

Podstawy fizyki – sezon 2

2. Elektrostatyka 2

Agnieszka Obłąkowska-Mucha

AGH, WFliS, Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek,
D11, pok. 111
amucha@agh.edu.pl
<http://home.agh.edu.pl/~amucha>

Zebranie faktów

- Spoczywające **ładunki** elektryczne wytwarzają **pole** elektrostatyczne.
- Na ładunki elektryczne działa **siła** elektrostatyczna (Coulomba).
- Pole elektrostatyczne opisane jest przez **wektor natężenia** pola i skalarny **potencjał** elektryczny
- Znając potencjał w danym punkcie, można wyznaczyć natężenie z zależności:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

- Znając wektor natężenia w danym punkcie, można wyznaczyć potencjał z zależności:

$$V = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Ale jak wyznaczyć natężenie pola?

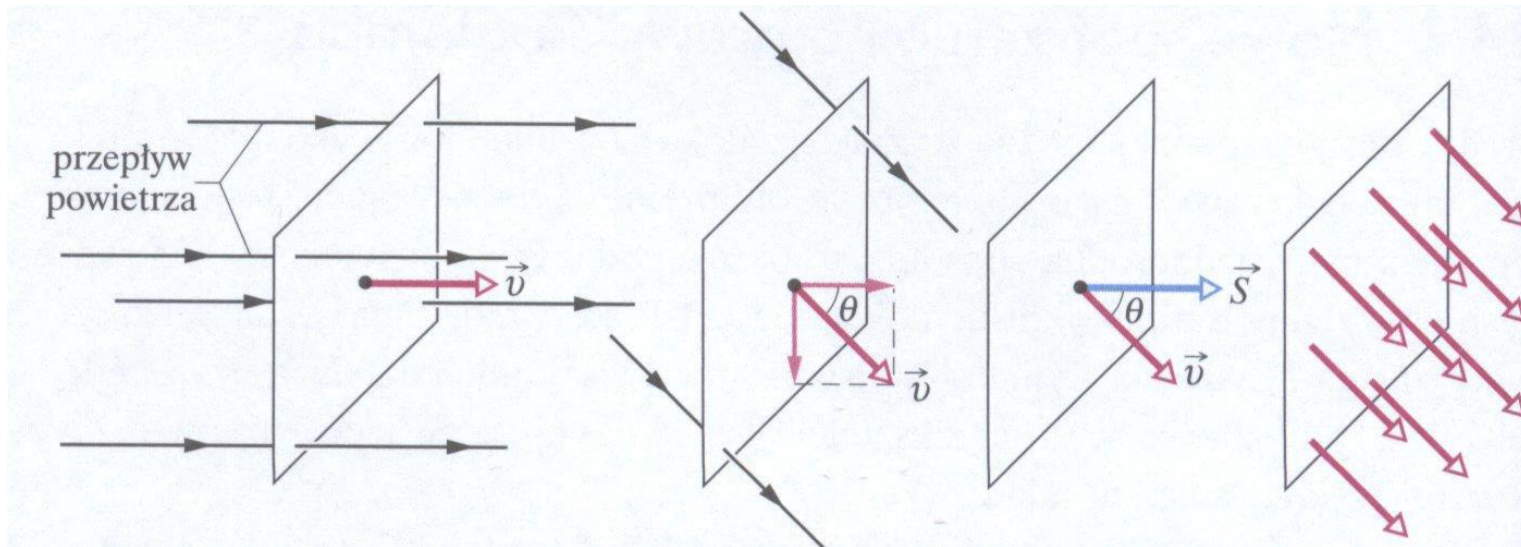
Strumień wektora

- Ładunek elektryczny wytwarza pole elektrostatyczne
- Pole elektrostatyczne jest polem wektorowym.
- Obliczenie natężenia pola jest czasem dość trudne ;-(
- Poszukiwany – związek natężenia z ładunkiem



