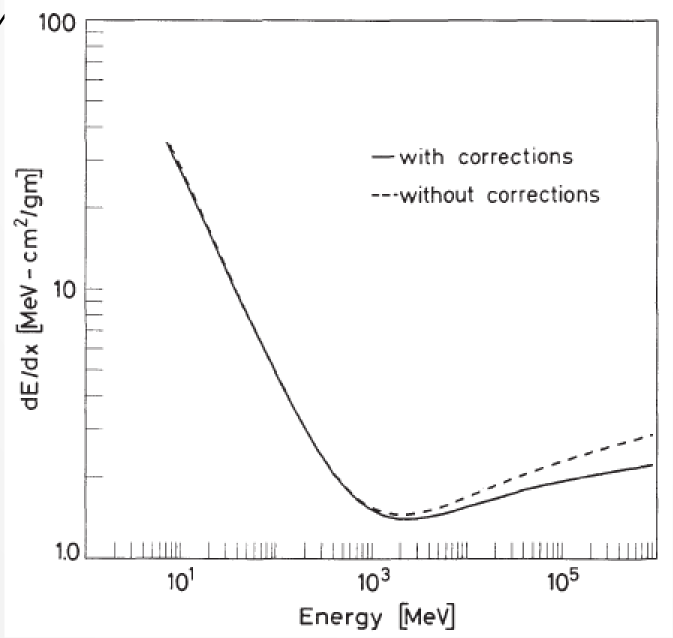


- Na początku „Health Hazard Warning” – nie ma to nic wspólnego z elektronami δ…
- Poprawka ta nazywa się również poprawką gęstościową i ma duże znaczenie dla cząstek o b. dużych energiach
- Efekt ten możemy zrozumieć tak:
  - Cząstka naładowana powoduje poza jonizacją również **polaryzację** atomów materiału, przez który przechodzi
  - Im **większa gęstość** tym efekt jest **wyraźniejszy**
  - Ta polaryzacja powoduje „**ekranowanie**” elektronów, które znajdują się dalej od toru cząstki penetrującej
  - Powoduje to z kolei, że oddziaływanie z elektronami „dalszymi” jest **mniej prawdopodobne**
  - W efekcie zaobserwujemy **mniejszą jonizację** (stratę energii) niż moglibyśmy się spodziewać

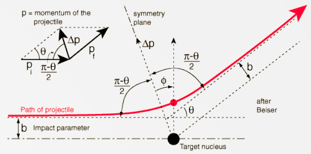
Poprawka δ







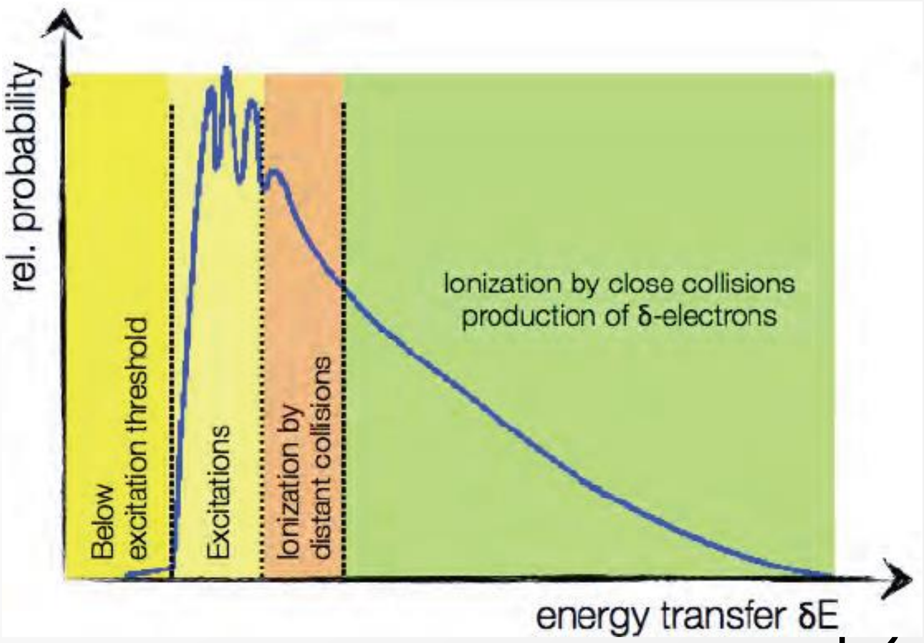
- Gdy cząstka naładowana porusza się z dużymi prędkościami jej pole elektrostatyczne ulega odkształceniu
- Jest to efekt relatywistyczny
- Gdyby nie było ekranowania, prawdopodobieństwo oddziaływań z „dalekimi" elektronami ulegało by zwiększeniu
- Pomiary eksperymentalne pokazuję **efekt przeciwny**



