

Biblioteka AGH

Podstawy fizyki – sezon 2

1. Elektrostatyka 1

Agnieszka Obłąkowska-Mucha

AGH, WFliS, Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek,
D11, pok. 111
amucha@agh.edu.pl
<http://home.agh.edu.pl/~amucha>

Pierwsze zabawy z ładunkami

- Starożytni Grecy zauważali:
 - potarty bursztyn (grec. elektron) przyciąga kawałki słomy

ELEKTRYCZNOŚĆ

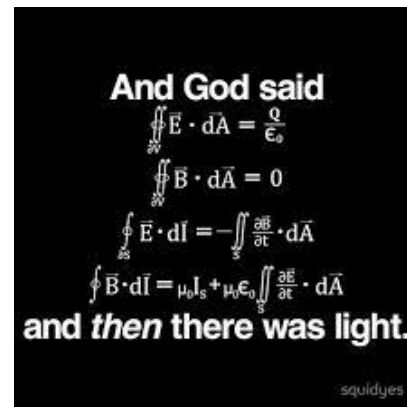
- pewne skały przyciągają i odpychają drobiny żelaza

MAGNETYZM

- 1820r.: Hans Christian Oersted znalazł związek między elektrycznością (przepływ prądu) a magnetyzmem (odchylenie igły magnetycznej).

ELEKTROMAGNETYZM

- 1831: Doświadczenia M. Faradaya: równania Maxwella (1873)

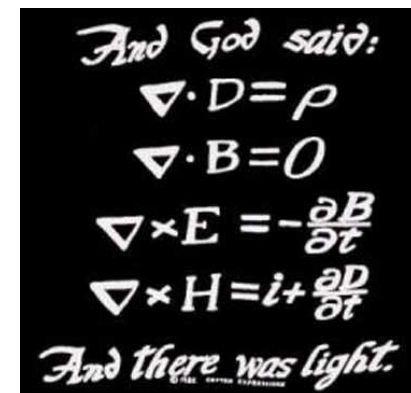


And God said

$$\oiint_{\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$
$$\oiint_{\partial V} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$
$$\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \Phi}{\partial t} \cdot d\vec{A}$$
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_s + \mu_0 \epsilon_0 \iint_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{A}$$

and then there was light.

squidy.es



And God said:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$
$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$
$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

And there was light.

Elektrostatyka i ładunki

- **Elektrostatyka** – nauka o **nieruchomych ładunkach** elektrycznych



- Dwa rodzaje ładunków elektrycznych – ujemny i dodatni (umownie). Ładunki jednoimienne się odpychają, różnoimienne – przyciągają.



- Ładunek – charakteryzuje ciało (podobnie jak np. masa).

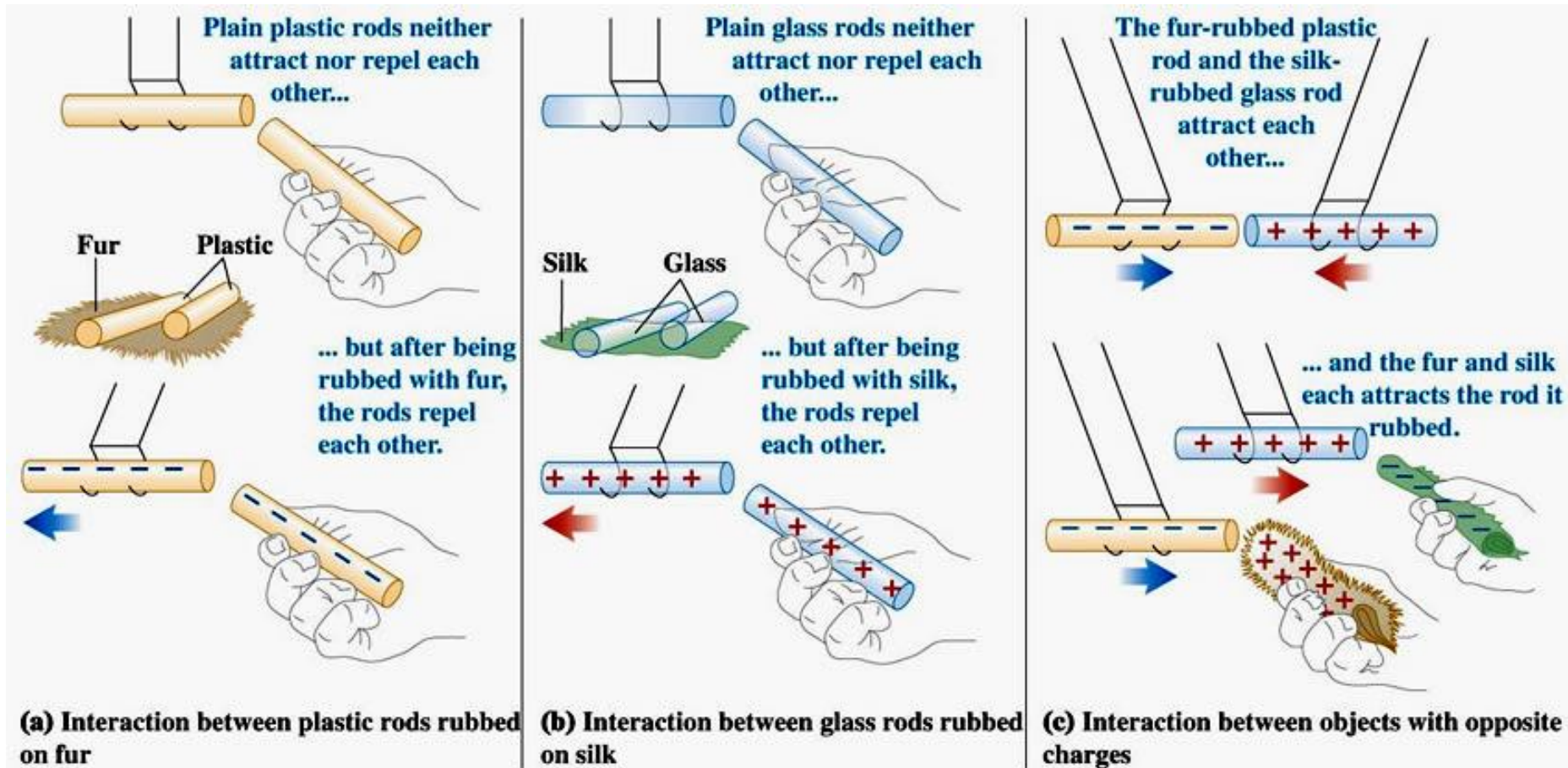


- Ładunek elektryczny jest sumą ładunków elementarnych, z których składa się ciało.
 - Ładunek elektryczny jest skwantowany (dośw. Millikana), tzn, jest wielokrotnością ładunku elementarnego $e = 1.6 \cdot 10^{-16}$ Coulomba –
 $Q = n e$
 - Całkowity ładunek elektryczny układu odosobnionego jest zachowany.
- Elektron i proton – składają się na elektrycznie obojętny atom. **Pamiętajmy, że elektron JEST cząstką elementarną (punktową, bez struktury), proton składa się z kwarków i gluonów (ma strukturę, nie jest elementarny, punktowy)**

Obserwacje zjawisk elektrycznych

- Naelektryzowane ciała oddziałują na siebie – co to oznacza?