STRUMIEŃ POLA

Jest to szybkość przepływu (pływu, wektora pola) przez powierzchnię

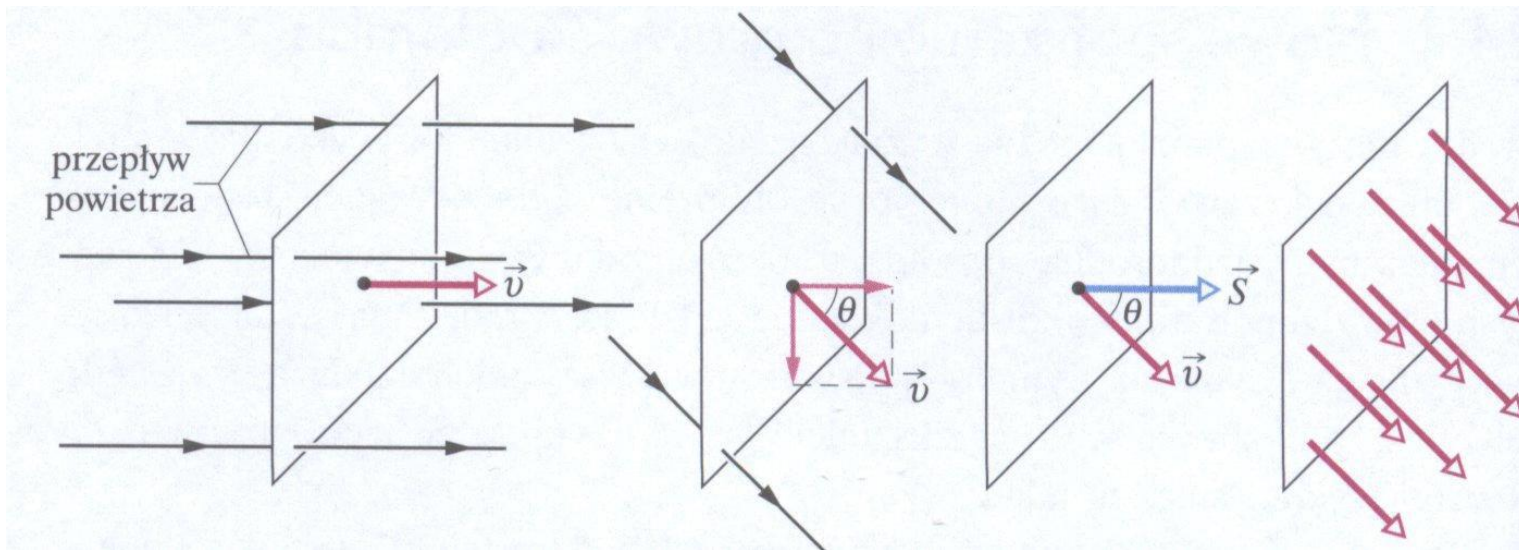


Strumień wektora

- Ładunek elektryczny wytwarza pole elektrostatyczne
- Pole elektrostatyczne jest polem wektorowym.
- Obliczenie natężenia pola jest czasem dość trudne ;-(
- Poszukiwany – związek natężenia z ładunkiem

STRUMIEŃ POLA

Jest to szybkość przepływu (pływu, wektora pola) przez powierzchnię

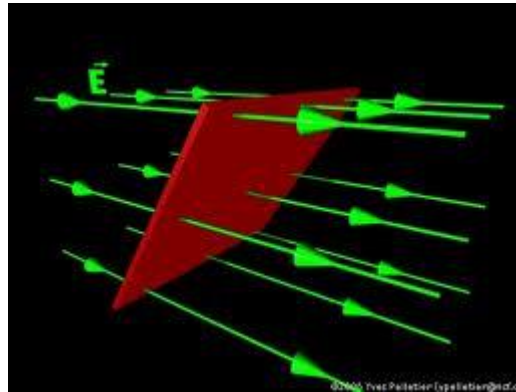


Prawo Gaussa

- **Strumień pola** elektrycznego jest proporcjonalny do całkowitej liczby linii sił pola przechodzących przez powierzchnię:



$$\Phi = \sum \vec{E} \cdot \vec{\Delta s}$$

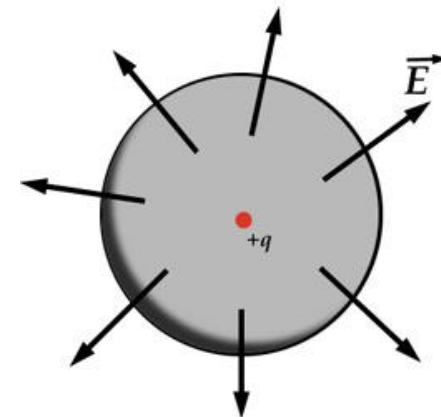


$$\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- Jeśli otoczmy ładunki wytwarzające pole **DOWOLNĄ** powierzchnią **zamkniętą**, to całkowity strumień pola elektrycznego przechodzący przez tę powierzchnię zamkniętą jest równy **ładunkowi** zamkniętemu **wewnątrz** tej powierzchni

PRAWO GAUSSA

$$\Phi = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$



Prawo Gaussa a Coulomba

- Prawo Gaussa:

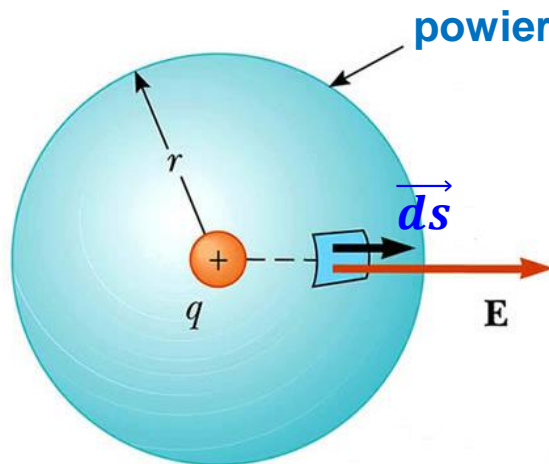
$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

przez dowolną
powierzchnię
zamkniętą

strumień pola

całkowity ładunek
wewnątrz tej powierzchni

- Prawo Gaussa dla pola wytworzonego przez ładunek punktowy:



$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \oint E ds \cos 0 = E \cdot 4\pi r^2$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} q$$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

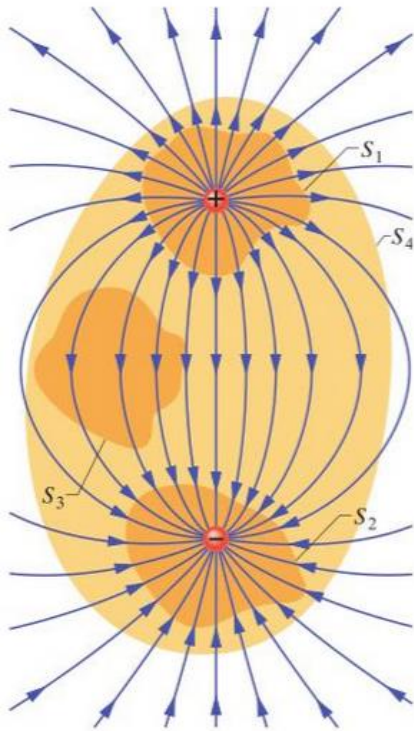
≡ prawo Coulomba

Prawo Gaussa - idea

- Prawo Gaussa opisuje związek strumieniem pola przechodzącym przez zamkniętą powierzchnię a ładunkiem wewnątrz tej powierzchni.

związek pomiędzy źródłem pola (ładunkiem) a zmianami w tym polu (nieformalnie)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