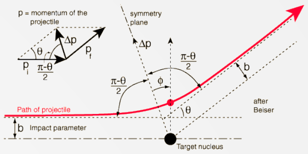
Inne poprawki

- Poprawka na energię wiązania – poprawka powłokowa – ma znaczenie dla cząstek „b. wolnych”, dla których prędkość orbitalna elektronów nie jest zaniedbywalna
- Poprawka związana ze strukturą cząstek penetrujących
- Poprawka na przekrój czynny oddziaływań e.m. (procesy wyższego rzędu)
- Efekty związane z emisją promieniowania hamowania dla cząstek ultra-relatywistycznych
- Spin cząstek penetrujących

- Wydaje się, że nie ma dla nas ratunku… **Nie jest tak źle**, w zasadzie uwzględnienie poprawki gęstościowej oraz powłokowej załatwiają sprawę!

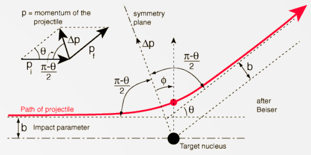


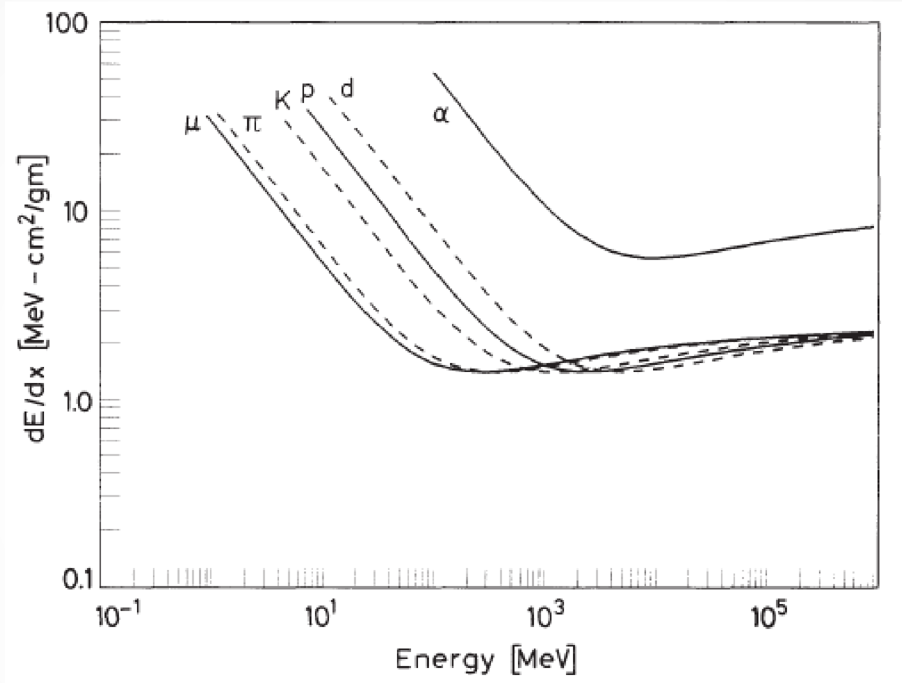
Zależność energetyczna



- Jaki obraz strat jonizacyjnych dostaniemy, gdy użyjemy formuły BB dla **różnych typów cząstek** w funkcji ich **energii**?
- Zaczynając od „niskich" energii straty jonizacyjne **maleją szybko** wraz ze wzrostem energii ($\sim\frac{1}{\beta^2}$)
- W pobliżu $\beta \approx 0.96$ szybkość strat jonizacyjnych **osiąga minimum** – minimalnie jonizujące cząstki (MIP)
- Straty energii na jonizację zaczynają następnie wzrastać dla cząstek relatywistycznych – wzrost ten ma charakter logarytmiczny ($\frac{1}{\beta^2} \approx \mathrm{const}$)
- Wzrost relatywistyczny strat jonizacyjnych jest silnie tłumiony przez poprawkę gęstościową (plateau)
- Dla b. małych energii BB załamuje się, straty jonizacyjne osiągają maksimum a następnie gwałtownie maleją