IZOLATORY



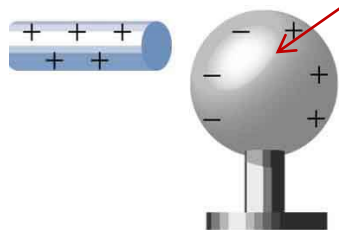
Copyright © 2007 Pearson Education, Inc. publishing as Addison Wesley

Elektryzowanie przewodników

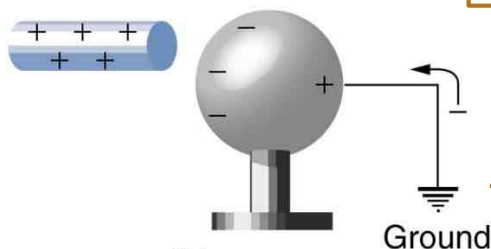
PRZEWODNIKI

Przewodnik trudno jest naładować przez pocieranie, bo każdy kontakt z ręką powoduje odpływ ładunku. Tylko nadmiar bądź brak elektronów oznacza naładowanie! Dodatnie protony są uwięzione, nie poruszają się!

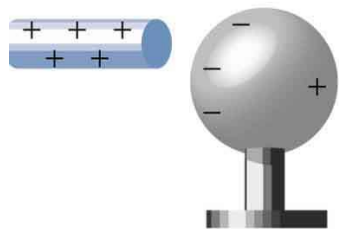
elektrony są przyciągane do laski – kula jest cały czas elektrycznie obojętna, ale ładunki się rozsunęły (indukcja ładunku)



(a)



(b)



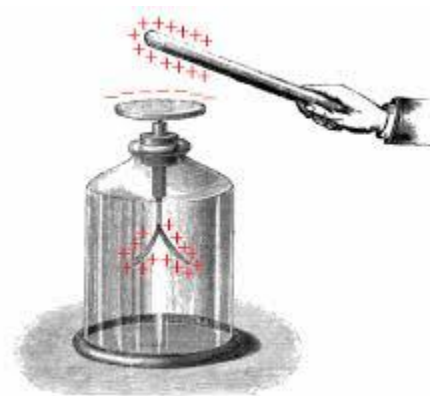
(c)



(d)

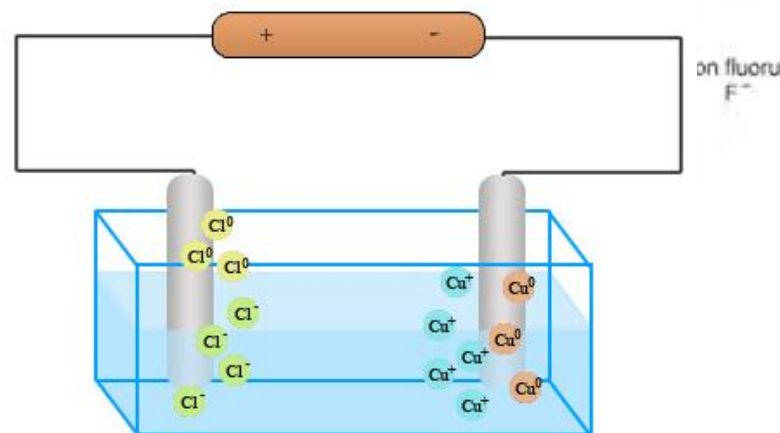
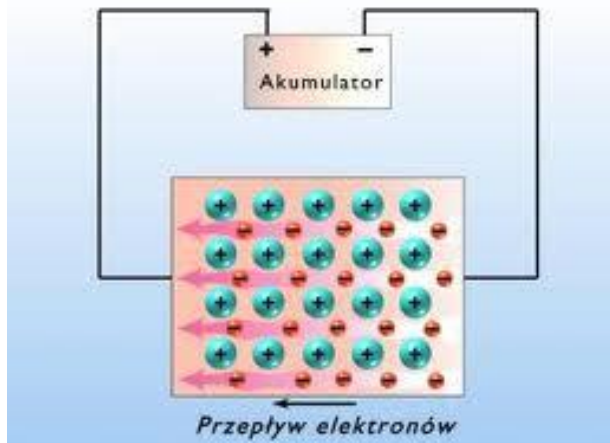
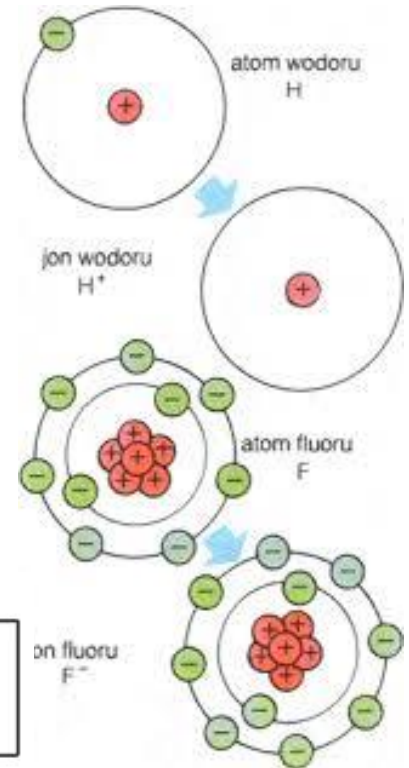
uziemia, dodatnia strona kuli, pobiera elektrony,

w efekcie kula ma nadmiar ładunku ujemnego



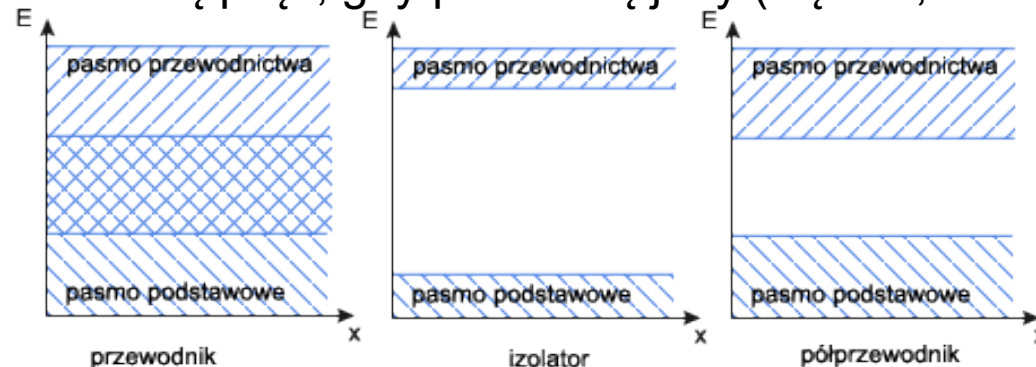
Ładunki?