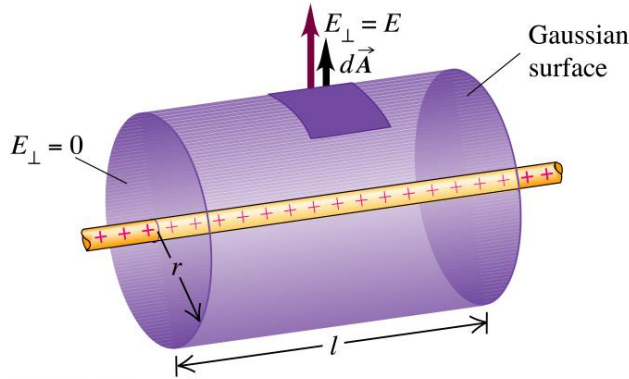


- Powierzchnie S_1 i S_2 otaczają ładunek – linie pola wchodzi i wychodzą, znak ładunku pokazuje, czy pole będzie dodatnie, czy ujemne.
- S_3 – nie zawiera ładunku, strumień = 0, bo tyle samo linii wchodzi do powierzchni, co ją opuszcza.
- S_4 – suma algebraiczna ładunków = 0, strumień = 0 (jak w S_3).

Prawo Gaussa - przykłady

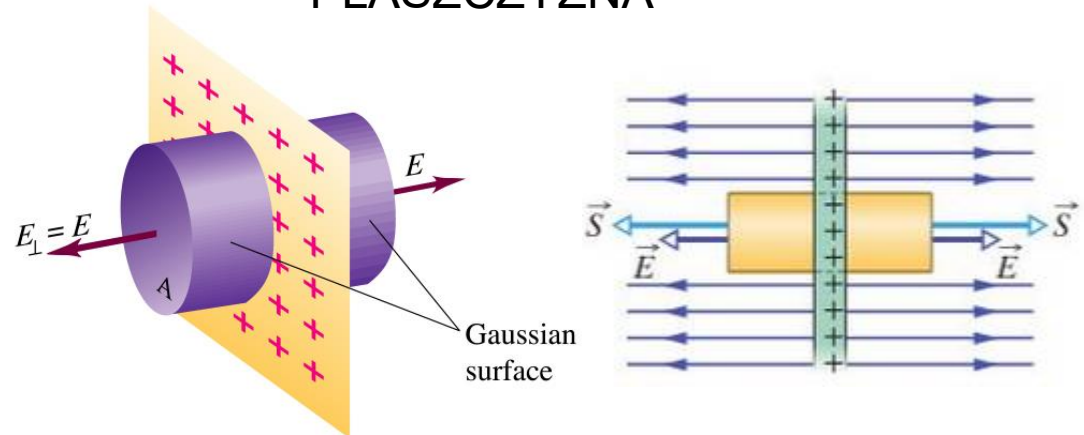
- Najlepsze rezultaty otrzymujemy stosując prawo Gaussa do układów ładunków o pewnej symetrii, np.:

WALEC. NIĆ



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

PŁASZCZYZNA



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

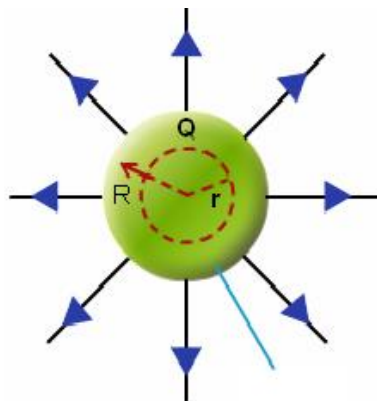
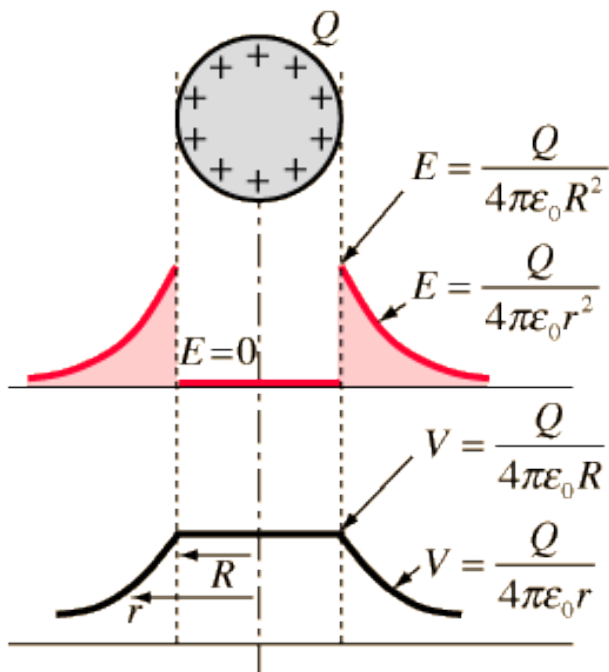
Procedura wyznaczania natężenia pola:

- Wybieramy zamkniętą powierzchnię Gaussa, tak, aby miała symetrię „łatwą” do całkowania.
- Wyznaczamy kąt pomiędzy wektorem \vec{E} a $d\vec{s}$.
- Liczmy całkowity strumień (całkowanie).
- Oliczamy, ile ładunku znajduje się wewnątrz powierzchni.
- Przyrównujemy i wyznaczamy natężenie pola

