

# Podstawy fizyki – sezon 2

## 5. Pole magnetyczne II

Agnieszka Obłąkowska-Mucha



opracowane na podstawie:

Halliday & Resnick, J. Walker „Fundamentals of Physics” extended  
10th Edition, John Wiley & Sons, Inc.

AGH, WFliS, Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek,

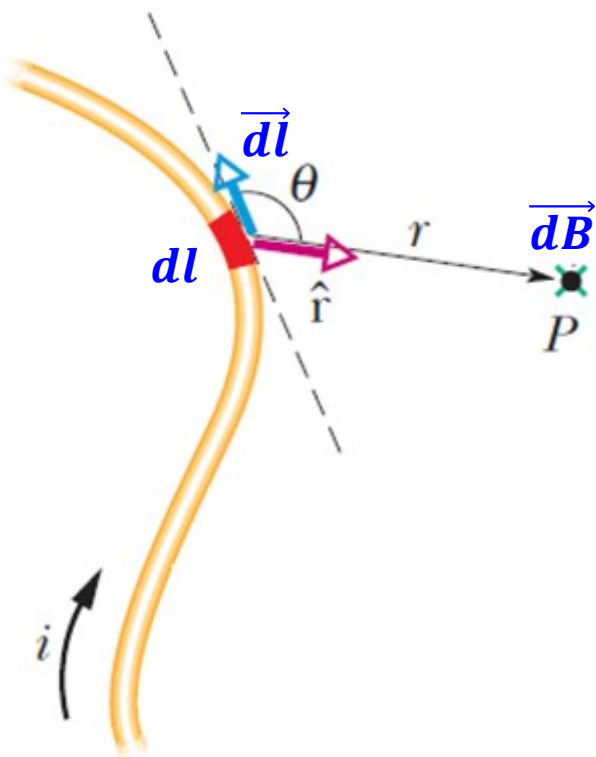
D11, pok. 111

[amucha@agh.edu.pl](mailto:amucha@agh.edu.pl)

<http://home.agh.edu.pl/~amucha>

## Indukcja magnetyczna

- ❑ Poruszający się ładunek elektryczny jest źródłem pola magnetycznego.
- ❑ Jak wyznaczyć indukcję tego pola?



element  $d\vec{l}$  przewodnika z prądem o natężeniu  $i$  wytwarza w punkcie  $P$ , odległym od tego elementu o  $\vec{r}$ , pole o indukcji  $d\vec{B}$ :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

prawo Biota-Savarta (1820)

Całkowite pole wytworzone przez przewodnik:

$$\vec{B} = \int d\vec{B}$$

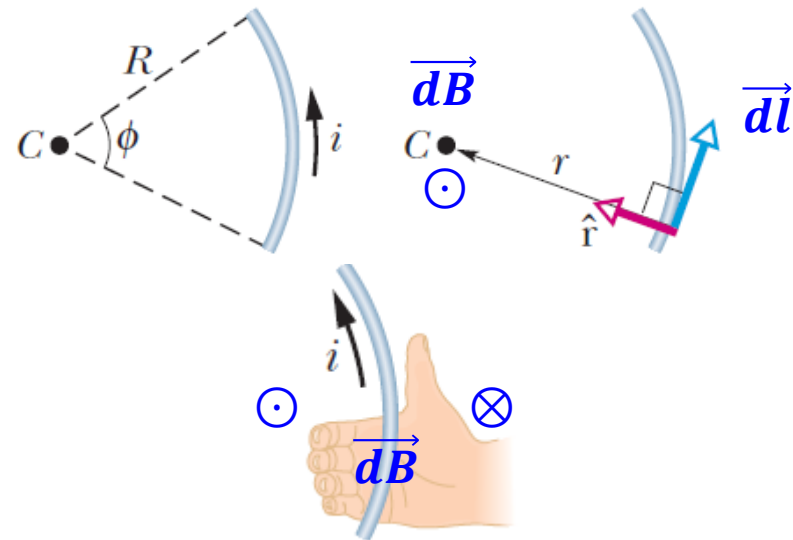
- ❑ Prawo Biota-Savarta jest odpowiednikiem prawa Coulomba dla pola elektrycznego

## Pole od przewodnika o kształcie łuku

- Przykł. wykorzystania prawa Biota-Savarta – obliczenie pola od przewodnika wygiętego w łuk:

procedura:

- dzielimy przewodnik na małe elementy ,
- z reguły prawej ręki wyznaczamy zwrot wektora indukcji w środku  $C$ ,
- obliczamy  $d\vec{B}$  i potem  $\vec{B}$  całkowite.



$$\vec{dB} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

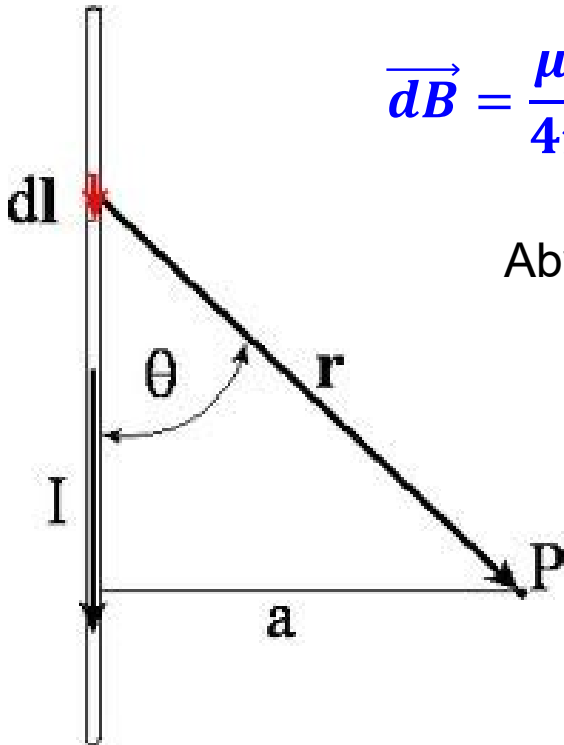
$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dl r \sin \pi/2}{r^3} \quad \left. \begin{array}{l} dl = R d\phi \\ r = R \end{array} \right\} \begin{array}{l} dB = \int_0^\phi \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{R d\phi}{R^2} \\ = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \int_0^\phi d\phi \end{array}$$

dla  $\phi = 2\pi$ :  $B = \frac{\mu_0 i}{2 R}$

wartość indukcji pola magnetycznego w środku kołowego przewodu z prądem

## Pole wokół przewodnika

- Obliczenie pola od przewodnika o długości  $l$  z prądem o natężeniu  $I$ :



$$\vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \sin \theta}{r^2}$$

Aby uzależnić  $dB$  tylko od kąta  $\theta$  zastosujemy podstawienia:

$$l = a \operatorname{ctg} \theta$$

Po scałkowaniu po całej (nieskończonej) długości przewodnika otrzymujemy

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

ćwiczenia!

## Prawo Ampera

- ❑ Wyznaczenie indukcji magnetycznej wokół przewodnika z prądem może być skomplikowane...
- ❑ W niektórych przypadkach można wykorzystać prawo Ampera:

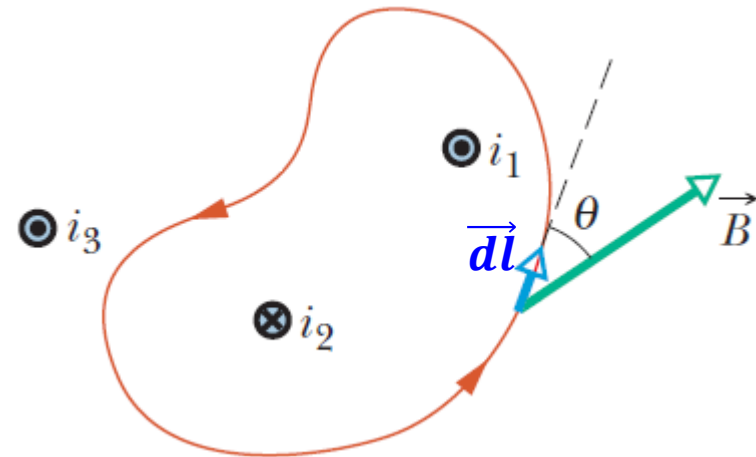
Nieskończone przewodniki z prądem o natężeniu i wytwarzają wokół siebie pole magnetyczne o indukcji B:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_P$$