- **Atomy są elektrycznie obojętne** (taka sama liczba elektronów, co protonów).
 - Swobodne ładunki mogą powstać w procesie jonizacji – mamy elektron i dodatni jon.
 - w niektórych ciałach stałych (teoria pasmowa – wykład X) są elektrony niezwiązane z jonami – elektrony przewodnictwa,
 - w cieczach może dojść do zjawiska elektrolizy – powstają elektrony i jony (dodatnie i ujemne)



Własności elektryczne ciał

- Ze względu na obecność (lub brak) swobodnych ładunków ciała dzielimy na:
 - **przewodniki** – elektrony mogą się swobodnie przemieszczać – elektryzacja przez indukcję (zbliżanie naładowanej laski) lub dotknięcie (przepływ ładunku),
 - **półprzewodniki** – nośniki powstają, gdy dostarczy się dodatkowej energii w postaci np. ciepła czy promieniowania,
 - **izolatory** – struktura ciężkich, nieruchomych jonów i związanych z nimi elektronów, brak swobodnych nośników, elektryzowanie przez pocieranie – np. laska ebonitowa kawałkiem futra – ładunek jest przenoszony z powierzchni jednego ciała na drugie
 - **elektrolity** – przewodzą prąd, gdy powstaną jony (ciężkie, transport masy)



Właściwości elektryczne

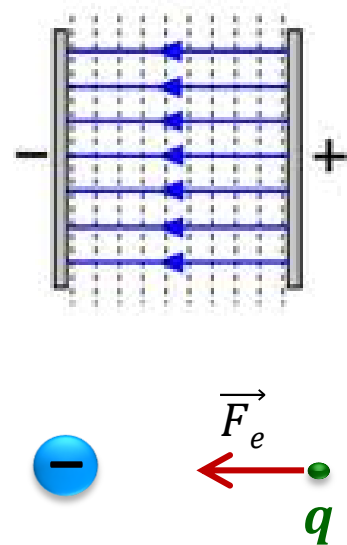
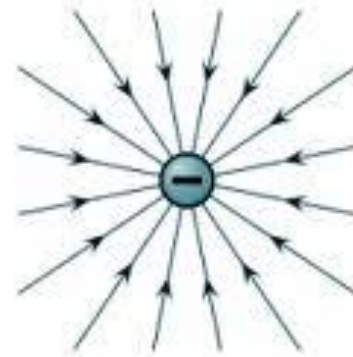
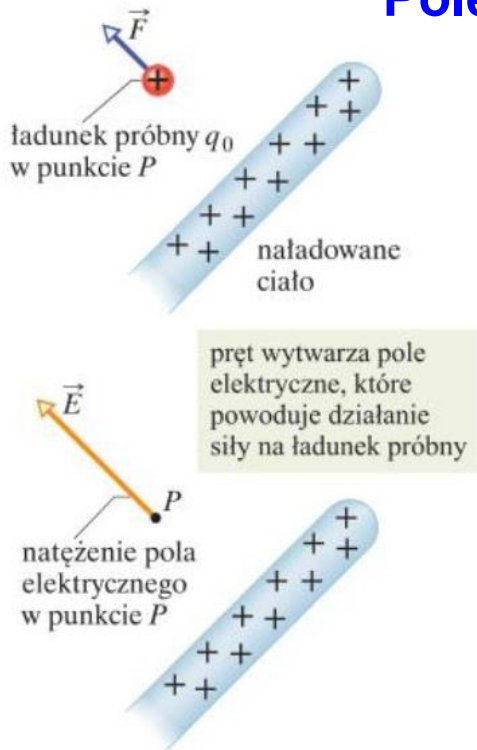
IA												VIII					VIII					VIII																																																																
1 H																						2 He																																																																
IIA																																																																																						
3 Li	4 Be																																																																																					
III																																																																																						
11 Na	12 Mg																																																																																					
IIIB																																																																																						
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr																																																																					
IIIB																																																																																						
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe																																																																					
IIIB																																																																																						
55 Cs	56 Ba	57 La	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn																																																																					
IIIB																																																																																						
87 Fr	88 Ra	89 Ac																																																																																				
																	58 Ce					59 Pr					60 Nd					61 Pm					62 Sm					63 Eu					64 Gd					65 Tb					66 Dy					67 Ho					68 Er					69 Tm					70 Yb					71 Lu				
																	90 Th					91 Pa					92 U					93 Np					94 Pu					95 Am					96 Cm					97 Bk					98 Cf					99 Es					100 Fm					101 Md					102 No					103 Lr				

http://zasoby1.open.agh.edu.pl/dydaktyka/fizyka/c teoria_pasmowa/5.php

Pole elektryczne

- Ładunek elektryczny wytwarza **pole elektryczne**.
 - Graficzną ilustracją są linie pola elektrycznego, które zaczynają się w ładunku, zwrot linii określony jest przez ruch ładunku dodatniego.

Pole elektryczne jest polem źródłowym

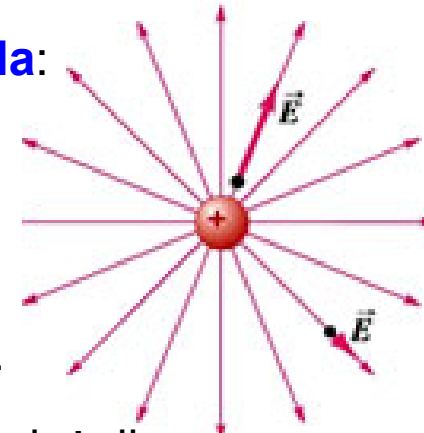


- Jeżeli w polu elektrycznym umieścimy ładunek elektryczny – działa siła elektryczna (ładunek próbny q umownie uważamy za dodatni).