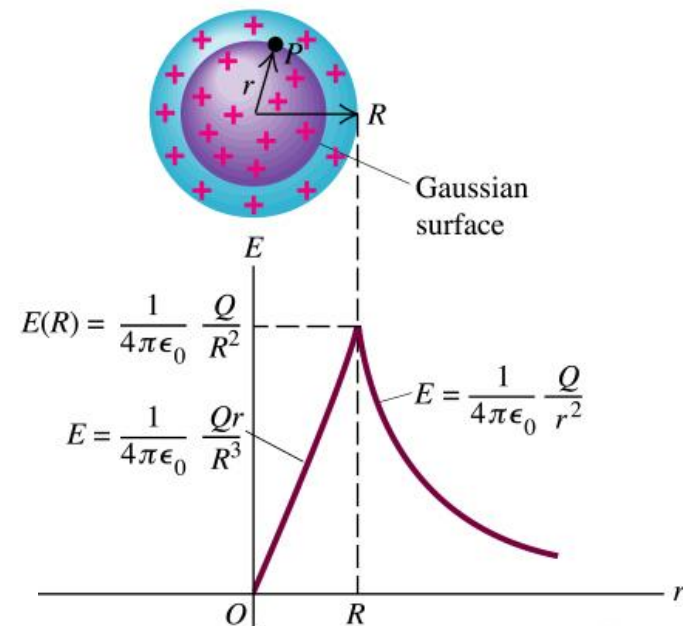


Pole od ładunków o symetrii sferycznej

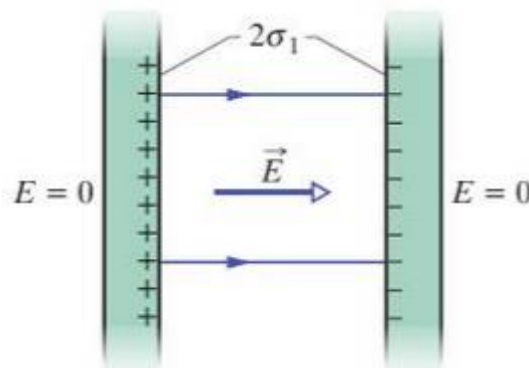
- Jednorodnie naładowana sfera



- Jednorodnie naładowana kula



- Dwie naładowane płaszczyzny



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

Ćwiczenia!



Potencjał pola

- Jeżeli z prawa Gaussa wyznaczyliśmy natężenie, to jego związek z potencjałem jest w postaci:

$$E(r) = -\frac{dV}{dr}$$

- Jeśli $E = 0$, to $V = \text{const}$!

W poprzednich odcinkach...

- Zależności pomiędzy natężeniem pola i potencjałem pola:

$$\vec{E}(\mathbf{r}) = -\nabla V$$

czyli:

$$\vec{E}(x, y, z) = \left[-\frac{\partial V}{\partial x}, -\frac{\partial V}{\partial y}, -\frac{\partial V}{\partial z} \right]$$

$$E(r) = -\frac{dV}{dr}$$

$$V = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$1D: V(x) = -\int_A^B E dx$$

- Prawo Gaussa

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

Pole dwóch płaszczyzn

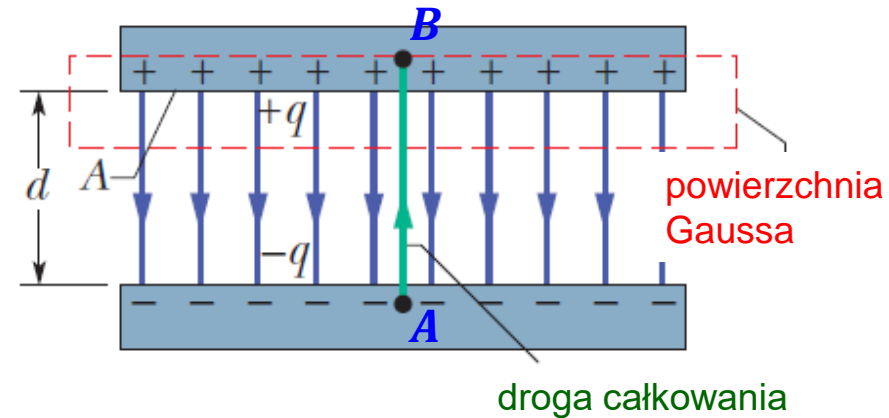
- Pomiedzy dwiema naładowanymi przeciwnego znaku płaszczyznami powstaje **JEDNORODNE** pole elektryczne:

na każdej okładce jest ładunek q ,
prawo Gaussa:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} q$$

różnica potencjałów pomiędzy okładkami

$$\begin{aligned} V_{BA} &= - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} \\ &= \int_-^+ E dr = E \int_-^+ dr = E d \end{aligned}$$



$$\vec{E} \cdot d\vec{r} = -E dr$$

różnica potencjałów \rightarrow napięcie, czyli:

$$U = E d$$

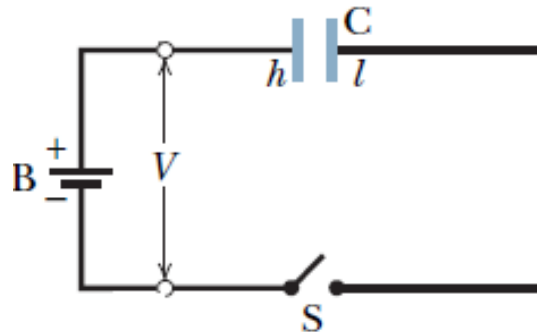
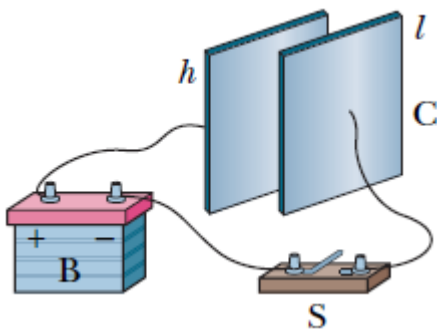
Kondensator