krążenie wektora indukcji magnetycznej po dowolnej pętli zamkniętej

całkowity prąd wewnątrz tej pętli

prawo Ampera



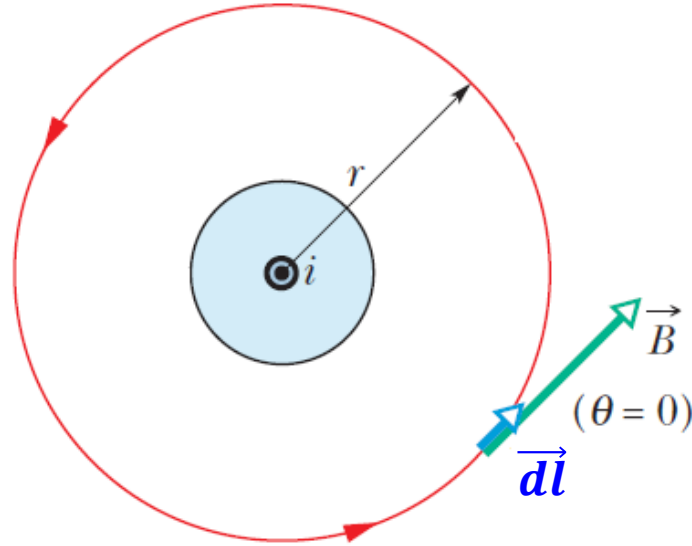
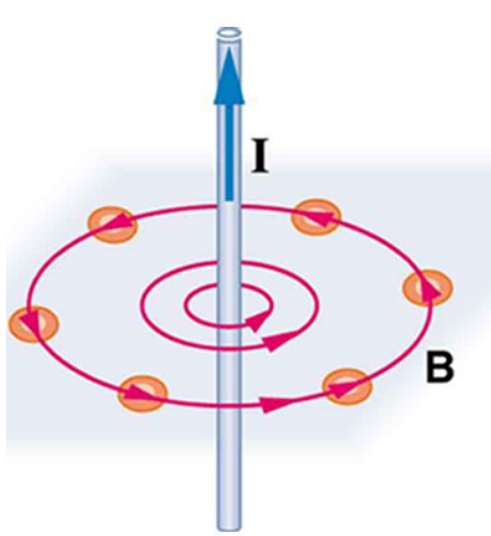
$$I_P = I_1 - I_2$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = ?$$

# Prawo Ampera - zastosowania

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_P$$

□ Prawo Ampera dla nieskończonego prostoliniowego przewodnika:



$$I_P = I$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \oint d\vec{l} = B \cdot 2\pi r$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

wartość indukcji pola magnetycznego w odległości  $r$  od prostoliniowego nieskończonego przewodu z prądem

Déjà vu?

prawo B-S..

## Dwa przewody z prądem

- ❑ Dwa przewody z prądem oddziałują na siebie siłami elektrycznymi – jeden przewodnik wytwarza pole magnetyczne na drugi przewodnik z prądem działa siła Lorentza (symetrycznie na odwrót również).
- ❑ W przypadku dwóch równoległych przewodów o długości  $L$ :

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \quad F_2 = B_1 I_2 L$$

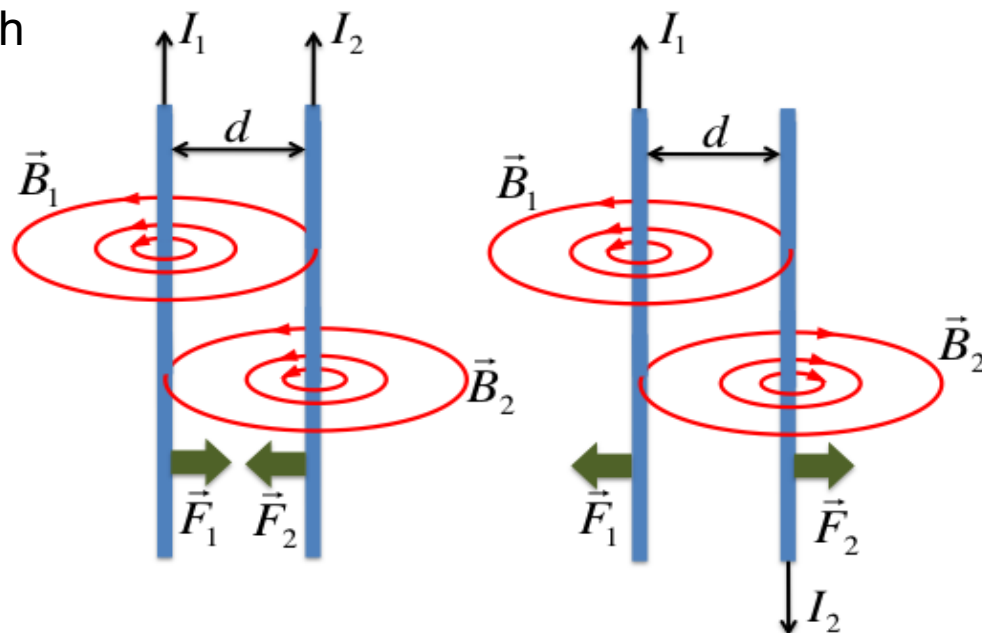
również:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} \quad F_1 = B_2 I_1 L$$

co daje:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi r}$$

siła oddziaływania dwóch przewodników z prądem.  
Zwroty – reguła „prawej ręki”



## Dotychczas pokazaliśmy:

- Poznaliśmy dotychczas trzy równania opisujące pola elektryczne i magnetyczne:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

????

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$



źródłowość pola:

pole elektryczne - pojedyncze ładunki elektryczne,

pole magnetyczne jest bezźródłowe, brak monopoli magnetycznych

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_P$$



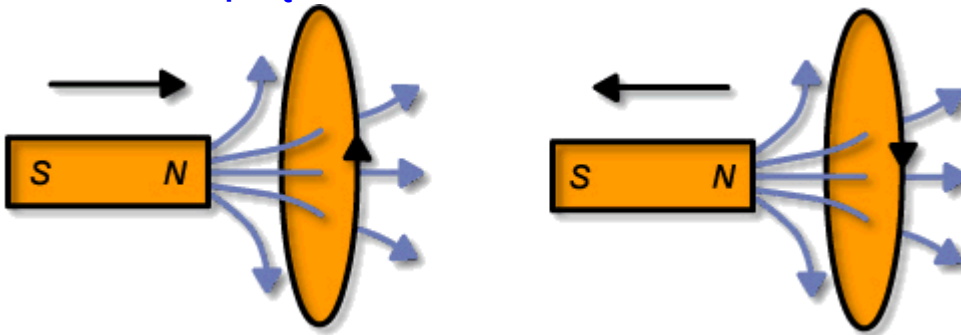
Źródłem pola magnetycznego może również być prąd elektryczny.

Czy źródłem pola elektrycznego może być pole magnetyczne ???

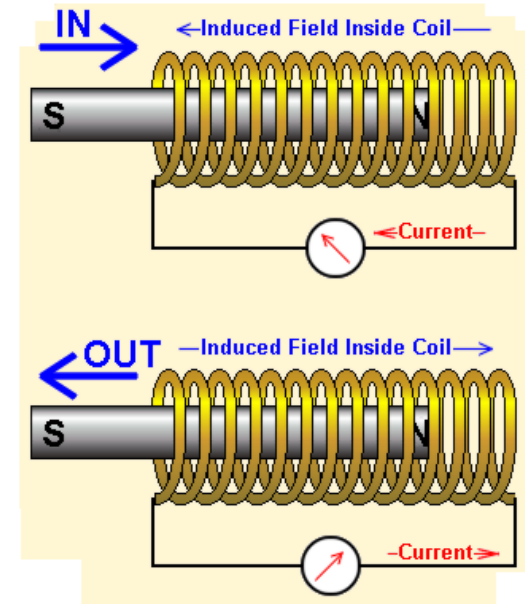


# Michael Faraday

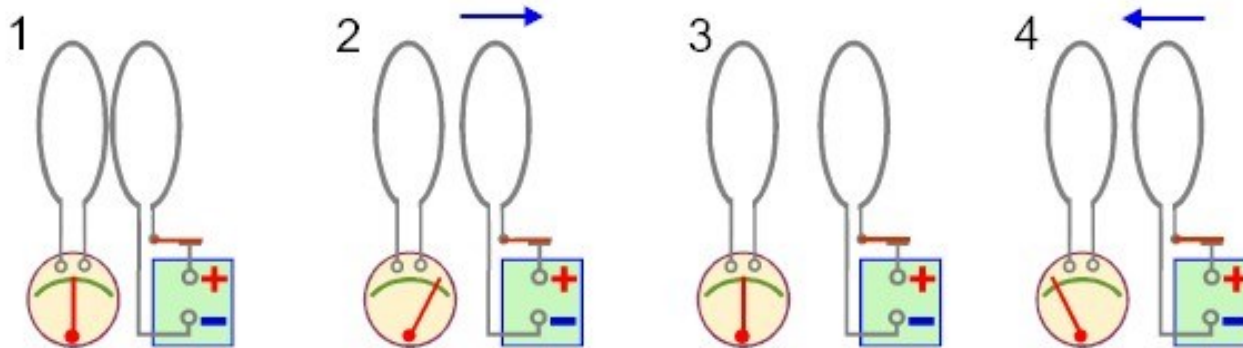
- 1833 – M. Faraday wykazał, że jeżeli obwód z przewodnika **włożymy w zmienny strumień pola magnetycznego**, to popłynie w tym obwodzie **prąd**.



