

# Konspekt

Piotr Cholda

17 października 2017

## 1 Poszukiwanie najkrótszej ścieżki w grafie

### 1.1 Algorytmy poszukiwania najkrótszej ścieżki oraz ich modyfikacje

1. Problem poszukiwania najkrótszej ścieżki w grafie.
2. Algorytm Dijkstry (algorytm etykietowania/cechowania wierzchołków), założenia związane ze stosownością tego algorytmu, złożoność algorytmu  $\mathcal{O}(|V|^2)$ , wersja algorytmu poszukiwania drzewa najkrótszych ścieżek:
  - 1: **procedure** DIJKSTRA( $G = (V, A, d)$ ,  $r \in V$ )
  - 2: ▷  $r$ : korzeń
  - 3: ▷ Dla wierzchołków, które nie są sąsiednie, przyjmujemy  $d_{ij} = \infty$ :  
 $(i, j) \notin A \Rightarrow d_{ij} = \infty$
  - 4: ▷ Inicjalizacja:
  - 5:      $\mathcal{S} \leftarrow \{r\}$
  - 6:      $predecessor(r) = 0$
  - 7:     ▷  $\mathcal{S}$ : zbiór ocechowanych wierzchołków (dla których znaleziono najkrótszą ścieżkę z wierzchołka  $r$ )
  - 8:      $\mathcal{S}' \leftarrow V \setminus \{r\}$
  - 9:     ▷  $\mathcal{S}'$ : zbiór nieocechowanych wierzchołków
  - 10:    **for all**  $j \in \mathcal{S}'$  **do**
  - 11:        $D_{rj} \leftarrow d_{rj}$
  - 12:       **if**  $D_{rj} < \infty$  **then**
  - 13:           $predecessor(j) = r$
  - 14:       **end if**
  - 15:    **end for**
  - 16: ▷ Pętla główna:
  - 17:    **while**  $\mathcal{S}' \neq \emptyset$  **do**
  - 18:        $k \leftarrow \arg \min_{m \in \mathcal{S}'} \{D_{rm}\}$
  - 19:        $\mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S} \cup \{k\}$
  - 20:        $\mathcal{S}' \leftarrow \mathcal{S}' \setminus \{k\}$
  - 21:       ▷ Sprawdzić polepszenie dotychczasowej najkrótszej ścieżki:
  - 22:       ▷  $\mathcal{N}_k^-$  jest zbiorem następników  $k$  (pęciem wyjściowym dla  $k$ , *forward star*),  $\mathcal{N}_k^- = \{j \in V : (k, j) \in A\}$
  - 23:       **for all**  $j \in \mathcal{N}_k^- \cap \mathcal{S}'$  **do**
  - 24:          **if**  $D_{rk} + d_{kj} < D_{rj}$  **then**
  - 25:              $D_{rj} \leftarrow D_{rk} + d_{kj}$

```
26:                   predecessor(j) = k  
27:           end if  
28:       end for  
29:   end while  
30: end procedure
```

3. Zmodyfikowany algorytm Dijkstry (dla sieci z ujemnymi wagami łączy, ale bez cykli negatywnych). Pojęcie cyklu negatywnego.
4. Algorytm Bhandari'ego poszukiwania najkrótszej pary ścieżek rozłącznych.

## 1.2 Zadania

- Proszę podać przykład takiego grafu ważonego z wyróżnionym wierzchołkiem  $r$ , w którym: (a) drzewo najkrótszych ścieżek o korzeniu  $r$  oraz (b) najkrótsze drzewo rozpinające uzyskane za pomocą algorytmu Prima (przy starcie z wierzchołka  $r$ ) nie są ze sobą tożsame.

## 1.3 Lektury

### 1.3.1 Materiał wykładu

Zagadnienia omówione w ramach tego wykładu są w dużym stopniu opisane w następujących książkach:

- Wayne D. Grover. *Mesh-Based Survivable Networks. Options and Strategies for Optical, MPLS, SONET, and ATM Networks*. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ, 2004: section 4.10.
- Deepankar Medhi and Karthikeyan Ramasamy. *Network Routing. Algorithms, Protocols, and Architectures*. Morgan Kaufmann Publishers—Elsevier, San Francisco, CA, 2007: chapter 2.
- Michał Pióro and Deepankar Medhi. *Routing, Flow and Capacity Design in Communication and Computer Networks*. Morgan Kaufmann Publishers—Elsevier, San Francisco, CA, 2004: appendix C.1-C.2.
- Maciej M. Sysło, Narsingh Deo, and Janusz S. Kowalik. *Algorytmy optymalizacji dyskretnej*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1999: rozdział 3.3.
- Robin J. Wilson. *Wprowadzenie do teorii grafów*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2000: § 8.

### 1.3.2 Bibliografia uzupełniająca

- Ramesh Bhandari. *Survivable Networks. Algorithms for Diverse Routing*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1999: przegląd różnych algorytmów przydatnych w projektowaniu sieci (niezawodnych).
- David Eppstein. Finding the  $k$  Shortest Paths. *SIAM Journal on Computing*, 28(2):652–673, 1998: problem poszukiwania  $k$  najkrótszych ścieżek ( $k$ -shortest-paths problem).

Przedmiot:       Matematyka w projektowaniu sieci i systemów  
Prowadzący:     Piotr Cholda piotr.cholda@agh.edu.pl  
Kierunek:        Teleinformatyka  
Semestr:         II sem. (zimowy) studiów magisterskich  
.....

- Maciej M. Sysło, Narsingh Deo, and Janusz S. Kowalik. *Algorytmy optymalizacji dyskretnej*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1999: podstawy teoretyczne do naszego kursu.
- Robin J. Wilson. *Wprowadzenie do teorii grafów*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2000: zwięzłe wprowadzenie do teorii grafów, trochę algorytmów.