- W zależności od przyłożonego napięcia, na okładkach gromadzi się proporcjonalna do niego wielkość ładunku:



$$q = C U$$

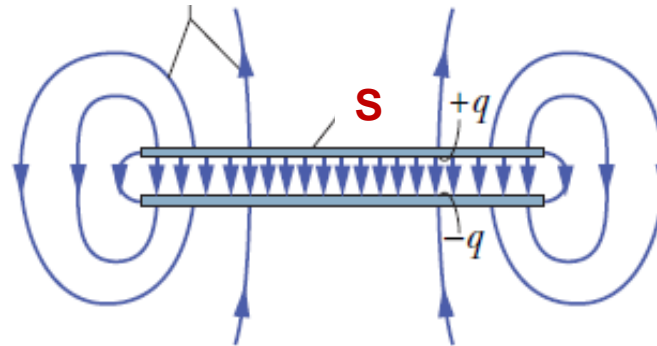
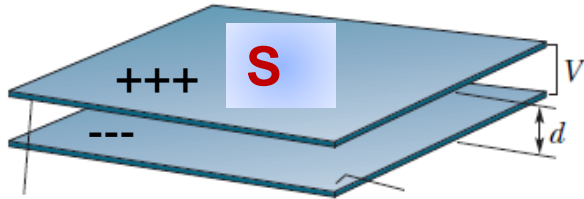
- gdzie C – pojemność kondensatora $[C] = 1F \text{ arad} = 1 C/V$
- Kondensator** to układ złożony z dwóch, przeciwnie naładowanych powierzchni.
- W kondensatorze gromadzona jest energia elektryczna.
- Kondensator może być ładowany przez baterię:



Ładowanie polega na przenoszeniu elektronów z okładki h na l .
Na okładce h brakuje elektronów – jest ona naładowana dodatnio.
Przez kondensator prąd nie płynie!

Pojemność kondensatora

- Kondensator płaski:



$$\left. \begin{array}{l} U = E d \\ \varepsilon_0 E S = q \\ q = C U \end{array} \right\} C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

Pojemność kondensatora zależy od jego **wymiarów** geometrycznych i od **rodzaju ośrodka** pomiędzy okładkami.

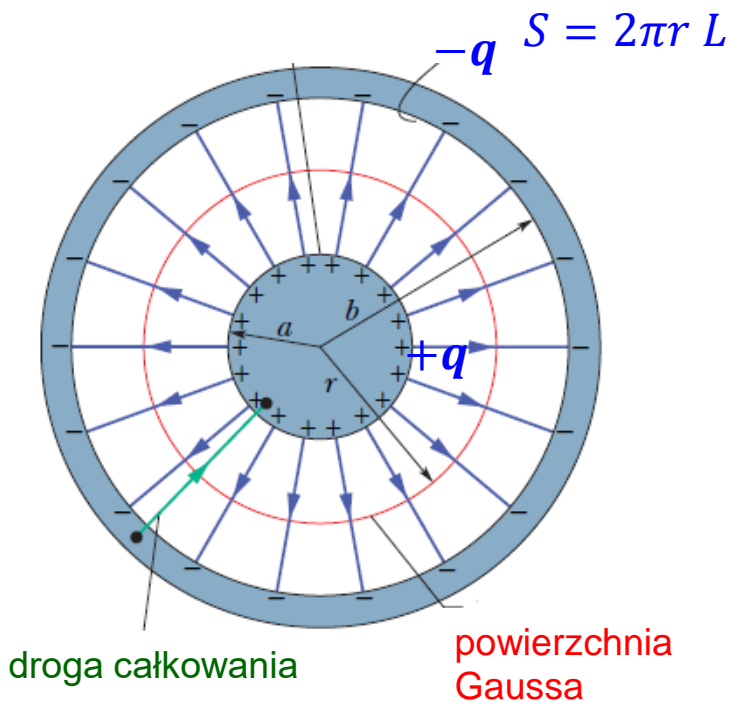
pyt. Jak zmieni się pojemność, gdy zwiększymy napięcie dwa razy?

A jak będziemy zwiększać w nieskończoność?

Rodzaje kondensatorów

- Do policzenia pojemności kondensatora należy najpierw policzyć natężenie pola utworzone przez naładowane powierzchnie (prawo Gaussa) i skorzystać z zależności pomiędzy natężeniem pola a napięciem

- kondensator walcowy,



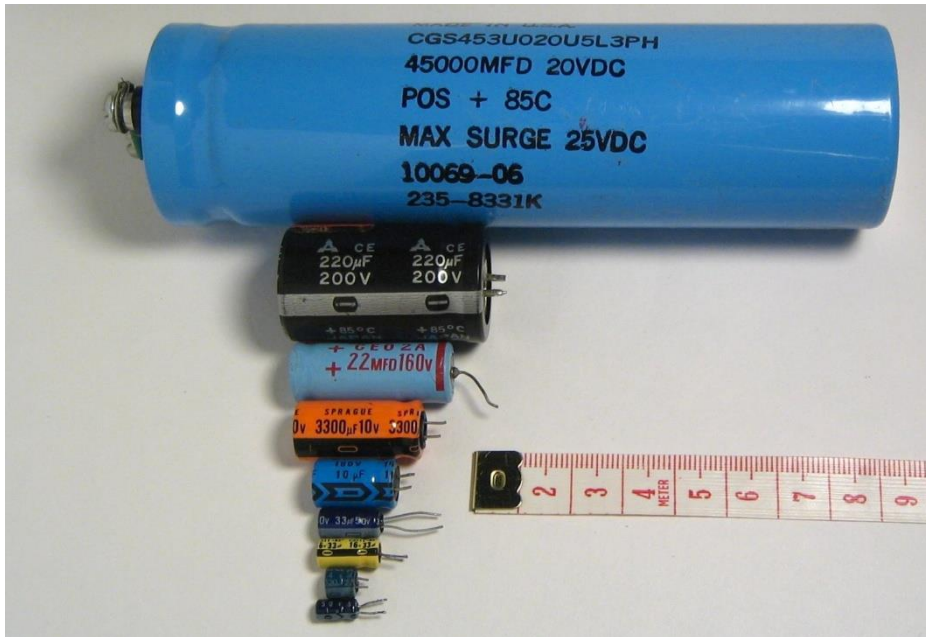
$$\left. \begin{aligned} q &= \epsilon_0 E S \\ q &= \frac{1}{\epsilon_0} E \cdot 2\pi r L \end{aligned} \right\} E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L r}$$

$$U = \int_{-}^{+} E dr = \int_a^b \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L r} dr = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{a}{b}$$

$$\int \frac{1}{r} dr = \ln r$$

$$C = \frac{U}{q} = 2\pi\epsilon_0 \frac{L}{\ln \frac{a}{b}}$$

Kondensatory IRL

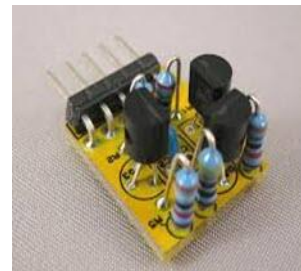


przy dobieraniu kondensatorów zwracamy uwagę na nominalne napięcie!