- Oznaczało to, że w przewodniku powstała siła elektromotoryczna.
- Faraday zauważył, że wartość SEM zależy od liczby zwojów cewki i szybkości jej poruszania



# Zabawy (obserwacje) Faradaya



- W drugim obwodzie indukowany był prąd gdy:
- a) do cewki wkładany lub wyciągany z niej był magnes
  - b) poruszaliśmy obwodem z prądem,
  - c) włączaliśmy lub wyłączaliśmy prąd w pierwszym obwodzie

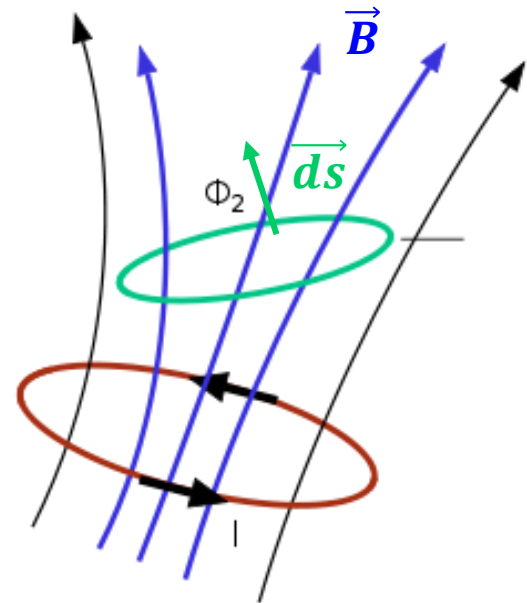
Jaką wspólną cechą mają te obserwacje?

# Strumień pola magnetycznego

- ❑ Strumień pola magnetycznego wytworzonego przez pętlę z prądem  $I$

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot \vec{ds}$$

- ❑ W drugiej pętli popłynie prąd **tylko wtedy**, gdy znajdzie się ona w **zmiennym strumieniu** pola magnetycznego, tzn. w każdej chwili pętla **obejmuje inną liczbę linii pola** magnetycznego wytworzonego przez pierwszą pętlę.



$$\frac{d\Phi_B}{dt} \Rightarrow \text{pole elektryczne}$$

# Prawo indukcji Faradaya

- ❑ Zmienny w czasie strumień pola magnetycznego powoduje powstanie SEM w przewodniku

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

prawo Faradaya

?? (za chwilę)

- ❑ Siła elektromotoryczna  $\mathcal{E}$  powstająca w obwodzie jest proporcjonalna do **szybkości zmian strumienia indukcji magnetycznej** obejmowanego przez ten obwód

$$\mathcal{E}_{ind} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot \vec{ds} \qquad \mathcal{E}_{ind} \rightarrow I_{ind} = \frac{\mathcal{E}_{ind}}{R}$$

- ❑ SEM zatem może być indukowane gdy:
  - porusza się źródło pola magnetycznego (magnes, pętla, cewka)
  - zmienia się wartości indukcji B pola magnetycznego (np. przez zmienny prąd wytwarzający pole magnetyczne)

## Wiele dróg prowadzi do indukcji prądu...

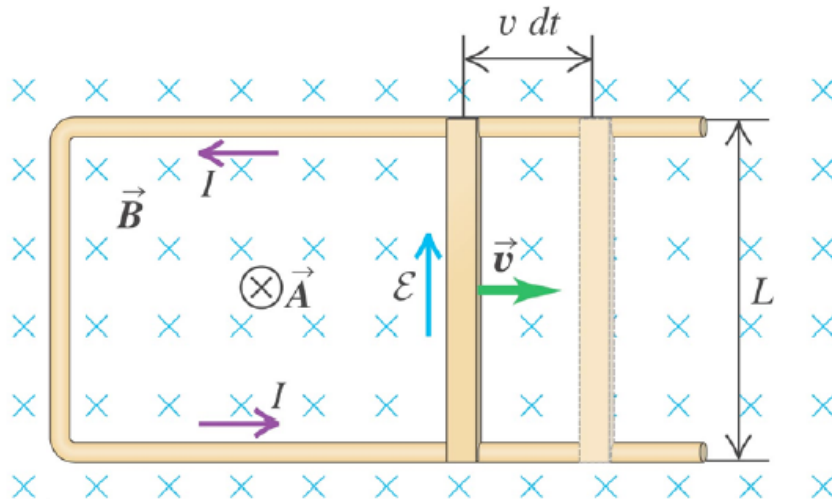
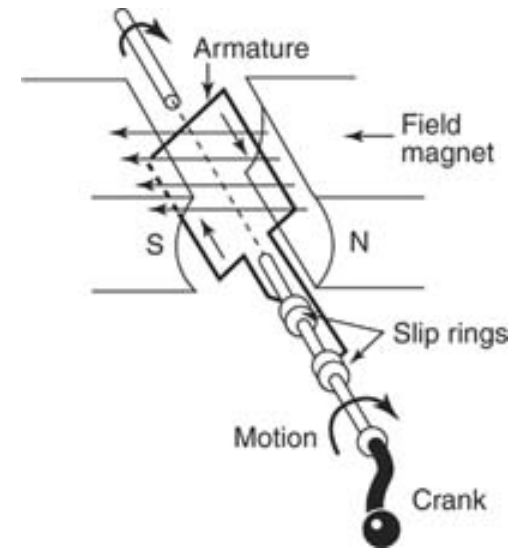
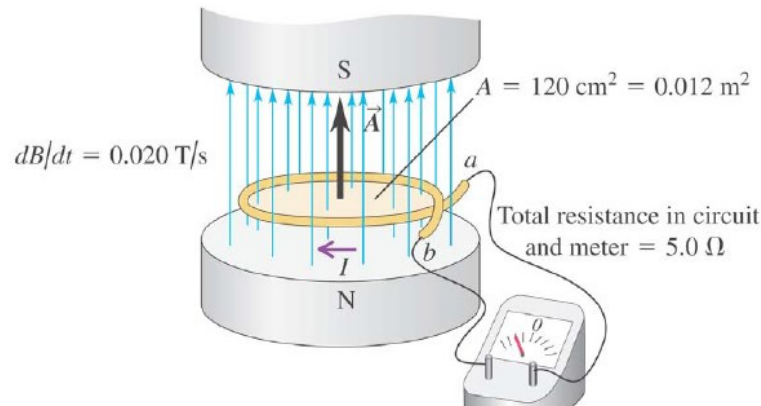
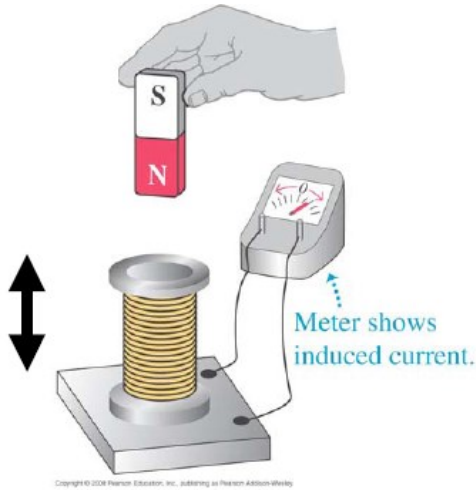
$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot \vec{ds}$$

- Zmiana strumienia magnetycznego, która jest źródłem indukcji SEM może być spowodowana:
  - a) poruszaniem magnesu lub przewodem z prądem w pobliżu przewodzącej pętli – powstaje niejednorodne, zależne od czasu, pole magnetyczne (zmienne  $\vec{B}$ ),
  - b) umieszczeniem przewodzącej pętli w zmiennym polu magnetycznym (zmienne  $\vec{B}$ ),
  - c) obracaniem pętli w stałym i jednorodnym polu magnetycznym (zmienne ustawienie wektorów  $\vec{B}$  i  $\vec{ds}$ ),
  - d) zmianą powierzchni pętli w czasie (zmienne  $s$ )