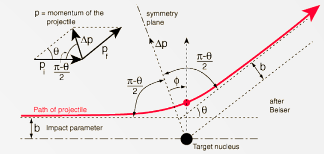
Zależność energetyczna



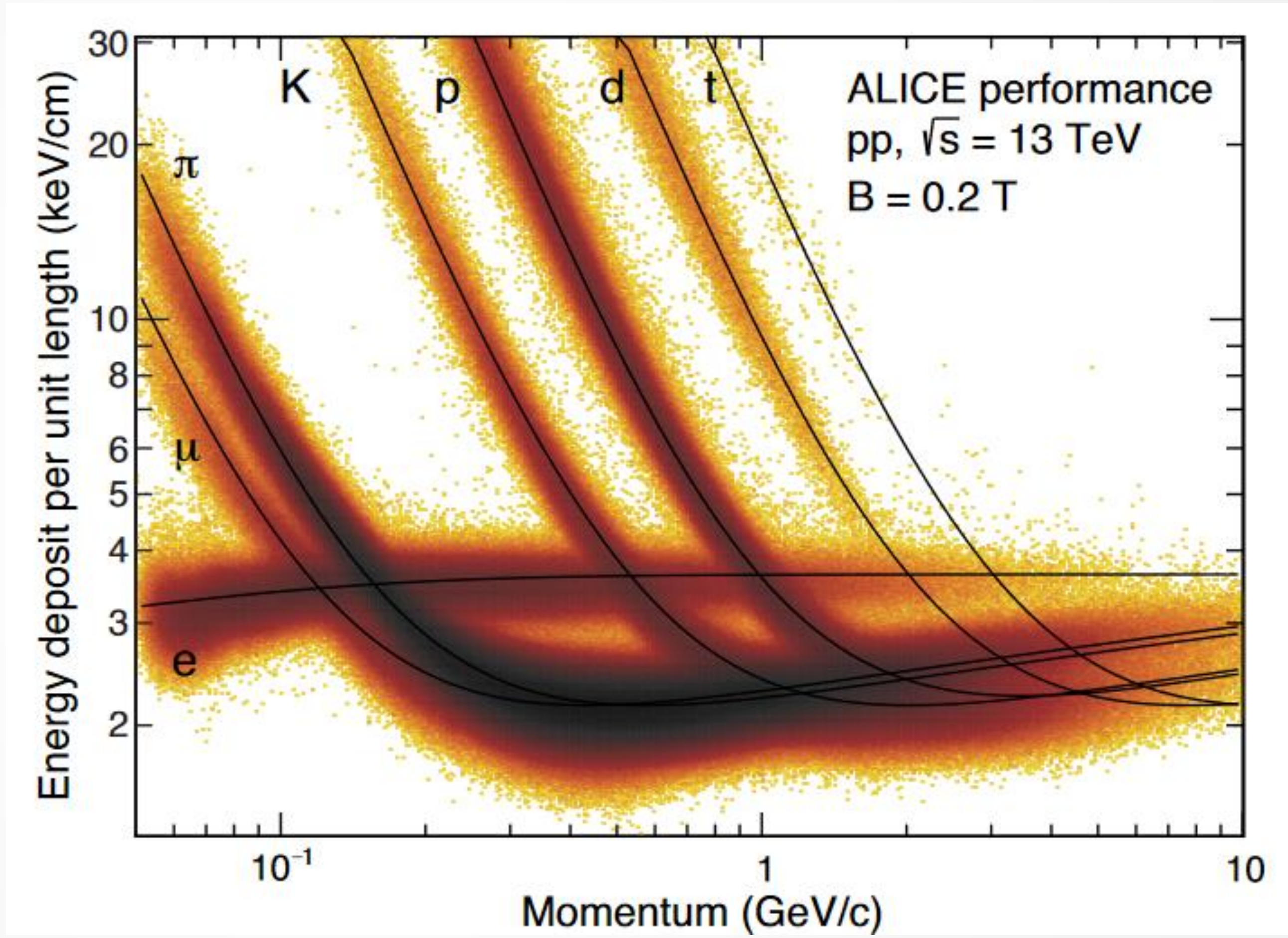


- Wartość minimalnej straty energii $\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{Min}$ jest praktycznie taka sama dla cząstek o tym samym ładunku
- Poniżej minimum krzywe strat energii są różne, co można wykorzystać do identyfikacji cząstek (w tym zakresie energii)

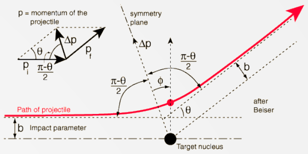
Zależność energetyczna



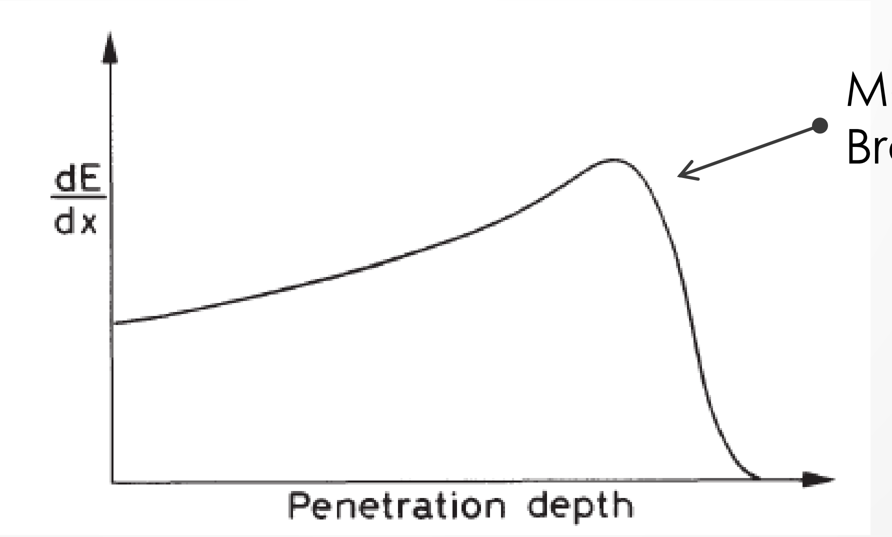
