

Konspekt

Piotr Cholda

23 października 2017

1 Modelowanie sieci z użyciem teorii grafów

1.1 Zastosowanie teorii grafów w modelowaniu sieci teleinformatycznych

1. Dział matematyki stosowanej używający aparatu teorii grafów do analizy właściwości sieci rzeczywistych (*network science*).
2. Graf regularny.
3. Eksperyment Milgrama (1967).
4. Model grafów losowych Watts-Strogatza, tzw. sieci małych światów (*small-worlds*). Współczynniki gronowania (*clustering coefficient*), użyteczne w badaniach istniejących sieci: oparty na sąsiedztwie otoczenia, oparty na zliczaniu trójkątów. Pojęcie kliku (*clique*).
5. Rozkład stopni wierzchołków.
6. Model grafów losowych Erdősa-Rényi'ego (*random networks*, tzw. model Poissonowski), krzywa dzwonowa rozkładu stopni wierzchołków.
7. Średnia długość ścieżki w grafie.
8. Odkrycie sieci bezskalowych (*scale-free*) w układach hiperłączy przez Barabási'ego. Rozkład potęgowy stopni wierzchołków, rozkład ciężkoogonowy (zw. również tłustoogonowym, *heavy/fat-tailed*), zasada Pareto (80/20, *Pareto principle*). Pojęcie węzła koncentrującego w kontekście topologii (*topological hub*).
9. Model ewolucji (rozrostu dynamicznego) grafów losowych Albert-Barabási'ego oparty na regule preferencyjnego dołączania węzłów (*preferential attachment*).

1.2 Centralność wierzchołków w zastosowaniach teleinformatycznych

10. Badanie istotności węzłów z punktu widzenia bezpieczeństwa lub niezawodności. Odporność sieci bezskalowych na uszkodzenia i ataki.
11. Miary centralności:

- centralność oparta na stopniu wężła,
- centralność oparta na sąsiedztwie (*eigenvector centrality*),
- centralność oparta na odległości (*closeness centrality*),
- centralność oparta na pośrednictwie (*betweenness centrality*).

1.3 Zadania

1. Proszę wybrać dowolne wartości naturalne n i m takie, że $5 \leq n, m \leq 10$. Dany jest graf pełny dwudzielny $K_{n,m}$. Proszę go narysować i znaleźć jego średnicę, następnie proszę określić czy to jest graf regularny. Proszę wybrać dowolną krawędź i policzyć jej pośrednictwo. Proszę wybrać dowolny wierzchołek i policzyć jego centralność według czterech różnych podejść podanych na wykładzie.

1.4 Lektury

1.4.1 Materiał wykładu

Zagadnienia omówione w ramach tego wykładu są w dużym stopniu opisane w następującej pozycji:

- Mung Chiang. *Networked Life. 20 Questions and Answers*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2012 (chapter 3, chapters 8-10).

1.4.2 Bibliografia uzupełniająca

- Albert-László Barabási. Scale-Free Networks. *Scientific American*, 5:60–69, May 2003: sieci bezskalowe (uwaga na promocję stwierdzenia o „pięć Achillesowej Internetu” — ono raczej nie jest prawdziwe!).
- Ernesto Estrada. *The Structure of Complex Networks. Theory and Applications*. Oxford University Press, Oxford, UK, 2009: badanie złożoności sieci (z użyciem w różnych dziedzinach).
- Agata Fronczak and Piotr Fronczak. *Świat sieci złożonych*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, Poland, 2009: różne modele sieci.
- Ted G. Lewis. *Network Science. Theory and Applications*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, 2009: przegląd sposobów użycia metod opartych na teorii grafów do wnioskowania nt. właściwości istniejących sieci.
- Mark E. J. Newman. Random Graphs as Models of Networks. In Stefan Bornholdt and Heinz Georg Schuster, editors, *Handbook of Graphs and Networks. From the Genome to the Internet*. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, Germany, 2003: omówienie zagadnień modelowania sieci z użyciem grafów losowych, interesujące dane nt. istniejących sieci.
- Ali Tizghadam and Alberto Leon-Garcia. Betweenness Centrality and Resistance Distance in Communication Networks. *IEEE Network*, 24(6):10–16, November/December 2010: zagadnienia związane z miarami centralności w odniesieniu do zastosowań sieciowych.