Lub kombinacją powyższych zjawisk

# Wiele dróg prowadzi do indukcji prądu...

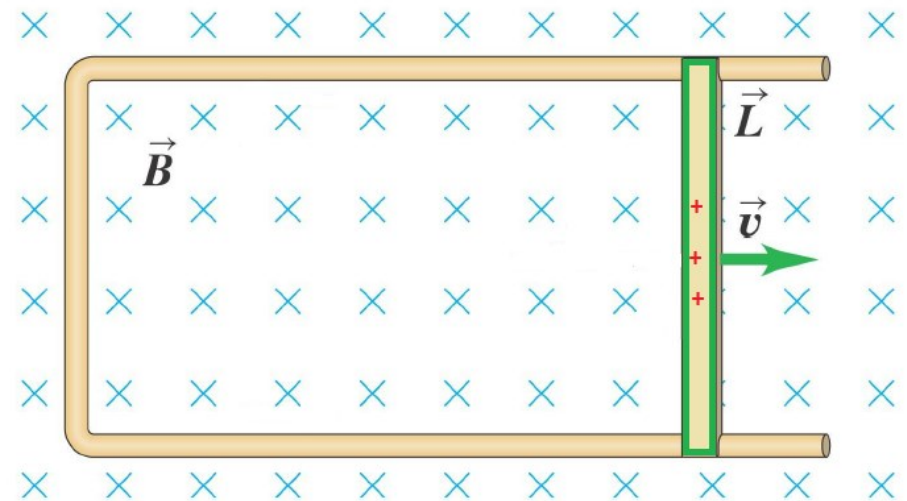
$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$$



# Zjawisko indukcji elektromagnetycznej - wyjaśnienie

- W celu zrozumienia, dlaczego **wywołanie SEM pod wpływem zmiennego w czasie strumienia pola magnetycznego**, rozważmy układ:

ruchomy przewód o długości  $L$   
porusza się z prędkością  $v$  w  
jednorodnym polu magnetycznym  
o indukcji  $B$  (o zwrocie za  
rysunek)



- Jako doświadczeni fizycy zrobimy analizę procesu:

mamy zamknięty obwód w polu magnetycznym,  
gdy przewód nie porusza się – prąd nie płynie, ale!

Na poruszające się ładunki w polu magnetycznym ....

... działa siła Lorentza:  $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$

# Zjawisko indukcji elektromagnetycznej - wyjaśnienie

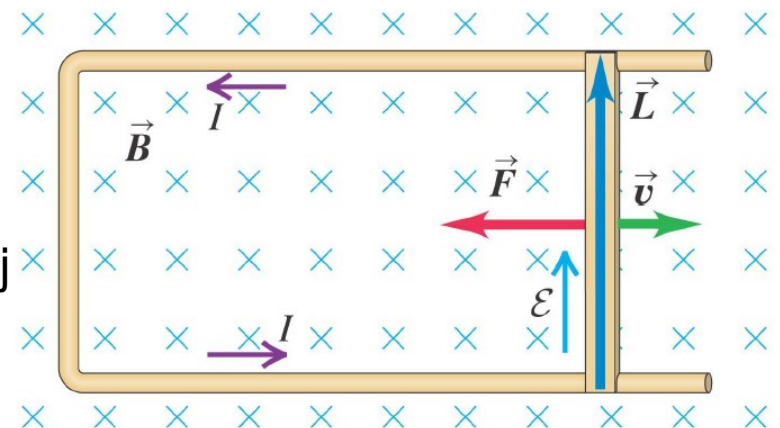
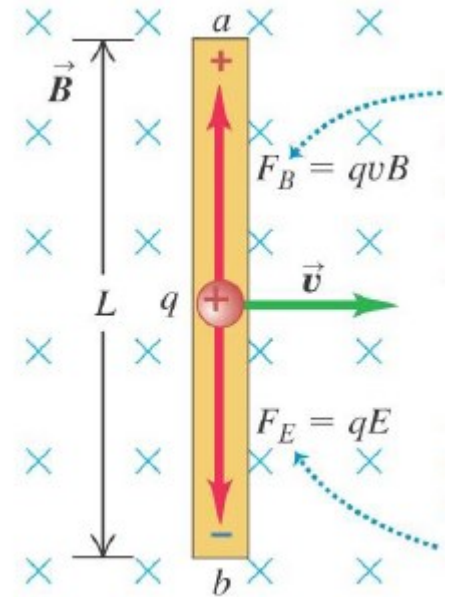
... działa siła Lorentza:  $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$ ,  
która powoduje rozsuniecie ładunków w przewodzie

A jak na końcach przewodnika powstanie różnica potencjałów, to....

... powstanie siła elektryczna:  $\vec{F}_E = q\vec{E}$

... i popłynie w nim prąd:  $\mathcal{E}_{ind} \rightarrow I_{ind} = \frac{\mathcal{E}_{ind}}{R}$

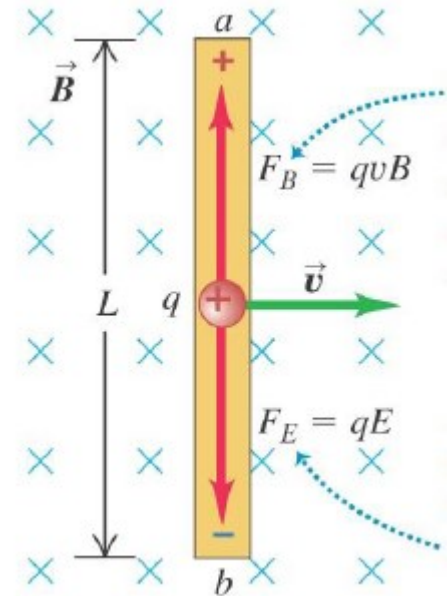
A na przewodnik z prądem w polu magnetycznym działa **siła Lorentza**  $\vec{F}$ , której zwrot jest przeciwny do zwrotu prędkości przewodnika (przewodnik hamuje, aż do pewnej prędkości granicznej).





# Zjawisko indukcji magnetycznej

- Gdy przewodnik przesuwamy w polu  $B$ , na ładunek  $q$  w ruchomej części przewodnika działa siła Lorentza.
- Spowoduje ona przemieszczanie się ładunków tak długo, aż powstałe pole elektryczne zrównoważy działanie siły Lorentza.



$$\left. \begin{array}{l} F_L = F_E \\ qvB = qE \end{array} \right\} \begin{array}{l} E = vB \quad \text{wiemy, że: } E = \frac{U}{l} \end{array}$$

$$U \equiv \mathcal{E} = E l = vB l = \frac{dx}{dt} B l = B \frac{dS}{dt} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

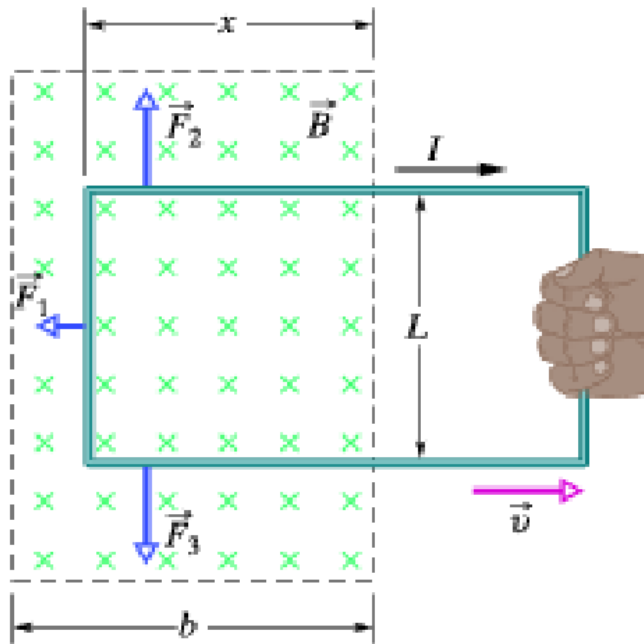
pamiętamy?

$$U = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \text{to prawo Faradaya jest w postaci:}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

# Prąd indukowany w ramce

❑ Ruch ramki z przewodnika w polu magnetycznym:

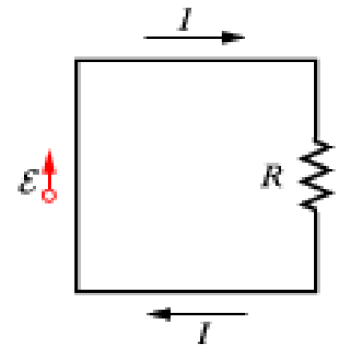


Ramka jest wysuwana z pola magnetycznego – maleje strumień pola objęty przez ramkę – jest to przyczyna indukcji prądu w ramce (kierunek!).

$$\Phi_B = B S = B L x$$

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi_B}{dt} = BL \frac{dx}{dt} = BLv$$

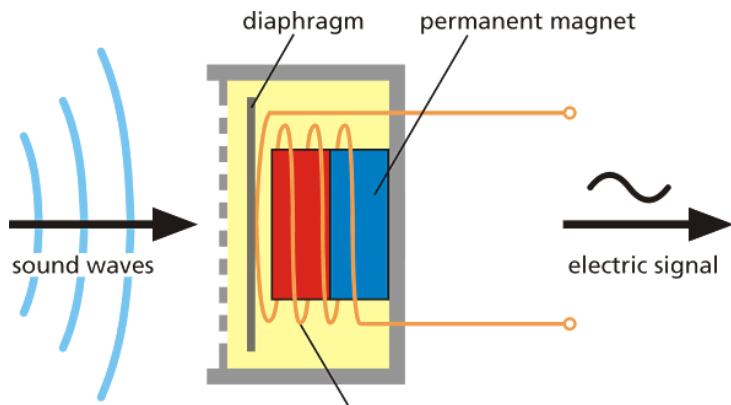
jest to zatem model układu elektrycznego:



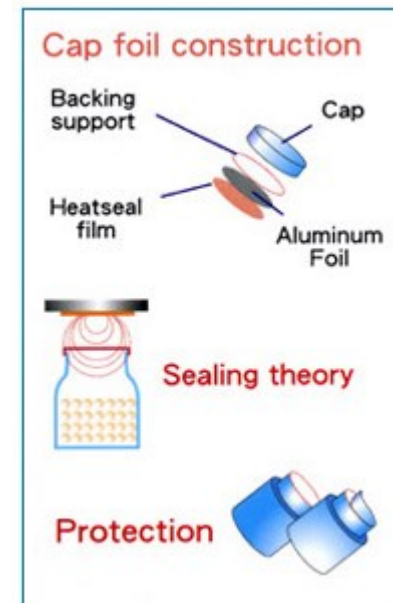
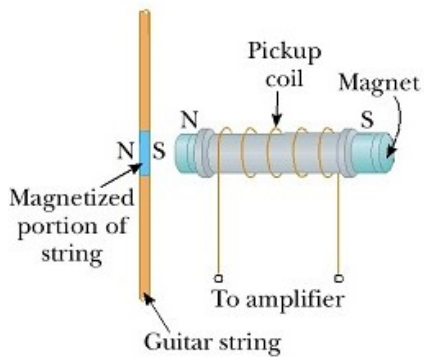
$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{BLv}{R} \\ F &= ILB \end{aligned} \right\} P = F v = I^2 R = \frac{B^2 L^2 v^2}{R}$$

moc: szybkość wykonania pracy, wydzielania ciepła

# Indukcja elektromagnetyczna - zastosowania

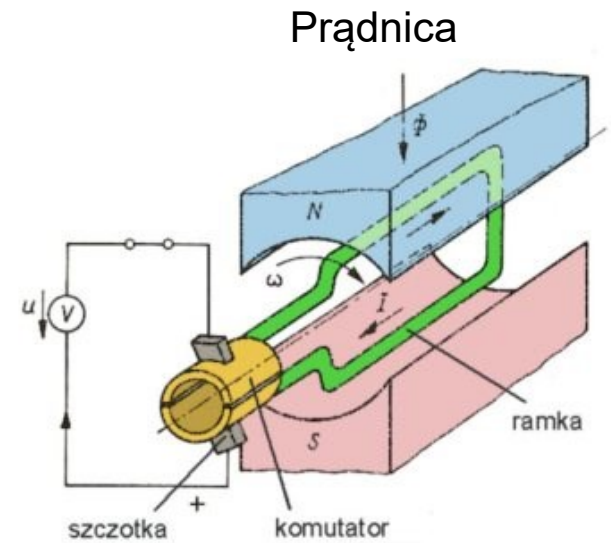
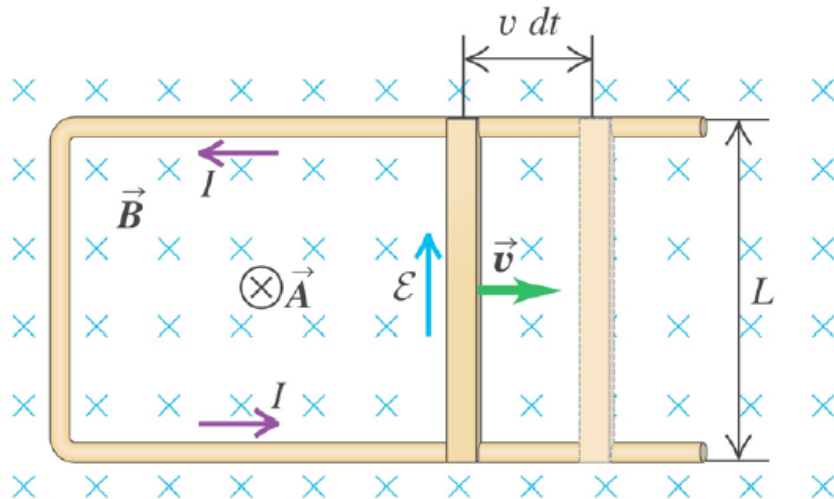
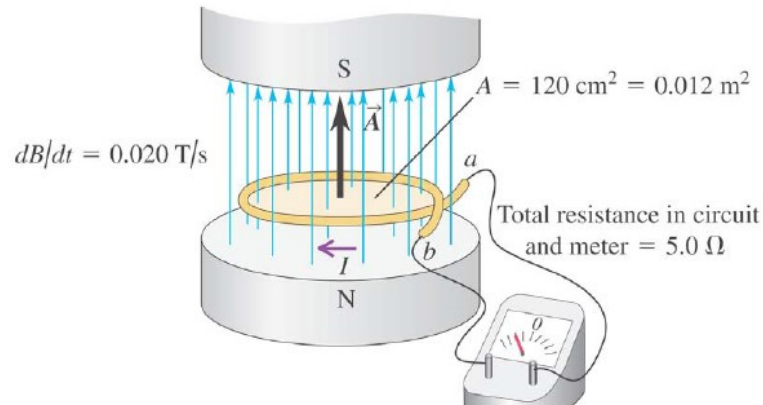
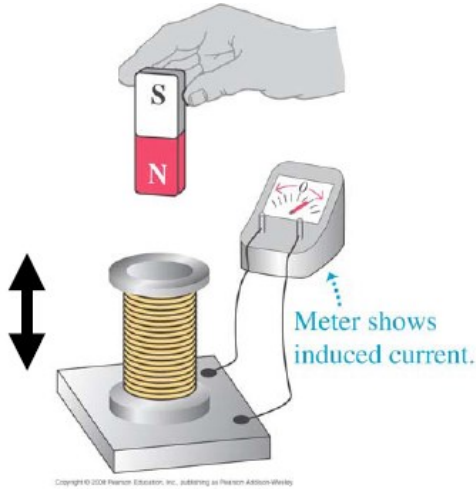


[dreamstime.com](http://dreamstime.com)