$$\beta\gamma = \frac{p}{E}\frac{E}{m} = \frac{p}{m}$$



Krzywa Bragg'a

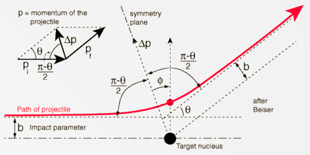


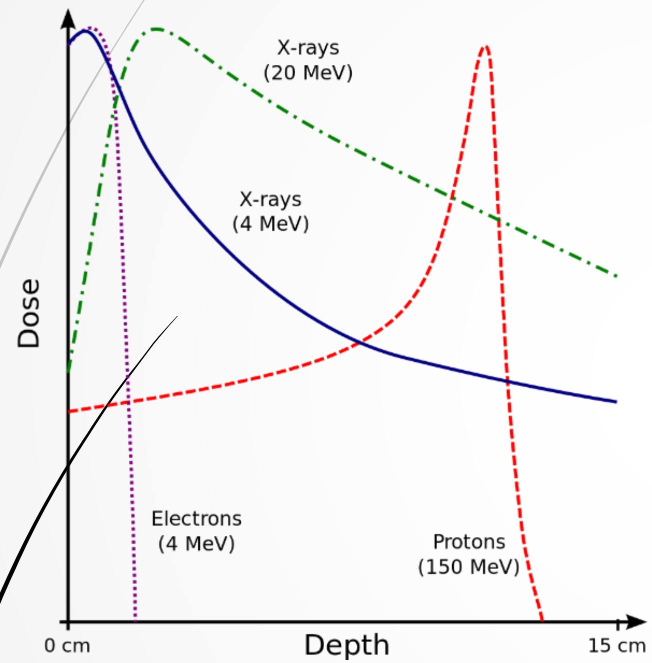
- Fakt, że przejście przez materiał cząstek naładowanych jest związany ze stratą energii prowadzi do efektu sprzężenia zwrotnego
- Straty energii oznaczają zmniejszenie prędkości cząstki, a co za tym idzie zwiększenie strat jonizacyjnych!
- Fundamentalne znaczenie dla **radioterapii hadronowej**

