

### III. Model Kwarkowy – całkowity moment pędu

1. Ile jest i jakie są możliwe ładunki mezonów złożonych z pary  $q\bar{q}$  i barionów złożonych z trzech kwarków, jeśli dysponujemy kwarkami  $u, d, s$ ?
2. (Dyskusja) W przyrodzie możemy spotkać dwa rodzaje momentu pędu: jeden związany z ruchem jednego ciała z układu względem drugiego (orbitalny moment pędu  $L$ ), drugi – z własnym obrotem ciała (spin  $S$ ).

W mechanice klasycznej można zmierzyć jednocześnie wszystkie współrzędne momentu pędu.

W mechanice kwantowej można zmierzyć kwadrat długości momentu pędu i jedną współrzędną, przyjmuje się, że 3-cią współrzędną. Wynikiem są skwantowane wartości:  $l(l+1)\hbar^2$  (dla operatora  $\hat{L}^2$  i  $m_l\hbar$  (gdzie  $m_l = -l, -l+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, l-1, l$ ) dla operatora  $\hat{L}_z$ ).

Podobnie dla spinu – mierzymy  $S^2$  i  $S_z$ , a wynikami są odpowiednio:  $s(s+1)\hbar^2$  i  $m_s\hbar$  (gdzie  $m_s = -s, -s+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, s-1, s$ ), a  $s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \dots$ ).

Leptony, czy układ dwóch lub trzech kwarków mają określone spiny, ale moment pędu może przyjąć dowolną (byle skwantowaną) wartość.

3. Stan spinowy cząstki można zapisać używając braketów:  $|s m_s\rangle$ , np. stan spinowy elektronu lub kwarka o spinie  $1/2$  z trzecią składową  $1/2$ , czyli stan  $\uparrow$ , zapisujemy jako:  $|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle$ . A zatem układ  $\uparrow\uparrow$  dwóch kwarków o spinach  $1/2$ , z trzecią składową  $1/2$  zapiszemy jako:

$$|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle = |1 1\rangle$$

Proszę znaleźć i zapisać pozostałe stany spinowe dwóch kwarków.

4. Proszę określić, jaki może być całkowity moment pędu mezonów i barionów, które złożone są odpowiednio z dwóch i trzech kwarków.

Całkowity moment pędu cząstki jest to wektorowa suma jej spinu i momentu pędu:  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ , ale jak dodajemy te wektory? W mechanice kwantowej nie znamy przecież wszystkich współrzędnych?

Używając braketów, zapytamy: jakie są możliwe momenty pędu  $|jm\rangle$  układu złożonego ze stanów  $|j_1 m_1\rangle$  oraz  $|j_2 m_2\rangle$ ? Trzecie składowe dodają się łatwo:  $m = m_1 + m_2$ , ale co z długością całkowitego momentu pędu  $\vec{J} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2$ ?

Jak  $\vec{J}_1$  i  $\vec{J}_2$  są równoległe, ich długości się dodadzą, gdy antyrównoległe – odejmą. Czyli długość  $\vec{J}$  może on przyjąć każdą całkowitą wartość  $j$  z przedziału:  $j = |j_1 - j_2|, |j_1 - j_2| + 1, \dots, 0, |j_1 + j_2| - 1, |j_1 + j_2|$ .

Odpowiedź na pytanie z początku zadania jest intuicyjna, gdy kwarki mają zerowy orbitalny moment pędu  $L$ . W przypadku ogólnym konieczna jest znajomość znajdowania tych stanów przy pomocy tablic ze współczynnikami Clebsha-Gorgana\*.

5. Operatory parzystości przestrzennej i ładunkowej – proszę je zdefiniować i określić wartości własne. Jaka jest parzystość przestrzenna układu dwóch fermionów z zadania 3?