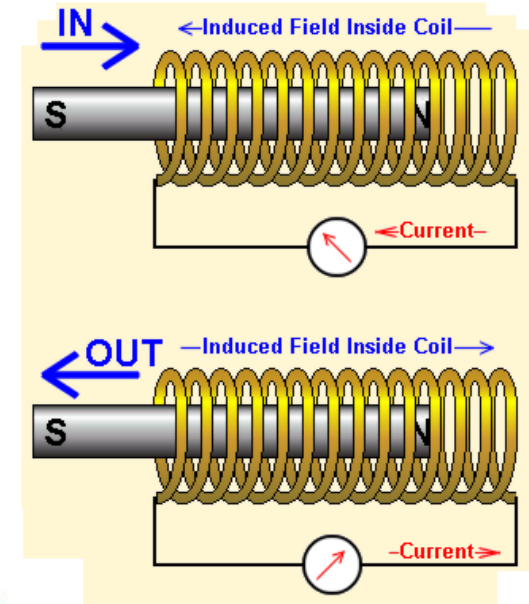
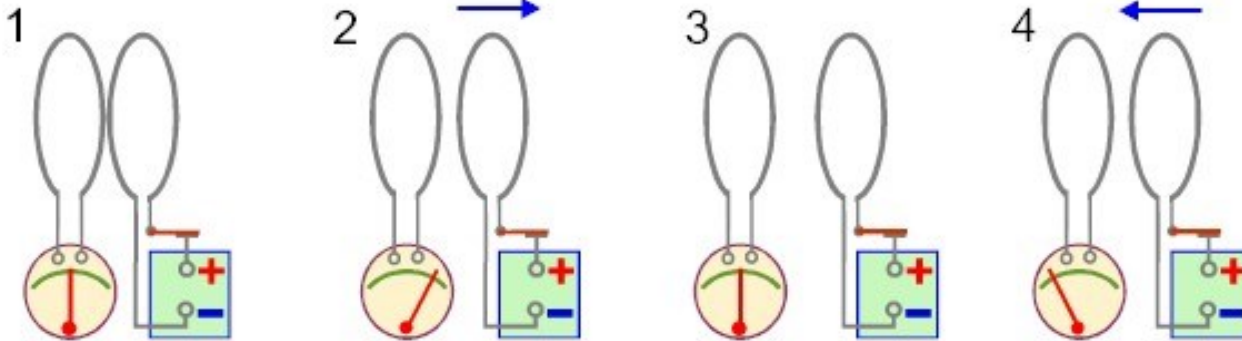
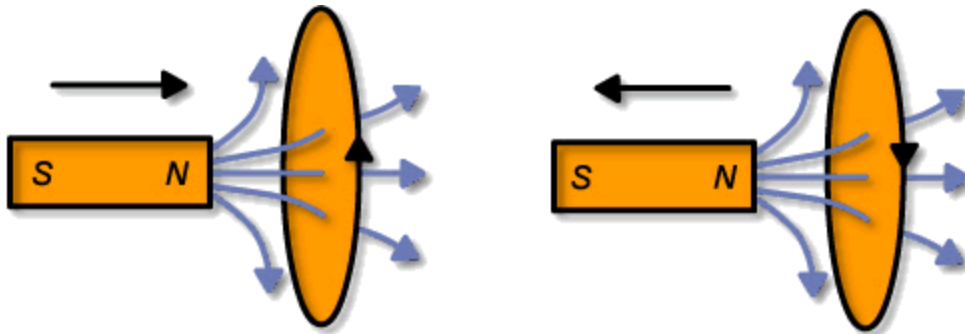
# Wiele dróg prowadzi do indukcji prądu...

$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$$



# Michael Faraday

- 1833 – M. Faraday wykazał, że jeżeli obwód z przewodnika **włożymy w zmienny strumień pola magnetycznego**, to popłynie w tym obwodzie **prąd**.



<http://www.if.pw.edu.pl/~wosinska/am2/w12/wstep/main.htm>

# Prawo indukcji Faradaya

- ❑ Zmienny w czasie strumień pola magnetycznego powoduje powstanie SEM w przewodniku

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

prawo Faradaya

- ❑ Siła elektromotoryczna  $\mathcal{E}$  powstająca w obwodzie jest proporcjonalna do **szybkości zmian strumienia indukcji magnetycznej** obejmowanego przez ten obwód

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot \vec{ds}$$

- ❑ SEM zatem może być indukowane gdy:
  - porusza się źródło (lub obwód) pola magnetycznego (magnes, pętla, cewka)
  - zmienia się wartości indukcji B pola magnetycznego (np. przez zmienny prąd wytwarzający pole magnetyczne)

# Reguła Lenza

- H.F. Lenz – reguła pozwalająca na wyznaczenie kierunku prądu indukowanego w obwodzie (jest to właściwie zasada zachowania energii):

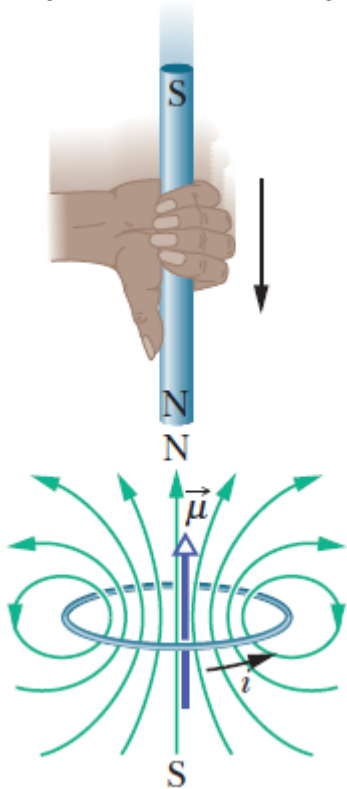
Indukowany prąd płynie w takim kierunku, że wytworzone pole magnetyczne przeciwdziała zmianie strumienia magnetycznego, która wywołała ten prąd

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

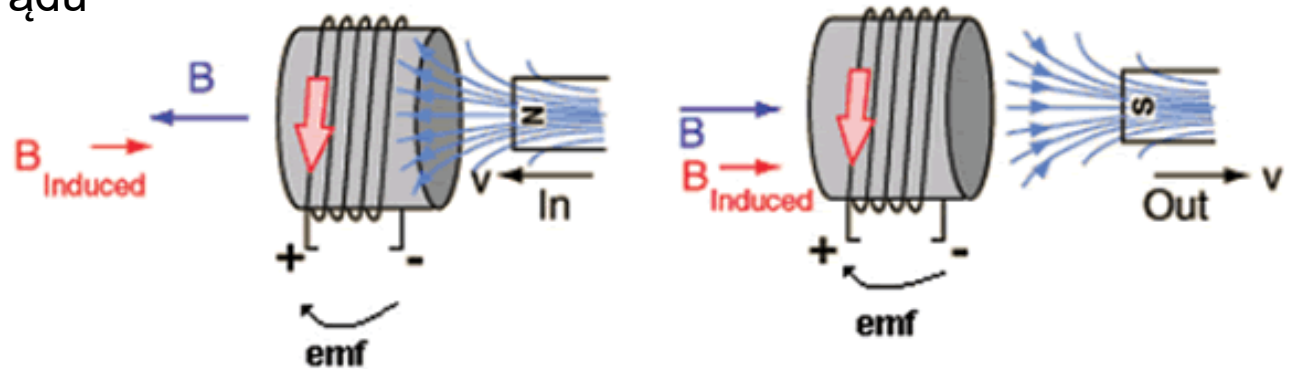
- Procedura wyznaczania kierunku indukowanego prądu (potrzebna głowa i dwie ręce):
- określ potencjalną przyczynę wyindukowania prądu (ruch magnesu, cewki, zmiana prądu w obwodzie-źródle),
  - określ kierunek zmiany – przybliżanie, oddalanie magnesu, narastanie, zmniejszanie się prądu,
  - zaznacz kierunek (zwrot) indukcji magnetycznej w nowym obwodzie (ma przeciwdziałać przyczynie, która ją wywołała, tzn, odpychać lub przyciągać)
  - znając zwrot  $\vec{B}$ , określ kierunek indukowanego prądu.

# Reguła Lenza - praktyka

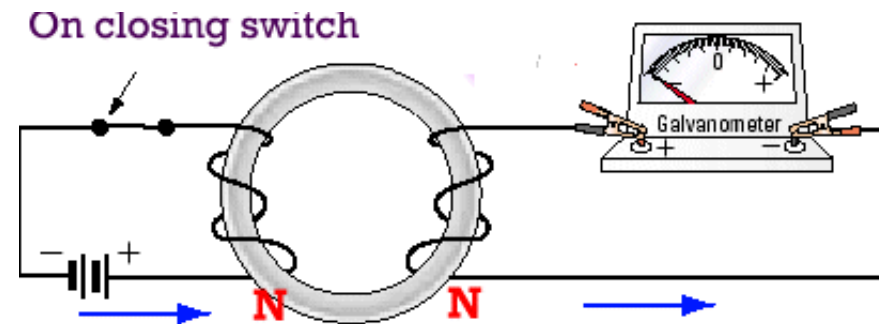
1. Ruch magnesu powoduje, że w obwodzie wytworzyło się pole magnetyczne przeciwdziałające temu ruchowi, zmienny strumień pola mag. wywołał przepływ prądu



Wyjaśnij!