Pojemności są przeważnie rzędu μF ($10^{-6} F$) do pF $10^{-12} F$

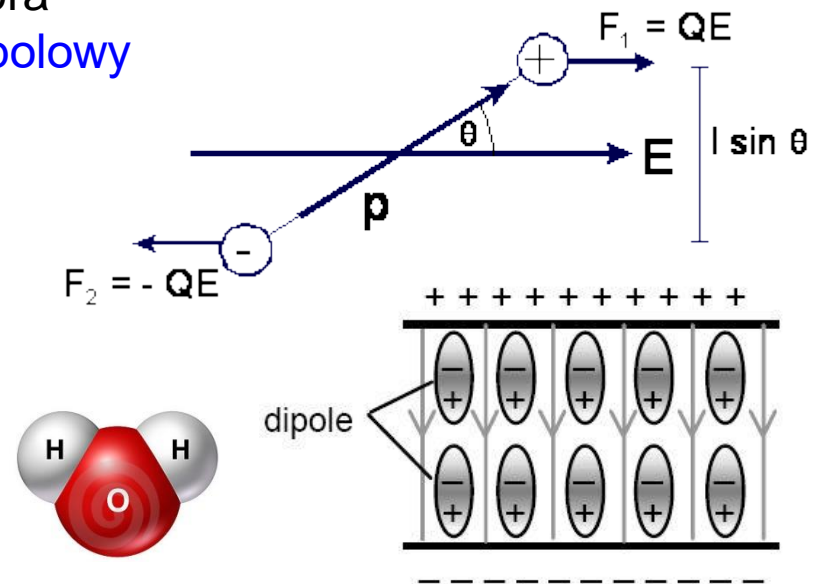
Układy scalone (1958, Nobel 2000)



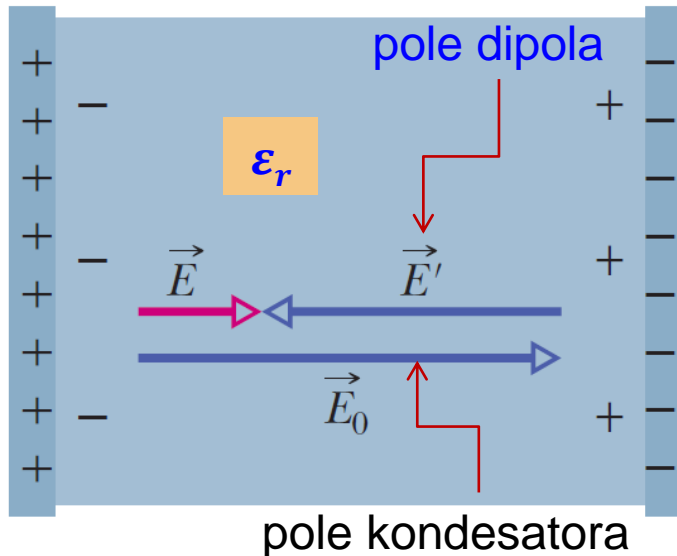
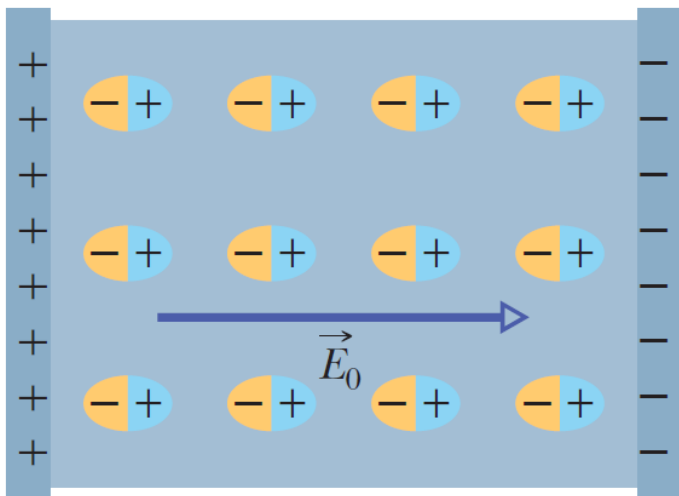
<https://www.elprocus.com/difference-between-discrete-circuits-integrated-circuits/>

Dielektryki

- Pojemność kondensatora zwiększa się, gdy zostanie on wypełniony **dielektrykiem**.
- Dielektryki są substancje posiadające **moment dipolowy**.
- Dipol to układ ładunków „+” i „-”, moment dipolowy – wektor pokazujący „orientację” dipola, tzn, skierowany od „-” do „+”, o wartości: $p = Q L$
- Dipol w polu elektrycznym, np. kondensatora obraca się, aby **ustawić swój moment dipolowy zgodnie z liniami pola zewnętrznego**
- Dielektryki mają trwały moment dipolowy (np. woda – dielektryki polarne) lub indukowany (niepolarne).
- W obu przypadkach dielektryki wytwarzają swoje pole o natężeniu skierowanym **przeciwnie do pola zewnętrznego**