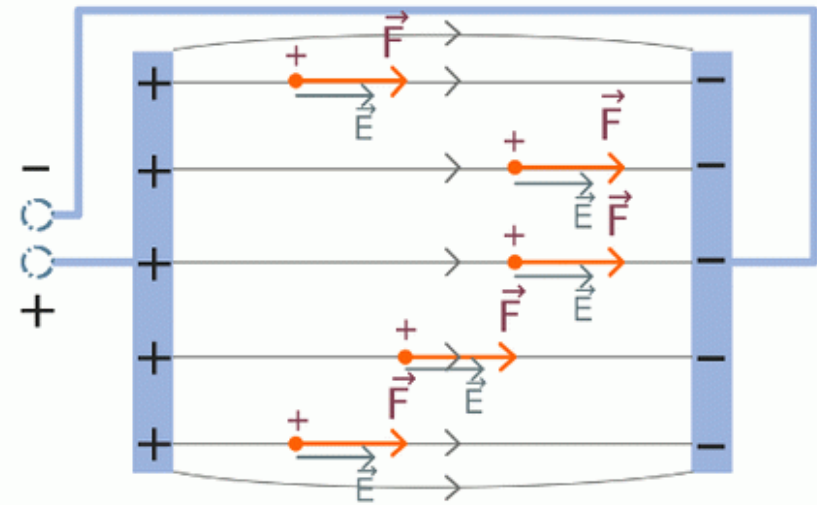
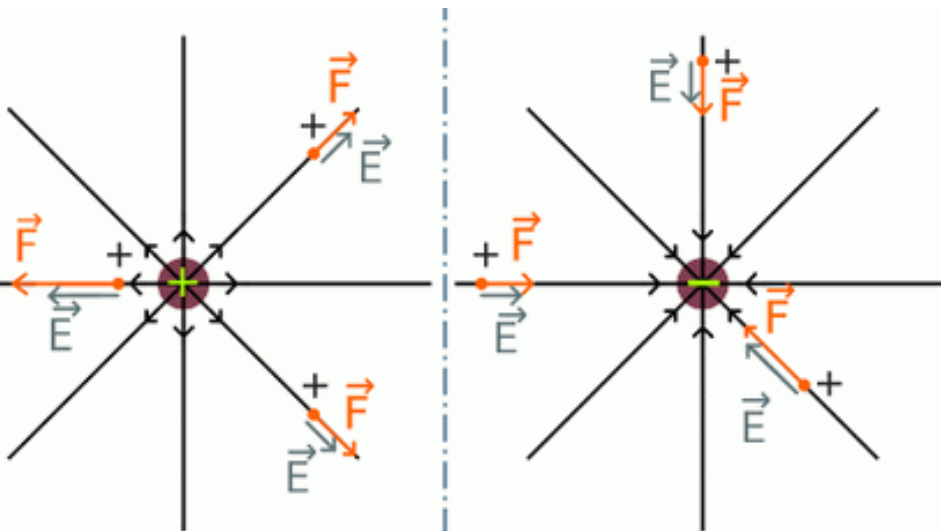
Natężenie pola

- Pole elektryczne opisywane jest poprzez **wektor natężenia pola**:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q}$$

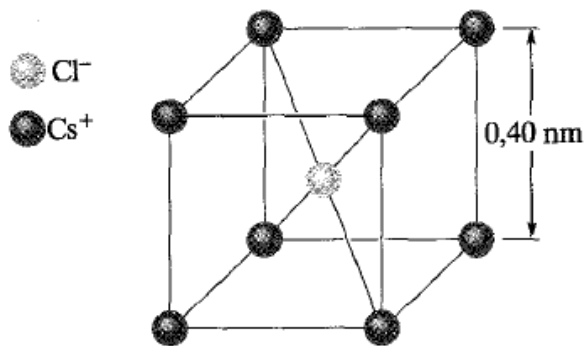
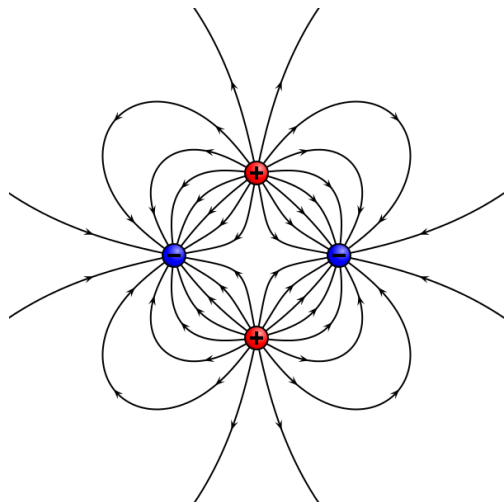
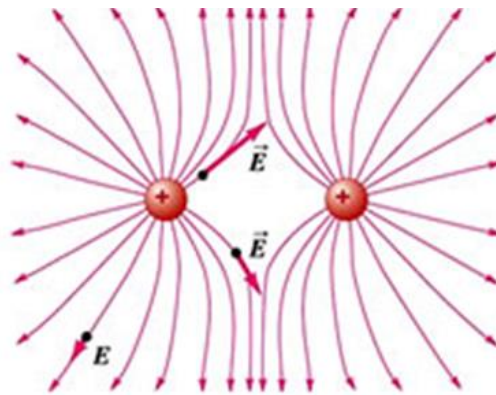
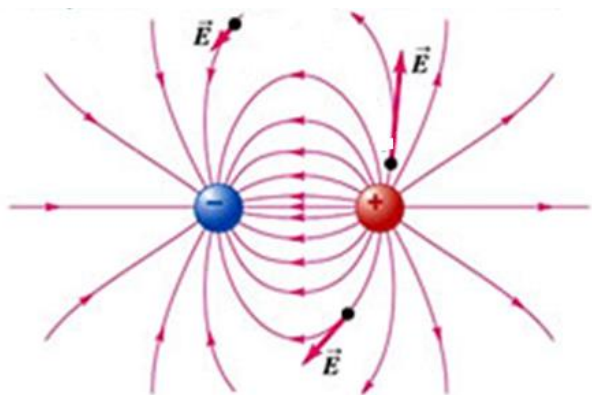


- jest zgodny z liniami pola.
 - pole jest najsilniejsze, tam, gdzie linie są najbardziej gęste.
- Jeśli chcemy opisać pole – należy wyznaczyć wektor natężenia, jeżeli interesuje nas zachowanie ładunku w polu – siłę elektryczną, np.:



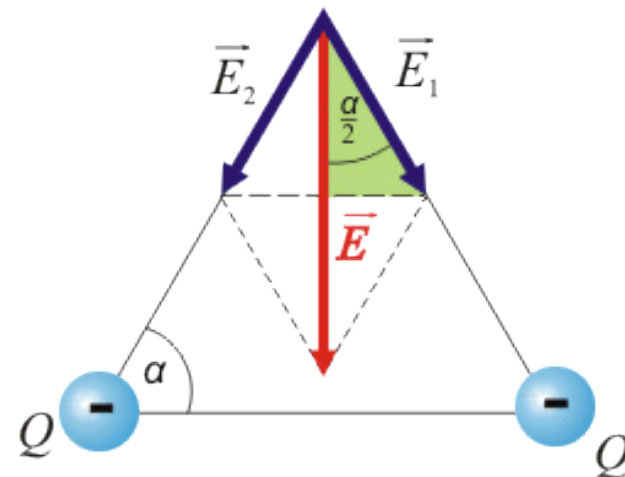
Układy ładunków- linie pola

- Pole wytworzone przez układy ładunków:



zasada superpozycji:

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$



<http://physicstasks.eu>
<http://physicstasks.eu>

Natężenie pola

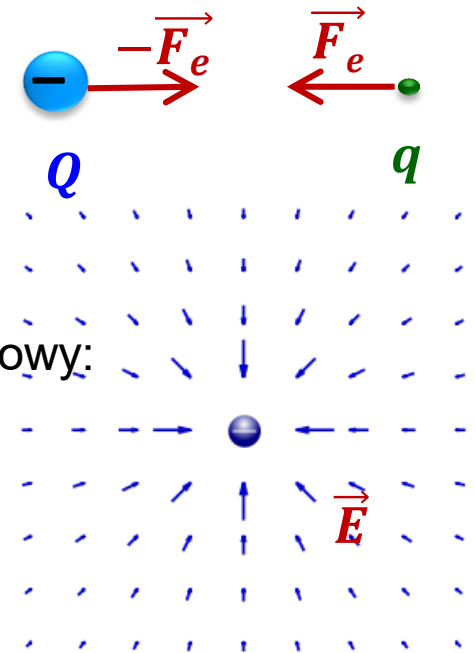
- Pole wytworzone przez ładunek punktowy:

- na ładunek próbny działa **siła (Coulomba)**:

$$\vec{F}_e(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

- natężenie pola wytworzonego przez ładunek punktowy:

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

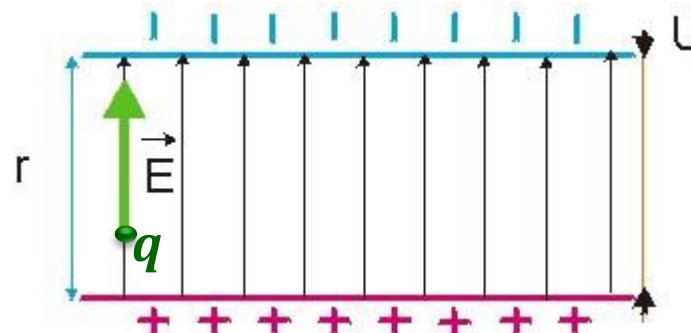


- Jednorodne pole wytworzone przez dwie naładowane płaszczyzny:

- na ładunek próbny działa siła:

$$\vec{F}_e = q \vec{E}$$

- natężenie pola ?

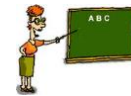


Dipol elektryczny

- Pole elektryczne dipola elektrycznego

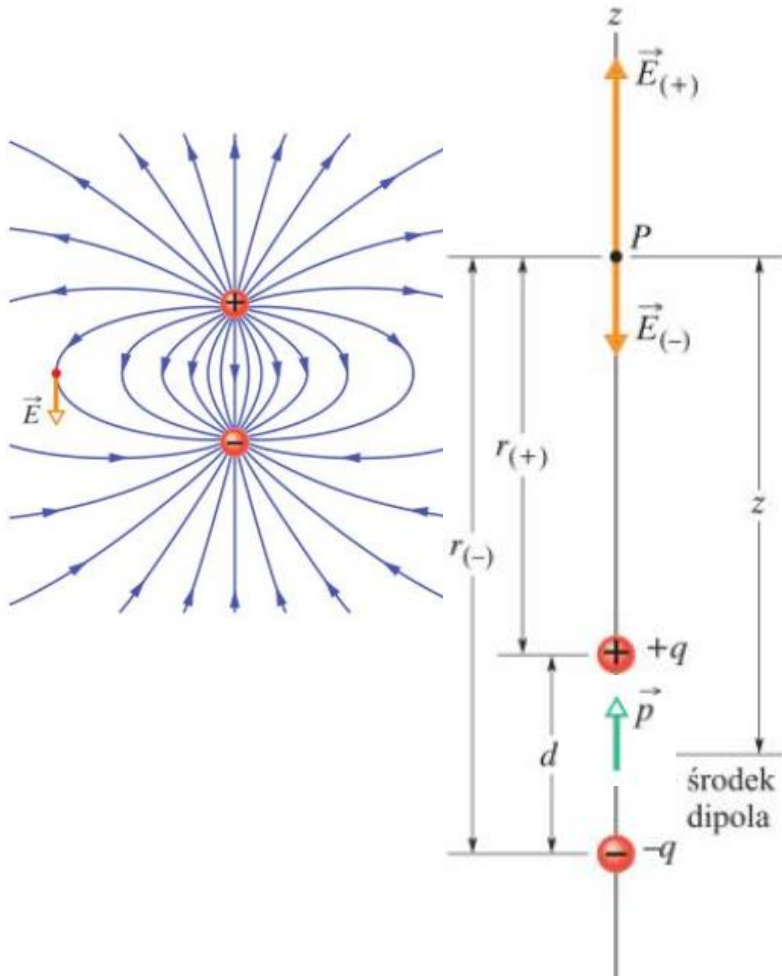
$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

$$E = E_+ + E_-$$



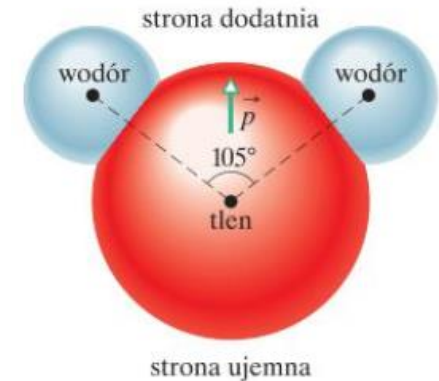
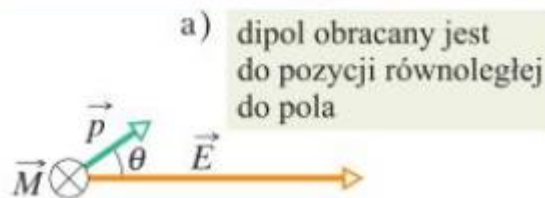
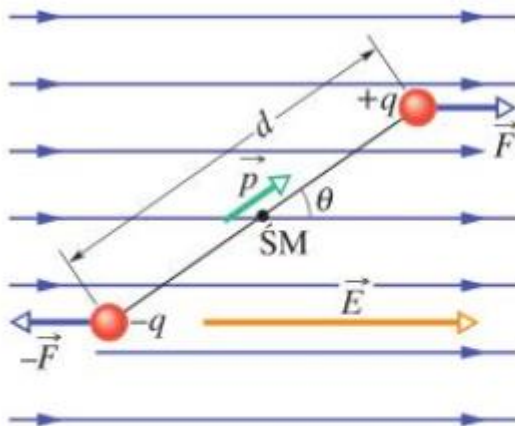
$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^3}$$

\vec{p} - moment dipolowy, $p = q d$
skierowany od „-” do „+”



Dipol w polu elektrycznym

1. Cząsteczka wody jest dipolem elektrycznym:
2. Ustawiona w zewnętrznym polu elektrycznym ustawia swój moment dipolowy zgodnie z liniami pola:



Siły elektrostatyczne działają w przeciwnych kierunkach na końce dipola i wytwarzają wypadkowy moment siły względem $\dot{S}M$:

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$$

który dąży do odwrócenia \vec{p} w kierunku \vec{E} .