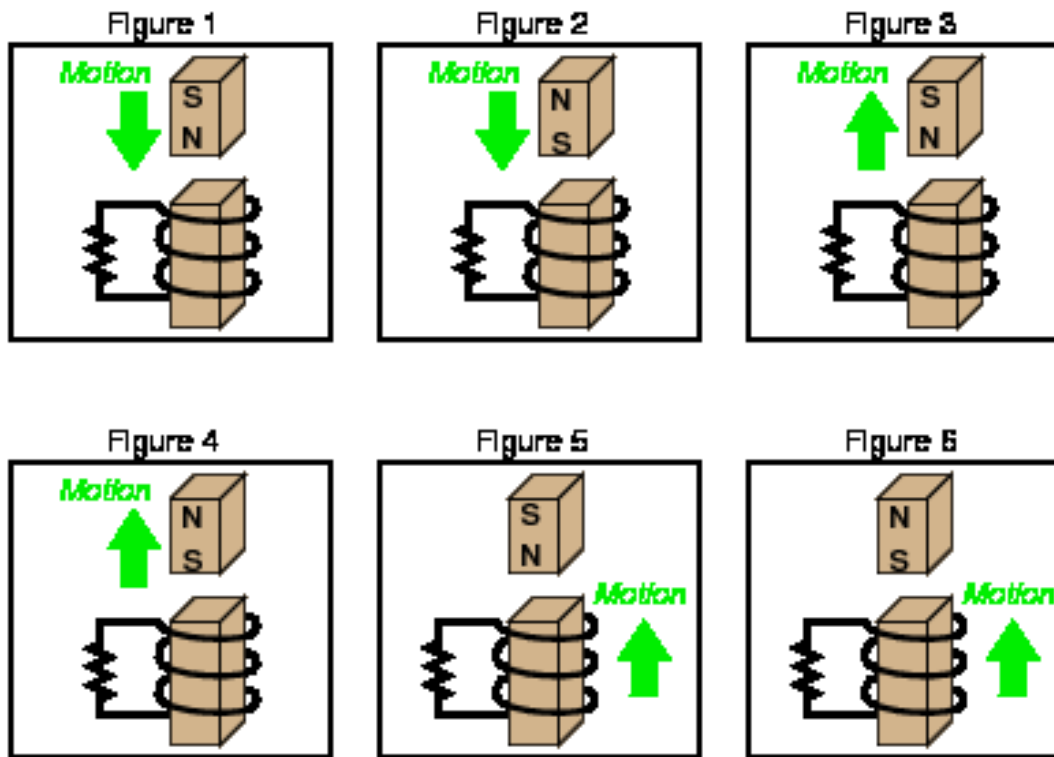
2. Zamknięcie przełącznika – wzrost prądu, indukowane pole ma przeciwdziałać przyczynie





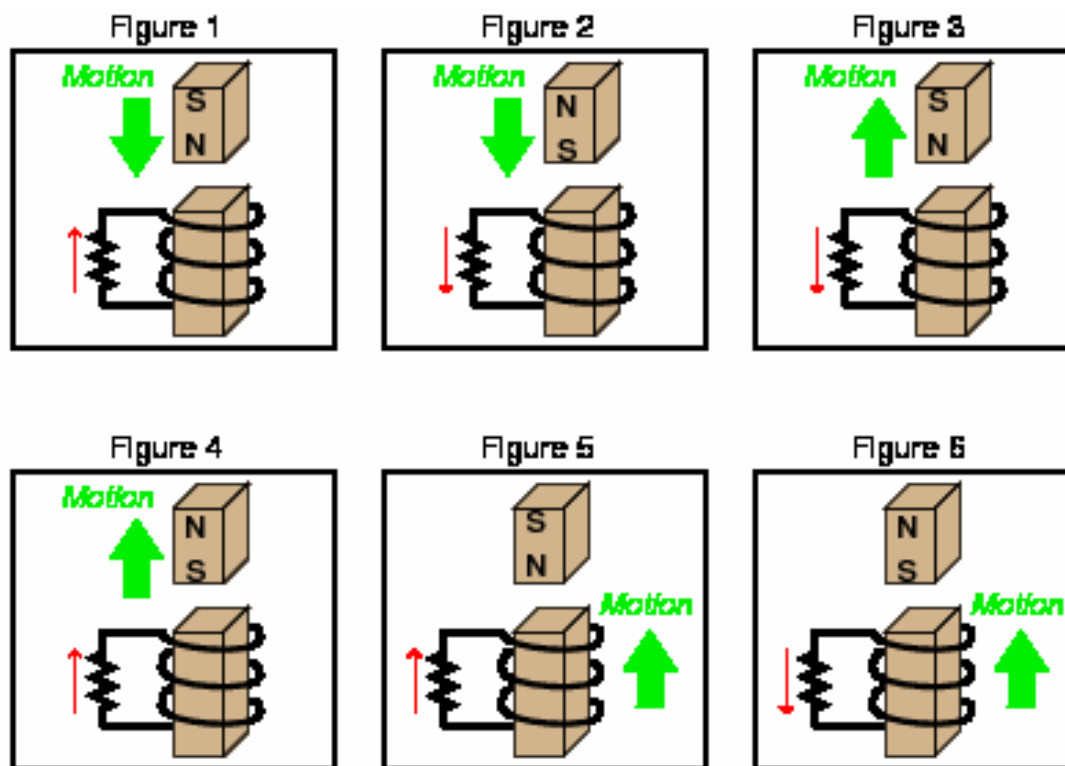
# Quiz

□ Sprawdź, czy potrafisz określić kierunek indukowanego prądu...



# Quiz

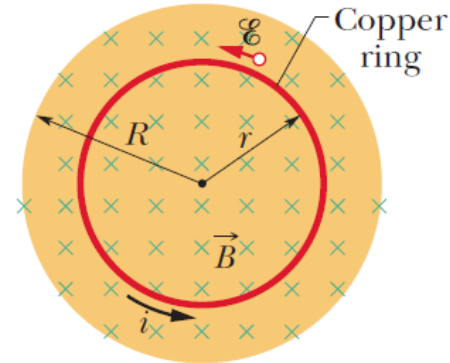
☐ A teraz sprawdź wynik!



# Pole elektryczne z magnetycznego

Umieszczamy przewodzący pierścień w polu magnetycznym  $B$ .

- Pole narasta – pojawia się SEM, płynie prąd  $i$ .
- Skoro jest prąd, musi być i pole elektryczne  $E$ ! → dyskusja

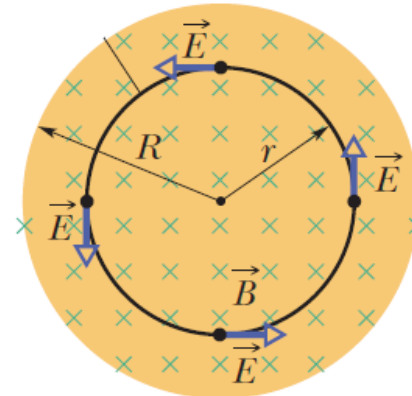


$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Wynika stąd wniosek, że:

zmienne pole magnetyczne  
wytworza pole elektryczne

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

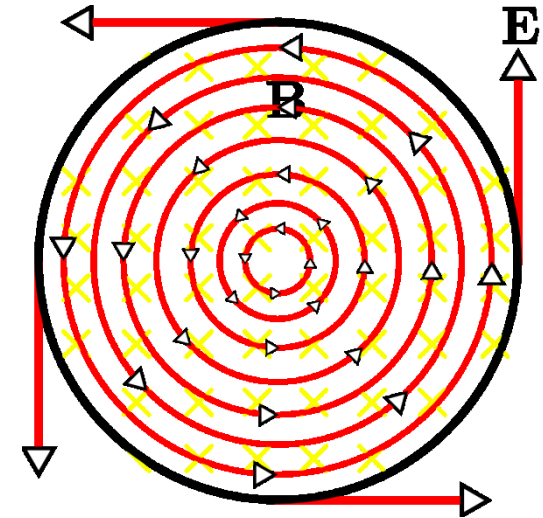


$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

pole elektryczne jest indukowane niezależnie, czy w zmiennym polu jest przewodnik, czy nie (obwód pozwala jedynie sprawdzić, czy pole jest).