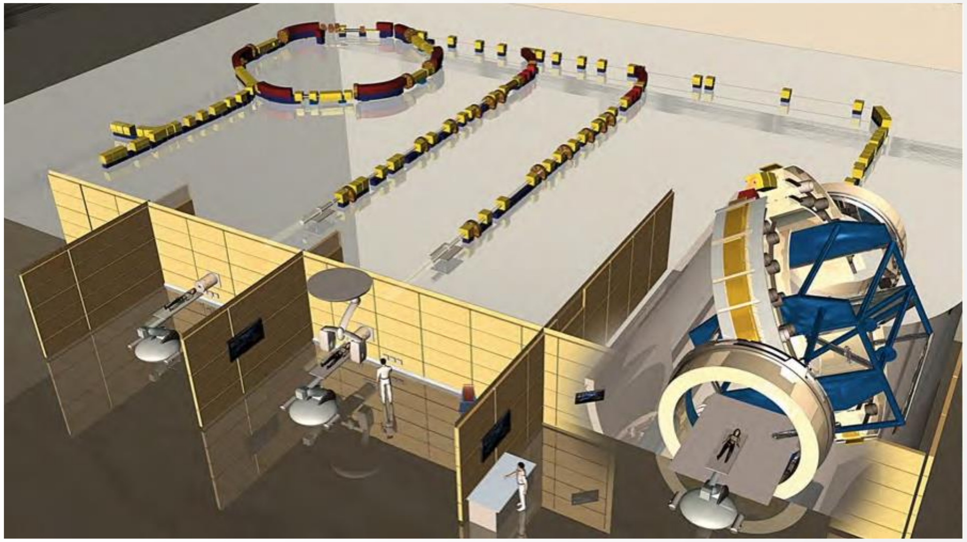


Maksimum Bragg'a

Krzywa Bragg'a

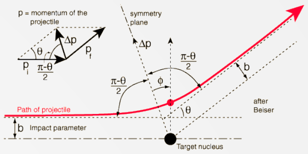






- Dzięki tym cechom, można tak dobrać energię protonów, aby zdeponowały większość swojej energii w precyzyjnie wybranym miejscu (chora tkanka)
- **Centrum Terapii Hadronowej IFJ-PAN**
- Fotony zachowują się inaczej – atenuacja

Skalowanie



- Jeżeli badamy procesy jonizacyjne dla **danego typu** materiału aktywnego, to możemy formułę BB zapisać jako:

$$-\frac{dE}{dx} = z^2 f(\beta)$$

- Drugi czynnik po prawej stronie jest **jedynie funkcją prędkości** cząstki. Energia kinetyczna w ogólności to:

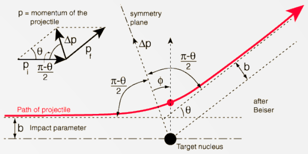
$$E_k = (\gamma - 1) m_0 c^2, \beta \sim \frac{E_k}{m_0}$$

$$-\frac{dE}{dx} = z^2 f'\left(\frac{E_k}{m_0}\right)$$

- Taka zależność pozwala nam na zastosowanie prawa skalowania w celu znalezienia strat jonizacyjnych cząstek

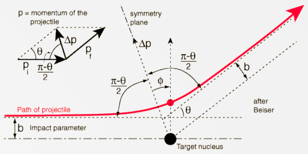
$$\boxed{\frac{E_k^{(1)}}{m_1} = \frac{E_k^{(2)}}{m_2} \rightarrow -\frac{dE_2}{dx}\left(E_k^{(2)}\right) = -\frac{z_2^2}{z_1^2}\frac{dE_1}{dx}\left(E_k^{(2)}\frac{m_1}{m_2}\right)}$$