Energia potencjalna dipola:

$$E_p = -W = -\int_{\frac{\pi}{2}}^{\theta} M d\theta$$

zależy od jego ustawienia:

$$E_p = -pE \cos\theta$$

jest najmniejsza, gdy \vec{p} i \vec{E} mają ten sam kierunek

Praca siły elektrostatycznej

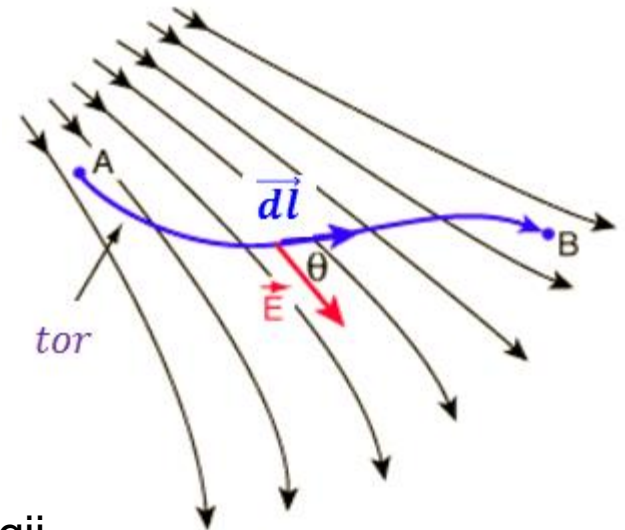
- Praca siły elektrostatycznej przy przesunięciu ładunku q (dodatniego) z punktu A do B w polu o natężeniu \vec{E} :

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = q \int_A^B E dl \cos \theta$$

- Siła elektrostatyczna jest **siłą zachowawczą**.
- Pole siły elektrostatycznej jest potencjalne, a ładunki w tym polu mają **energię potencjalną**.
- Jeśli układ ładunków zmienia położenie – siła elektrostatyczna wykonuje pracę, a zmiana energii potencjalnej wynosi:

$$(E_{pB} - E_{pA}) = -W_{AB}$$

$$E_{pB} = E_{pA} - W_{AB}$$



przykł – policzyć zmianę energii w przypadku ładunku ujemnego, zmieniając kierunek ruchu

Energia potencjalna dodatniego ładunku poruszającego **się zgodnie z kierunkiem pola uległa zmniejszeniu** (analogia do spadku w polu grawitacyjnym).

Energia potencjalna pola elektrycznego

$$E_{pB} = E_{pA} - W_{AB}$$

- Jeśli przyjmiemy, że w nieskończoności $E_{p\infty} = 0$, to praca wykonana przez siłę elektrostatyczną nad cząstką wynosi W_{∞} , a energia potencjalna ładunku:

$$E_p = -W_{\infty}$$



jest równa pracy (ze znakiem „-”), jaką musi wykonać siła elektrostatyczna, aby przenieść ładunek z nieskończoności do tego miejsca. Praca może być zarówno dodatnia, jak i ujemna (w zależności od znaku ładunku źródła i ładunku przenoszonego).

Energia potencjalna pola elektrycznego

- **Energia potencjalna** układu ładunków jest równa pracy (ze znakiem „-”), jaką musi wykonać siła elektrostatyczna, aby złożyć ten układ przesuważając ładunki z nieskończoności:

$$E_p = -W_\infty$$



Przykład: Energia potencjalna układu ładunków – umieszczamy jeden ładunek (źródło), potem drugi do pola wytworzonego przez ten pierwszy. Następnie trzeci ładunek do pola dwóch pierwszych ładunków, itd.

Efektywnie (zad):

$$E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Uwaga:

praca wykonana przez siłę zewnętrzną:

$W_z = -W$, czyli energia potencjalna może być wyrażona poprzez:

$$E_p = W_z$$

Energia pola ładunku punktowego

- Energia potencjalna w polu ładunku punktowego:

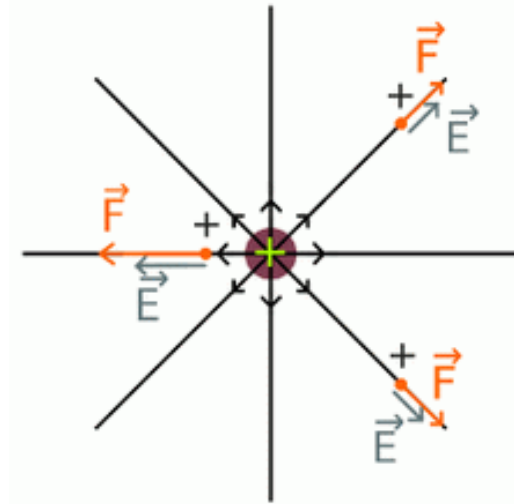
$$E_p = -W_\infty = W(A \rightarrow \infty)$$

$$W(A \rightarrow \infty) = \int_A^\infty \vec{F}_e \cdot \vec{dr} =$$

$$= q \int_A^\infty E \, dr = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \int_A^\infty \frac{1}{r^2} \, dr = q Q \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_A}$$

$$E_p(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r}$$

$$\int \frac{1}{r^2} \, dr = -\frac{1}{r}$$



W układzie ładunku + w polu ładunku +, energia potencjalna jest dodatnia.
Pole wykonuje pracę odsuwając ładunek od źródła

- Energia potencjalna elektronu w polu protonu:

$$E_p = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ee}{r_A}$$

jakieś skojarzenia?

$$E_p = -13.6 \text{ eV?}$$

Uwaga! W polu o innych liniach energia potencjalna jest innej postaci!

Potencjał elektryczny

- Energię potencjalną wyznaczamy dla ładunku w polu wytworzonym przez inny ładunek (układ ładunków).
- Jeśli wyznaczymy stosunek energii do ładunku – zdefiniujemy **potencjał pola**:

$$V = \frac{E_p}{q} \quad \left[\frac{J}{C} = V \right]$$



- Różnica potencjałów między dwoma punktami pola:

$$\Delta V = \frac{\Delta E_p}{q} = -\frac{W}{q} = \frac{W_{zew}}{q}$$

jest równa pracy (ze znakiem przeciwnym) wykonanej przez siłę elektrostatyczną przy przesunięciu ładunku jednostkowego pomiędzy tymi punktami.