# Pole magnetyczne z elektrycznego

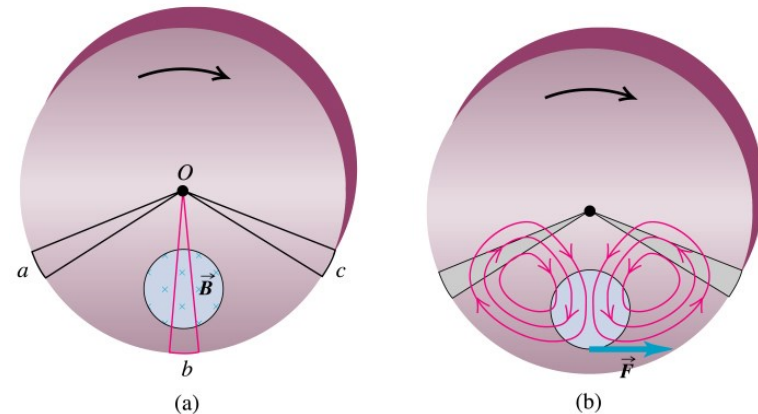
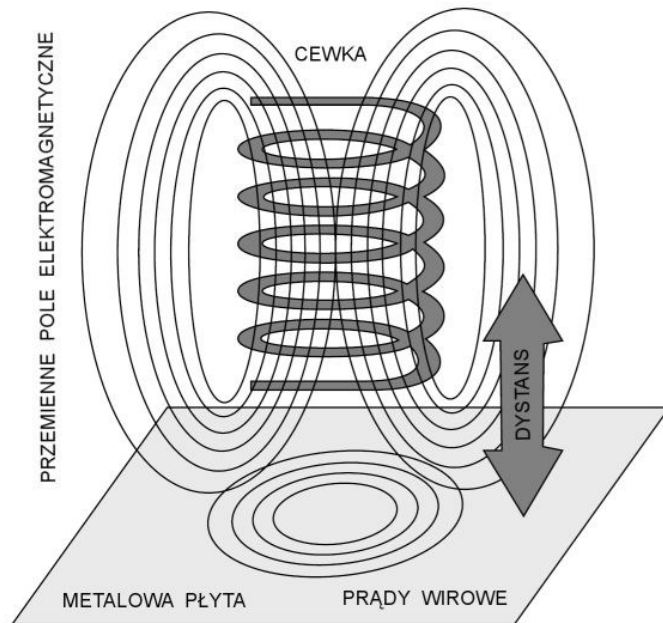
- ❑ Zmienne pole magnetyczne wywołało wirowe pole elektryczne (zmienne pole magnetyczne zmieniło przestrzeń wytwarzając w niej pole elektryczne!)
- ❑ Pola magnetyczne i elektryczne są ze sobą związane.
- ❑ Indukowane pole elektryczne różni się od pola wytworzonego przez stacjonarne ładunki:
  - ma zamknięte linie,
  - nie można określić dla niego potencjału (bo jak linie są zamknięte, to powinno być:  $W = q\Delta V = q \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ , a jest:



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

# Prądy wirowe

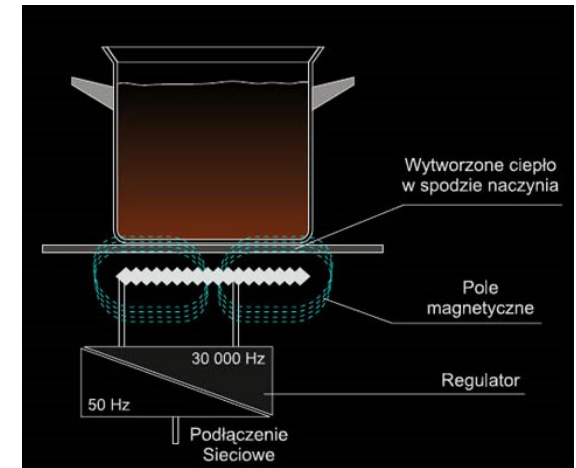
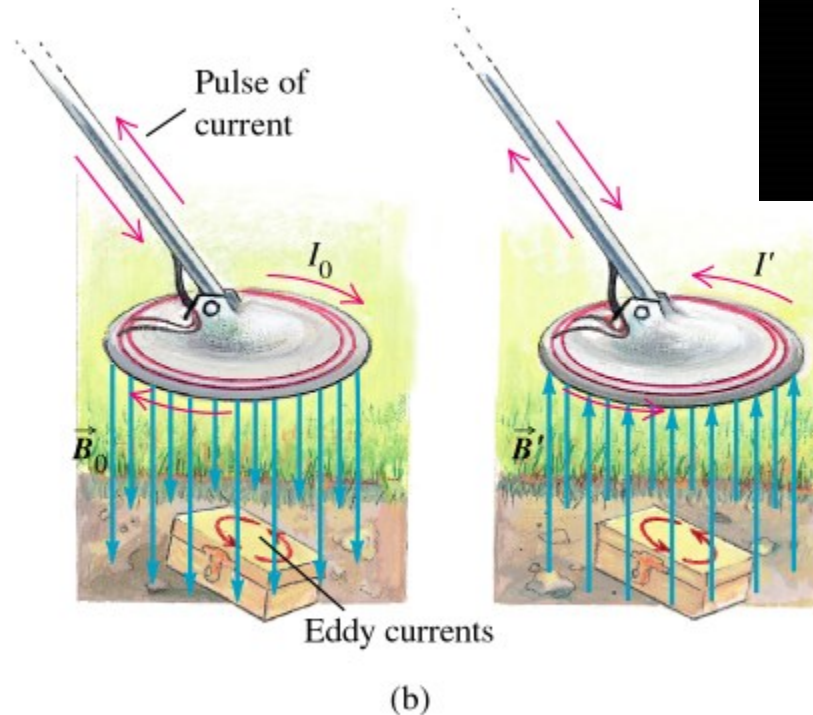
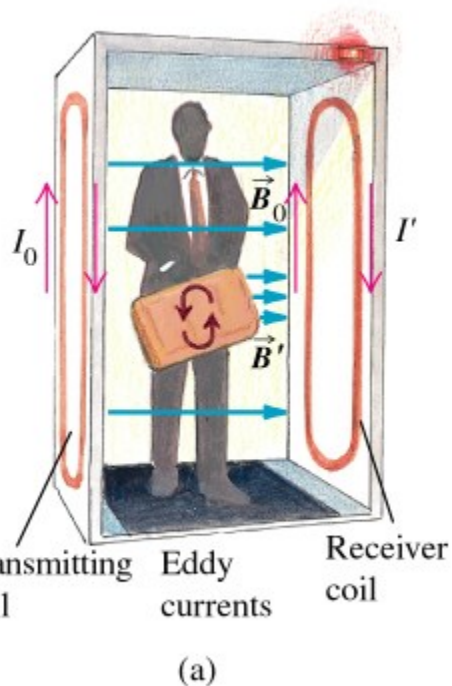
- ❑ W płytach metalowych znajdujących się w zmiennym polu magnetycznym, indukowane prądy mają kształt wiru i często są szkodliwe (rozpraszają energię).
- ❑ Takie prądy nazywamy **prądami wirowymi**.



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

# Prądy wirowe

- Prądy wirowe są również wykorzystane w technice – pomiary struktur, kuchnia, wykrywacze metalu....



Indukowany w przewodniku zmienny prąd prąd jest źródłem własnego, indukowanego pola magnetycznego, rejestrowanego przez drugą cewkę.

## Dotychczas pokazaliśmy:

- Równania opisujące pola elektryczne i magnetyczne:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

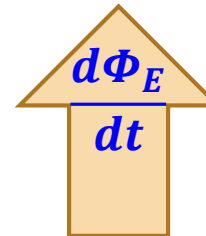


równania niezależne od czasu,  
stacjonarne,  
pola elektryczne i magnetyczne  
są niezależne od siebie

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Źródłem pola elektrycznego  
jest zmienny w czasie  
strumień pola  
magnetycznego.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_P + ???$$



Czy źródłem **pola magnetycznego** może  
być **zmienny w czasie strumień pola  
elektrycznego**?

# Podsumowanie

- Pole magnetyczne:
  - źródła: Ziemia, magnesy stałe, elektromagnesy (ciepłe i nadprzewodzące),
  - zastosowania (elektronika, elektrotechnika, medycyna),
  - prawo Biota- Savarte'a
  - prawo Ampera
  - Prawo Faradaya i reguła Lenza – zastosowania.
- Indukowane pole elektryczne.

opracowane na podstawie:

Resnick, Halliday, Walker „Podstawy Fizyki” t.3

Halliday & Resnick, J. Walker „Fundamentals of Physics”

10th Edition, John Wiley & Sons, Inc.