Kondensator z dielektrykiem

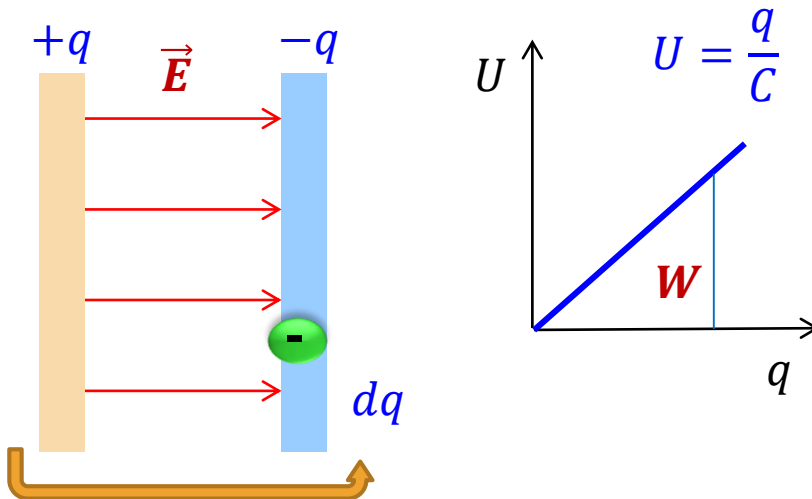


- Dielektryk jest wciągany pomiędzy okładki kondensatora.
- Wypadkowe pole kondesatora z dielektrykiem **zmniejszyło się**.

$$E = \frac{E_0}{\epsilon_r}$$

Energia kondensatora

- Podczas ładowania kondensatora wykonywana jest praca przez siłę zewnętrzną (źródło napięcia)
- Ładowanie polega na przenoszeniu ładunku na okładki kondensatora. Gromadzony ładunek wytwarza pole, które powoduje, że do przeniesienia kolejnej porcji ładunku, potrzebna jest coraz większa praca:



Praca: $dW = U dq = \frac{q}{C} dq$

- Całkowita praca potrzebna do naładowania kondensatora od $q = 0$ do $q = Q$:

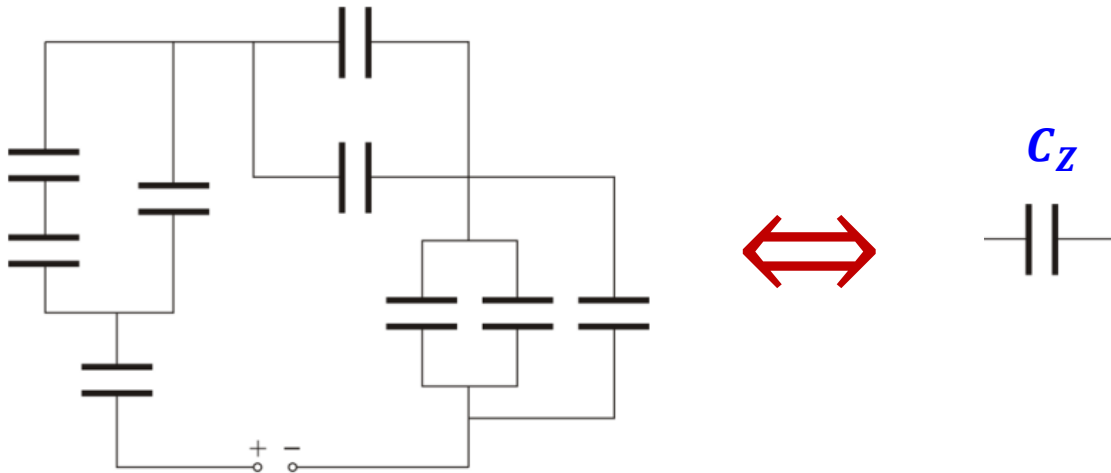
$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C}$$

- Zgromadzona energia:

$$E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{QU}{2} = \frac{CU^2}{2}$$

Łączenie kondensatorów

- W układach elektronicznych kondensatory łączone są w układy równoległe lub szeregowo.
- Układy takie można zastąpić kondensatorem równoważnym, czyli takim, który ma takie samo napięcie i zgromadzony ładunek, jak rozważany układ kondensatorów
- W kondensatorze równoważnym obliczamy **pojemność zastępczą**



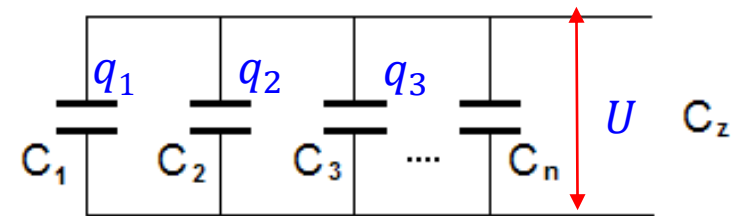
Połączenie równoległe kondensatorów

- W **połączeniu równoległym** wszystkie okładki kondensatora mają to samo **napięcie** (między okładkami każdego kondensatora jest taka sama różnica potencjałów),

a skoro pojemność jest stała, to na każdym kondensatorze zgromadzony jest inny ładunek, $q_i = C_i U$

a całkowity zgromadzony ładunek jest sumą:

$$Q = \sum q_i = (C_1 + C_2 + C_3) U$$



pojemność zastępcza

$$C_Z = \frac{Q}{U} = (C_1 + C_2 + C_3)$$

$$C_Z = \sum C_i$$

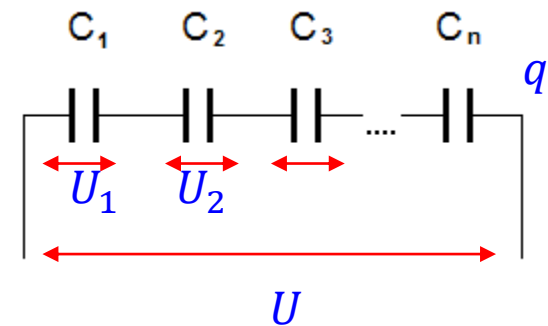
Połączenia kondensatorów - szeregowe

- W połączeniach szeregowych na każdym kondensatorze gromadzi się taki sam ładunek (por. ładowanie kondensatorów)
 - ponieważ pojemność jest stała – każdy kondensator ma inne napięcie.