Cienkie absorbery



- Użyteczność formuły BB jest ograniczona w praktyce z uwagi na to, że nie możliwa jest (przynajmniej na razie) budowa detektora mierzącego $\frac{dE}{dx}$ a nawet $\left\langle\frac{dE}{dx}\right\rangle$
- Możemy natomiast łatwo mierzyć energię zdeponowaną ΔE w absorberze o grubości Δx
- Jeżeli grubość materiału czynnego jest „odpowiednio duża” wtedy możemy zastosować do opisu rozkładu strat energii rozkład normalny (Centralne Twierdzenie Graniczne)
  - Załóżmy, że naszą zmienną losową jest strata energii w pojedynczym zderzeniu z elektronem atomowym
  - Jeżeli strata energii, δE, nie jest duża (ciężkie cząstki!) to możemy zaniedbać zmianę prędkości cząstki, a co za tym idzie sposobu oddziaływania z materią
  - Całkowita strata energii, może być więc wyznaczona jako suma strat elementarnych (posiadających taki sam P.D.F.) $\Delta E = \sum_{i/1}^{i/N} \delta E$

Cienkie absorbery



- Tak więc rozkład całkowitych strat energii w grubych absorberach jest rozkładem normalnym i można go zapisać jako:

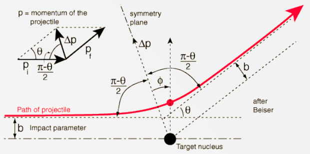
$$f(x, \Delta E) \propto exp\left(\frac{-(\Delta E - \langle \Delta E \rangle)^2}{2\sigma_0^2}\right)$$

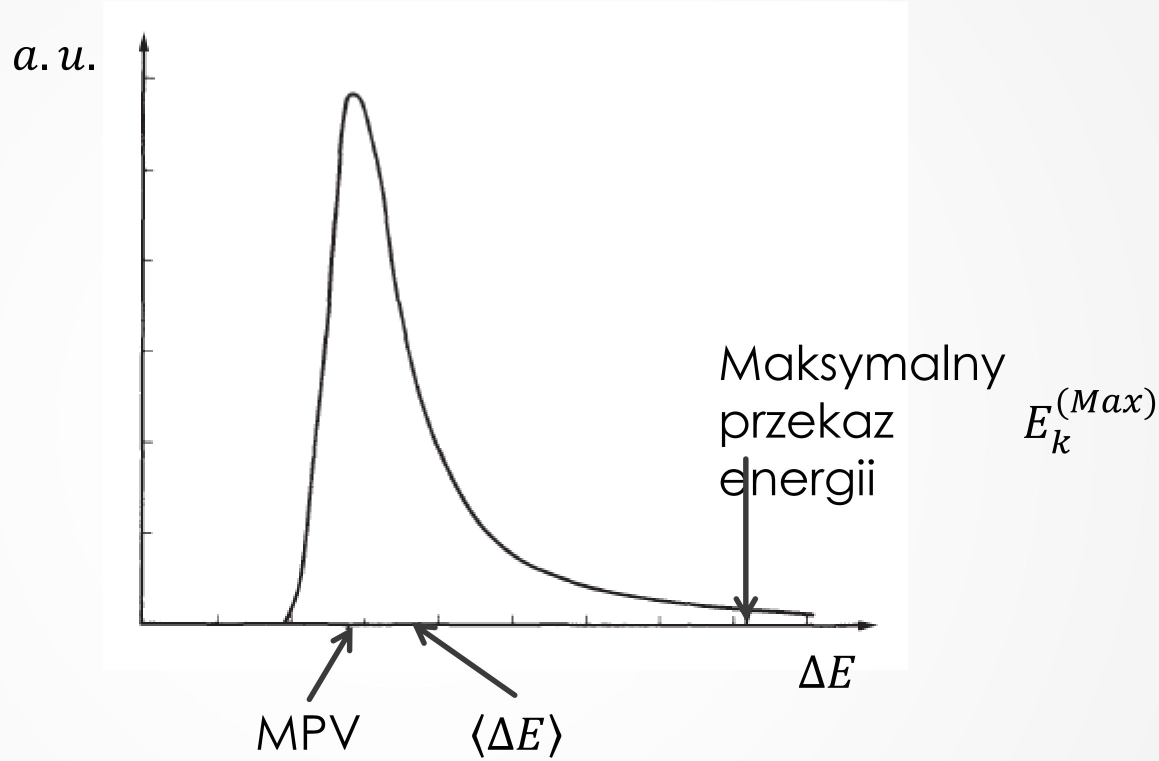
- Odchylenie standardowe dla tego rozkładu można wyznaczyć jako (przybliżenie Bohra):