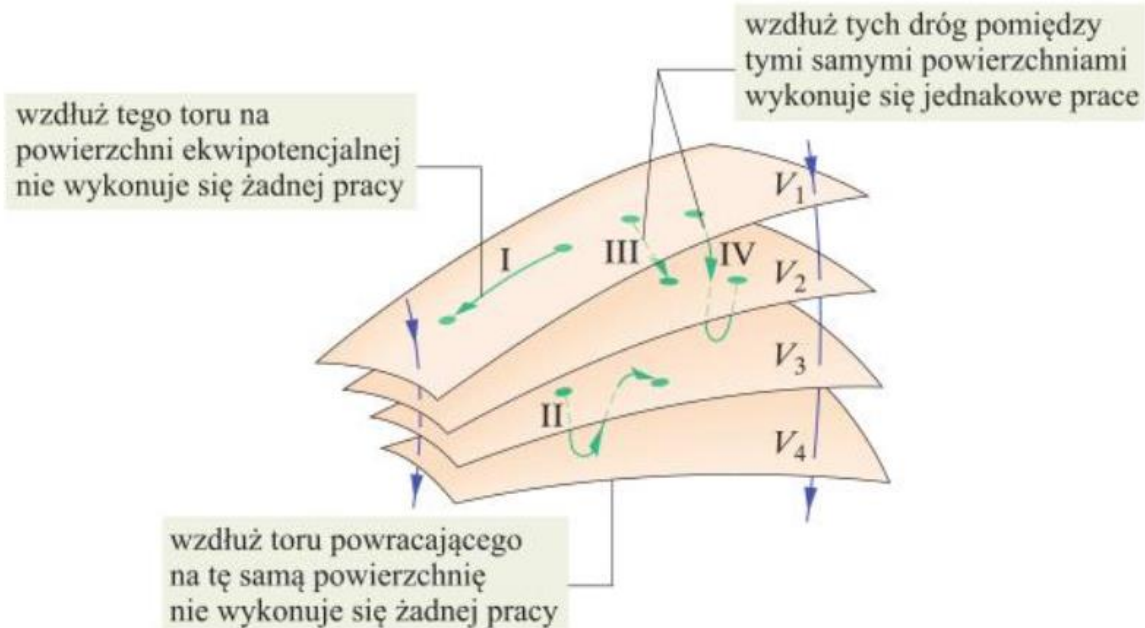
- Jeśli w nieskończoności $E_p \rightarrow 0$, to:

$$V = -\frac{W_\infty}{q}$$

potencjał może być >0 , <0 , $=0$,
potencjał wytworzony przez układ
ładunków jest **SUMĄ algebraiczną**
poszczególnych potencjałów (ĆW)

Powierzchnie ekwipotencjalne

Punkty, które mają taki sam potencjał tworzą powierzchnie ekwipotencjalne:

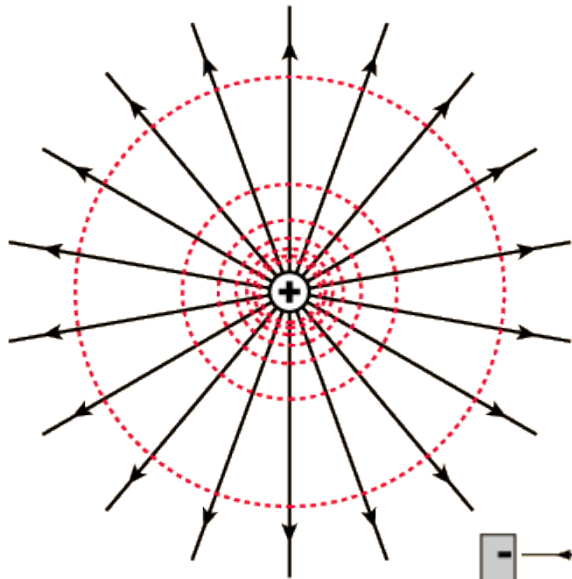


gdy $V_k = V_p$, to $W = 0$

ładunek poruszający się po powierzchni ekwipotencjalnej nie wykonuje pracy (ani pole nad nim)

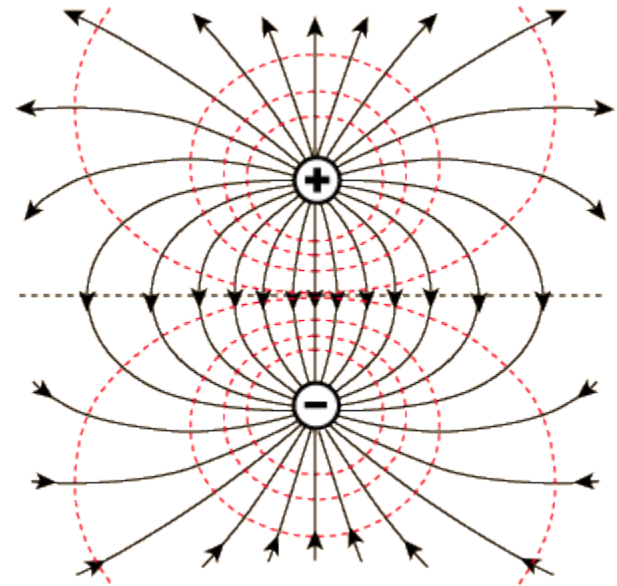
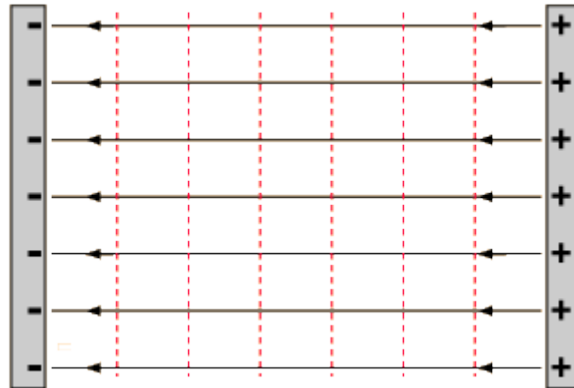
Powierzchnie ekwipotencjalne

- Punkty o tym samym potencjale tworzą **powierzchnie ekwipotencjalne**:



Ładunek poruszający się po powierzchni ekwipotencjalnej:

- nie wykonuje pracy
- nie zmienia energii



Potencjał a natężenie pola

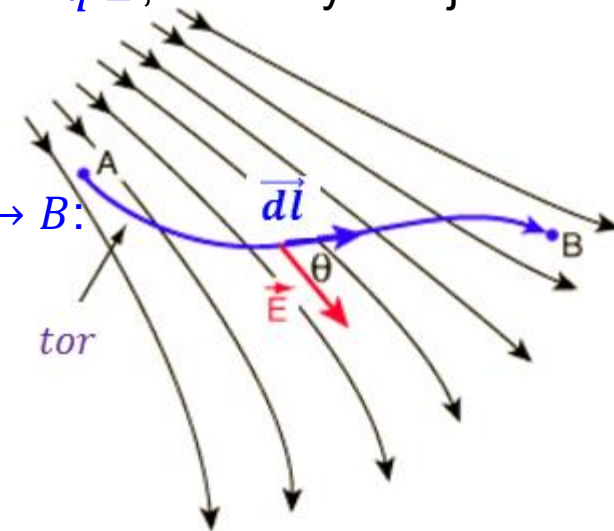
Przypadek ogólny:

- mamy poruszający się po torze **AB** dodatni ładunek próbny q .
- w każdym punkcie działa siła elektrostatyczna $\vec{F} = q \vec{E}$, która wykonuje pracę:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l} = q \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

- Całkowita praca wykonana przez siłę na drodze $A \rightarrow B$:

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$



- Praca wyrażona poprzez zmianę potencjału pola:

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

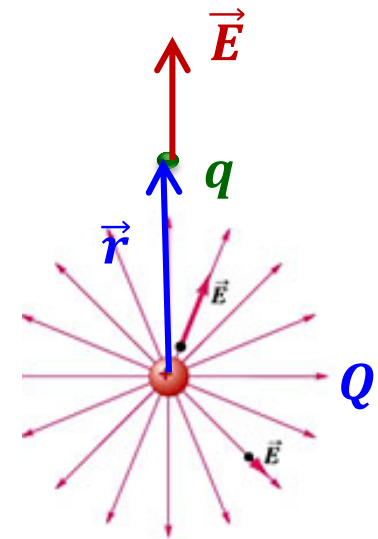
Jeśli przyjmiemy: $V_A = 0$, to:

$$V = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Potencjał ładunku punktowego

- Znak „-” oznacza, że $V_B < V_A$, a ładunek **TRACI energię** potencjalną, gdy przemieszcza się **zgodnie z liniami pola** (czyli ze spadkiem natężenia)
- Znając natężenie pola $\vec{E}(r)$ można wyznaczyć potencjał $V(r)$, np. dla pola ładunku punktowego:
 - przesuujemy ładunek próbny z punktu \vec{r} do nieskończoności (tor nieistotny):

$$V = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$



$$V_\infty - V(r) = - \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\vec{E} \cdot d\vec{r} = E dr \cos 0 = E dr$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

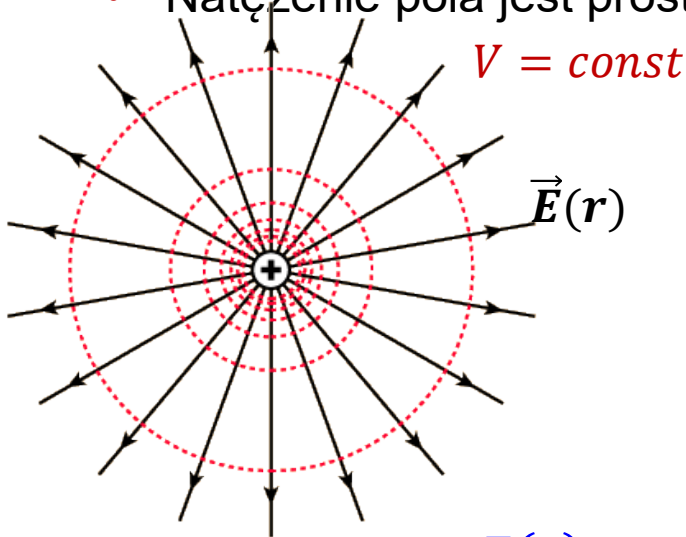
$$V(r) = \int_r^\infty E dr = \int_r^\infty \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr =$$

$$= - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{Q}{r} \right]_r^\infty = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

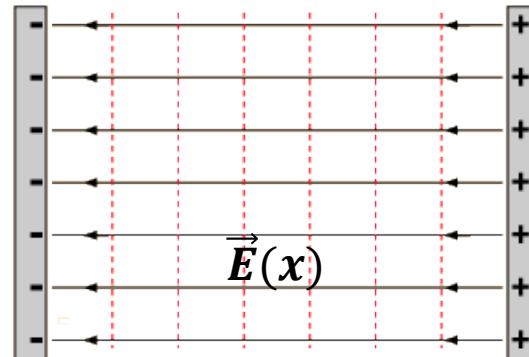
$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

Natężenie a potencjał

- Czy znając potencjał w pewnym miejscu można wyznaczyć natężenie pola?
 - Pamiętajmy, że potencjał V jest skalar, a natężenie \vec{E} wektorem!
 - Jeśli zmierzmy potencjał w wielu miejscach pola, to wyznaczając powierzchni ekwipotencjalne, mamy zmiany potencjału dV na pewnej odległości dx
 - Natężenie pola jest prostopadłe do powierzchni ekwipotencjalnej



$$E(r) = -\frac{dV}{dr}$$



$$E(x) = -\frac{dV}{dx}$$

Natężenie a potencjał

- W 3D - analogia do poziomic ($V = const$) linii spadku lawin \vec{E}

$$\vec{E}(r) = \left[-\frac{\partial V}{\partial x}, -\frac{\partial V}{\partial y}, -\frac{\partial V}{\partial z} \right]$$

$$\vec{E}(r) = -\nabla V$$

∇ - gradient

Gradient potencjału
oznacza kierunek spadku
wektora natężenia pola

a poprzednio było:

$$V = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$



Zebranie faktów

- Spoczywające **ładunki** elektryczne wytwarzają **pole** elektrostatyczne.
- Na ładunki elektryczne działa **siła** elektrostatyczna (Coulomba).
- Pole elektrostatyczne opisane jest przez **wektor natężenia** pola i skalarny **potencjał** elektryczny
- Znając potencjał w danym punkcie, można wyznaczyć natężenie z zależności:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

- Znając wektor natężenia w danym punkcie, można wyznaczyć potencjał z zależności:

$$V = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Podsumowanie

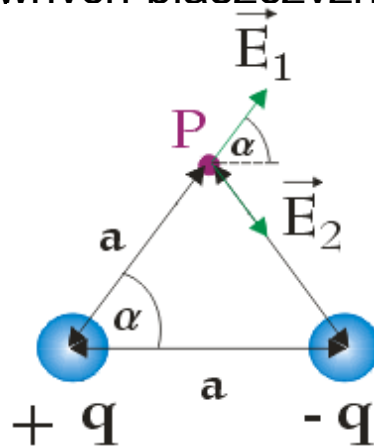
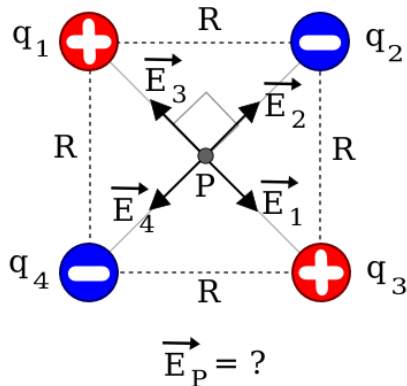
- Ładunki i pole elektrostatyczne
- Natężenie i potencjał pola (charakteryzują pole).
- Siła Coulomba i energia potencjalna w polu (opisują pola na ładunek umieszczony w tym polu)
- Przykłady obliczania natężenia pola i potencjału dla układu ładunków punktowych.



- POKAZY !!!

Wskazówki do rozwiązywania zadań

- Przykłady obliczania natężenia pola i potencjału dla układu ładunków punktowych (**rozkład dyskretny**) i dla ładunków rozmieszczonych równomiernie na pewnych płaszczyznach (**rozkład ciągły**).



Zasada superpozycji:

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$

lub:

$$\vec{E} = \int \overline{dE}$$