$$U_i = \frac{q}{C_i}$$

$$U = \sum U_i = q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

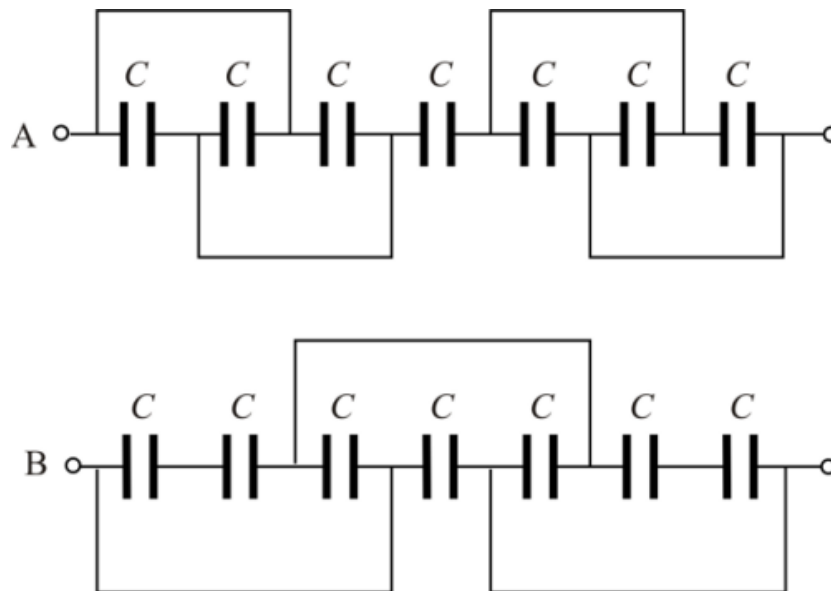
$$C_Z = \frac{q}{U} = q \frac{1}{\sum C_i}$$



$$\frac{1}{C_Z} = \sum \frac{1}{C_i}$$

Jakie to połączenie? (*)

- Czasem trudno zauważyć, jakie jest połączenie...



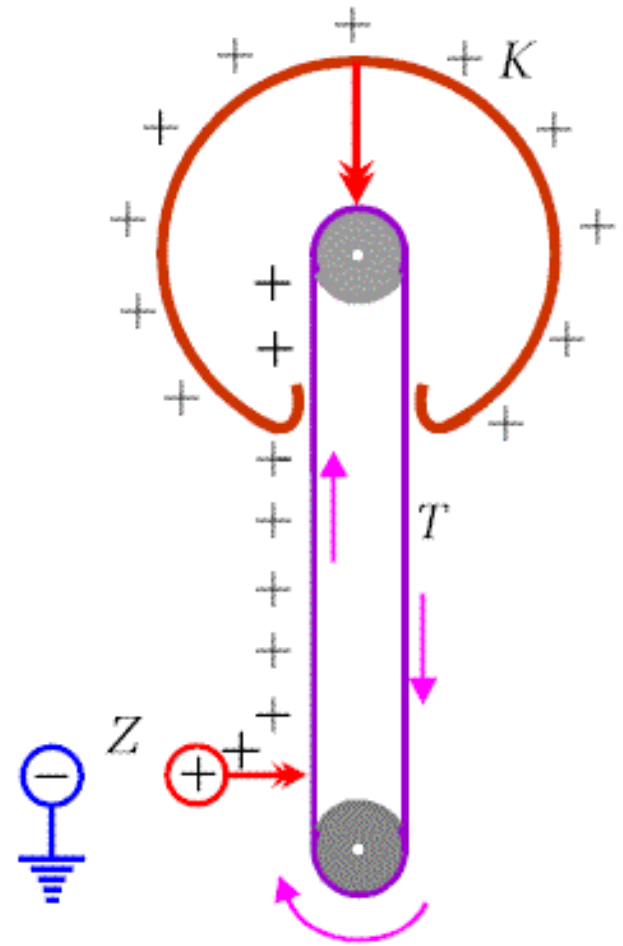
Po co nam kondensatory?

- Kondensatory są elementami elektrycznymi KAŻDEGO układu elektronicznego (dyskretnego i scalonego);
- kondensatory w tranzystorach użyte są jako bramki logiczne (patrz: elektronika cyfrowa)
- służą jako element gromadzący energię; naładowany kondensator dostarcza dodatkową (ale krótkotrwałą) moc: rozruch samochodu, głośniki, defibrylatory, lampy błyskowe,
- zależność pojemności od rodzaju materiału w kondensatorze umożliwia zastosowanie kondensatorów jako czujników: wilgotności, obciążenia (zależność od wymiarów), poziomu paliwa, etc.
- kondensatory służą do kształtowania sygnału (patrz: układy RC);
- ładowanie i rozładowanie kondensatorów może być użyte do taktowania przebiegów czasowych;
- kondensatory umożliwiają dostrojenie częstotliwości radia do anteny nadawczej (patrz: układy LC)

Typowe napięcia

- Baterie -1-9 V (DC)
- Akumulator samochodowy 12 V
- Lampy TV –kilowolty $10^3 V$
- 220 V (AC)
- Linie przesyłowe 1000 kV AC
- 12-50 kV zasilanie tramwajów
- Generator Van der Graffa

Można osiągnąć różnicę potencjałów pomiędzy czaszą a ziemią rzędu **milionów wolt** – $10^6 V$.



Podsumowanie

- Demonstracje:
 - Ładunki, elektryzowanie
 - Kondensatory
- Prawo Gaussa, strumień pola.
 - Przykłady
- Kondensator – pojemność, energia, połączenia
- Dielektryki