$$\sigma_0^2 = \kappa \varrho x \; [MeV^2], \kappa = 0.1569 \frac{Z}{A}$$

- Sytuacja **komplikuje się znacznie** w przypadku, gdy liczba zderzeń jest mała – wówczas duże przekazy energii (rzadkie) zaczynają odkształcać rozkład całkowitej zdeponowanej energii (ogon w kierunku dużych strat energii)
- Średnia strata energii oraz najbardziej prawdopodobna strata energii nie są równe!

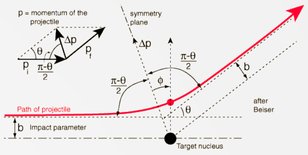
Cienkie absorbery





- ❑ Teoretyczny opis b. skomplikowany – teoria Landau'a-Wawiłowa
- ❑ Funkcja analityczna, która w przybliżeniu opisuje powyższy rozkład b. jest nietrywialna…

Rozkład Landau'a



- Okazuje się, że jednym z najważniejszych parametrów charakteryzujących fluktuacje energii w cienkich absorberach jest stosunek średniej straty energii do maksymalnej straty w jednym oddziaływaniu:

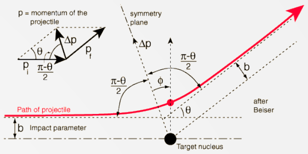
$$\zeta = \frac{\langle \Delta E \rangle}{E_k^{(Max)}}$$

- $E_k^{(Max)}$ znamy z poprzedniego wykładu, natomiast średni depozyt energii możemy wyznaczyć z równania BB (pomijamy wszystko poza kawałkiem z logarytmem):

$$\langle \Delta E \rangle = 2\pi N_A r_e^2 m_e c^2 z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \rho x = \xi$$

- Używając parametru ζ możemy ilościowo zdefiniować cienki absorber jako taki, dla którego $\boldsymbol{\zeta < 10}$
- Aby wprowadzić analityczne równanie, które opisuje rozkład energii dla cienkich absorberów, zdefiniujemy współczynnik λ

Rozkład Landau'a



$$\lambda = \frac{\Delta E - \Delta E^{MPV}}{\xi}$$

- Gdzie: ΔE – energia zdeponowana w absorberze, ΔE^{MPV} - to najbardziej prawdopodobna wartość energii zdeponowanej
- Półempiryczna postać ΔE^{MPV} znana jest z literatury:

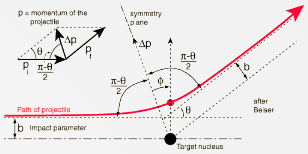
$$\Delta E^{MPV} = \xi \left[ln\left(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I}\right) + ln\left(\frac{\xi}{I}\right) - \beta^2 - \delta(\beta\gamma) + 0.2 \right]$$

- Funkcja opisująca zadowalająco rozkład energii zdeponowanej ma postać:

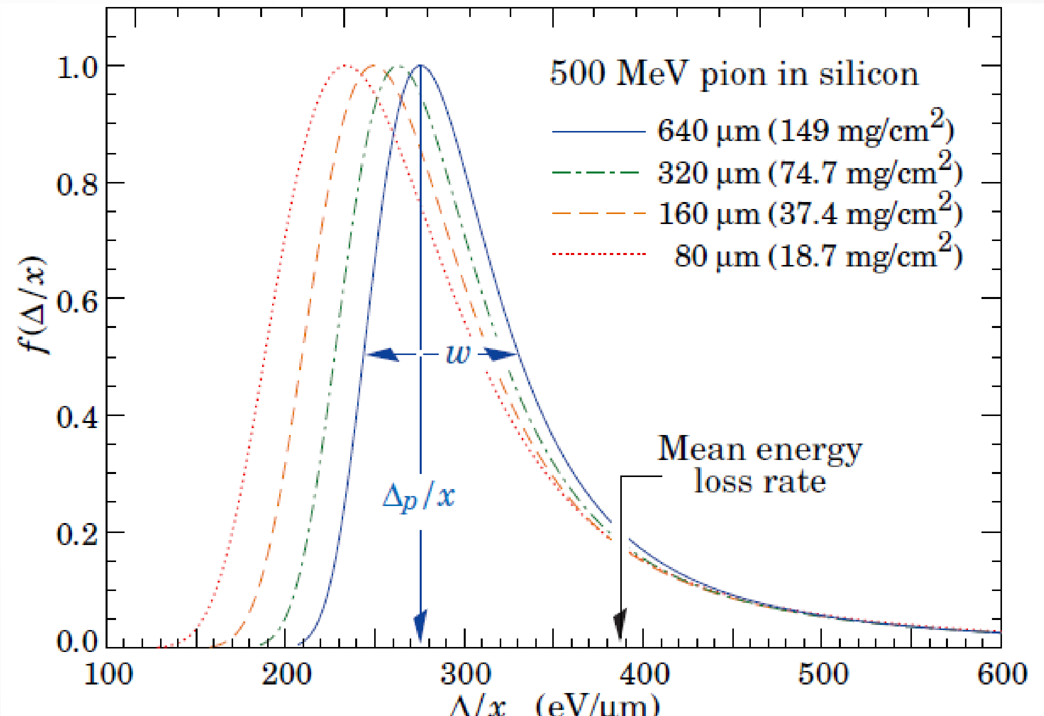
$$\phi(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{1}{2}\left(\lambda + e^{-\lambda}\right)\right)$$

- Na ćwiczeniach laboratoryjnych będziemy zajmować się dokładnie pomiarem depozytów energii cząstek MIP w sensorach krzemowych (paskowe i pikselowe)

Rozkład Landau'a

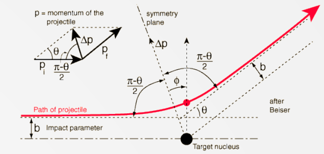


- Porównując równanie BB oraz to opisujące ΔE^{MPV}, można zauważyć, że $\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle$ nie zależy od grubości materiału, natomiast ΔE^{MPV} skaluje się w przybliżeniu jak $a \cdot ln(x) + b$
- Rozkład strat dla cienkich detektorów o różnych grubościach:



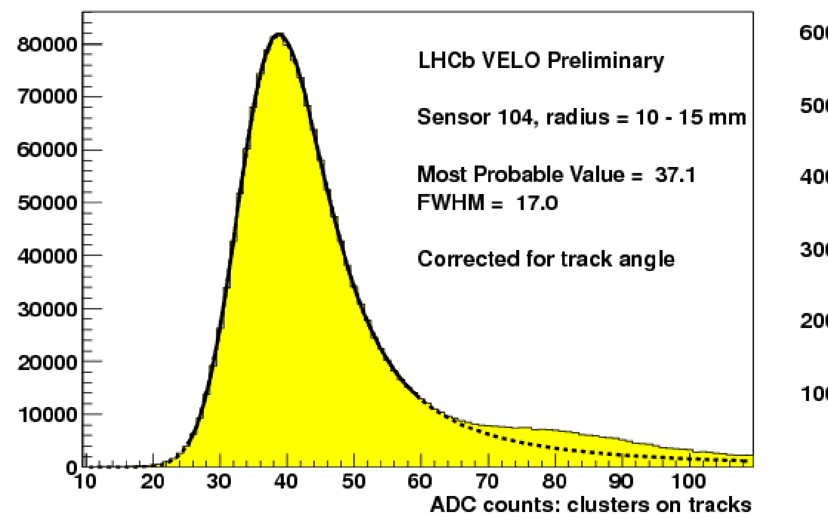
PDG

Rozkład Landau'a



- O ile wartość najbardziej prawdopodobnej straty energii możemy wyznaczyć dość dokładnie, to szerokość rozkładu Landau'a **różni się znacznie** od „teoretycznej"
- Przyjmuje się, że wiąże się to z różnymi efektami aparaturowymi (np. szumy elektroniki odczytu)

Dane pochodzące z rozproszeń p-p LHC



Symulacja odpowiedzi sensora VELO